8 класс

Задача 8.1. Трижды треть.

Красная Шапочка пошла в гости к бабушке. Первую треть пути она шла не спеша по лесной дорожке, но затем, встретив знакомого Волка, остановилась с ним поболтать. Обменявшись новостями, девочка пошла дальше. Придя к бабушке, Шапочка подсчитала, что с Волком она разговаривала треть всего времени своего путешествия, а её средняя скорость на всём пути (с учётом остановки) составила треть от скорости на последнем участке. Найдите скорость, с которой девочка шла до встречи с Волком, если её средняя скорость (с учётом остановки) равна v. Считайте, что до встречи и после встречи Шапочка двигалась с постоянной скоростью.

Ответ: $3v/4$.

Решение: Если v — средняя скорость Красной Шапочки, то $3v$ — её скорость после встречи с Волком. Пусть t — общее время в пути. Тогда $t/3$ — время разговора с Волком, а $s = vt$ — общее расстояние, которое прошла девочка. После встречи с Волком она прошла $2s/3$, следовательно, время её движения после встречи равно

$$t_{\text{после}} = \frac{2s/3}{3v} = \frac{2vt}{9v} = \frac{2t}{9}.$$

Время движения девочки до встречи, соответственно, равно

$$t_{\text{до}} = t - t/3 - 2t/9 = 4t/9.$$

Определим теперь скорость Красной Шапочки до встречи с Волком:

$$v_{\text{до}} = \frac{s/3}{4t/9} = \frac{vt/3}{4t/9} = \frac{3v}{4}.$$

Критерии:

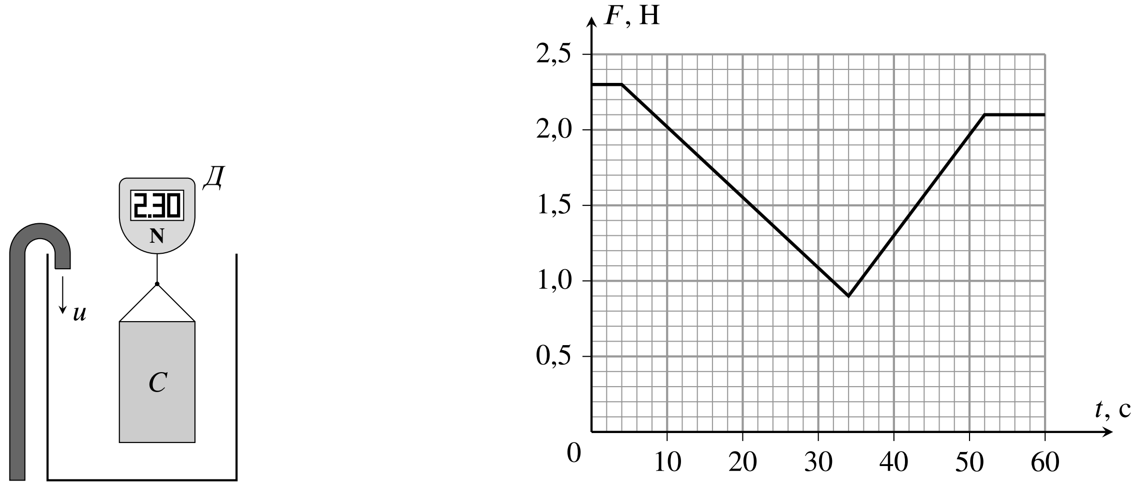
1) Записано $s_{\text{после}} = 2s/3$ (или аналог) . . . . 1 балл
2) Найдено, что $t_{\text{после}} = 2t/9$ (или аналог) . . . . 4 балла
3) Найдено, что $t_{\text{до}} = 4t/9$ (или аналог) . . . . 3 балла
4) Найдено, что $v_{\text{до}} = 3v/4$ . . . . 2 балла

Указание проверяющим:

1) Если учащийся представил корректное решение, отличающееся от авторского, и получил правильный ответ, ставится полный балл независимо от способа решения (при условии, что способ корректный!).
2) Если учащийся привёл корректное, но неполное неавторское решение, позволившее ему получить балл за какой-то пункт, баллы за предыдущие пункты ставятся автоматически. То есть не может быть, что есть баллы за пункт 3, но нет баллов за пункты 1 и/или 2.
3) Если в решении берётся конкретное значение t, s и т.п. (например, $t = 1$ ч), такое решение оценивается максимум в 1 балл.

Задача 8.2. Вес стаканчика.

Восьмиклассница Арина, готовясь к олимпиаде по физике, решила поэкспериментировать. Она взяла латунный стаканчик C, подвесила его к электронному динамометру $Д$ и поместила внутрь большого сосуда (см. рис. 8.1а). После этого она стала медленно, с постоянной скоростью наливать в сосуд неизвестную жидкость и следить за показаниями динамометра. Зависимость показаний прибора F от времени t, в течение которого наливалась жидкость, девочка изобразила на графике (рис. 8.1б). Определите по этим данным плотность неизвестной жидкости, ёмкость стаканчика и скорость u (в мл/с), с которой наливается жидкость. Плотность латуни равна 8500 кг/м^3. Ускорение свободного падения принять равным 10 Н/кг. Объёмом нитей и креплений пренебречь.



а) б)

Рис. 8.1.

Ответ: 740 кг/м^3, 162 см^3, 9 мл/с.

Решение: По графику определим, что вес стаканчика в воздухе равен 2,3 Н. Отсюда получим, что его масса равна $m_л = 230$ г, а объём латуни составляет $V_л = m_л/\rho_л \approx 27$ см^3. «Провал» на графике связан с тем, что сначала жидкость поднимается вокруг стаканчика, уменьшая его вес, а затем, достигнув его краёв, наливается внутрь, и вес при этом начинает увеличиваться.

Разность между начальным и конечным значением веса равна силе Архимеда, действующей на стаканчик. Исходя из этого, найдём плотность жидкости ρ:

$$F_A = 2{,}3\text{ Н} - 2{,}1\text{ Н} = 0{,}2\text{ Н} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{F_A}{gV_л} = \frac{20\text{ г}}{27\text{ см}^3} \approx 0{,}74\text{ г/см}^3.$$

Разность между конечным и минимальным значением веса даёт вес налитой в стаканчик жидкости. Отсюда найдём объём жидкости в стаканчике, то есть его ёмкость

$$V = \frac{2{,}1\text{ Н} - 0{,}9\text{ Н}}{\rho g} = 162\text{ см}^3.$$

Так как стаканчик заполнялся в течение 52 с − 34 с = 18 с, получим значение скорости u:

$$u = \frac{V}{18\text{ с}} = 9\text{ мл/с}.$$

Критерии:

1) Верно найден объём стенок стаканчика . . . . 1 балл
2) Указан корректный способ определения плотности жидкости . . . . 2 балла
3) Верно найдено значение плотности жидкости . . . . 1 балл
4) Указан корректный способ определения ёмкости стаканчика . . . . 2 балла
5) Верно найдено значение ёмкости стаканчика . . . . 1 балл
6) Указан корректный способ определения u . . . . 1 балл
7) Верно найдено значение u . . . . 2 балла

Указание проверяющим:

В пп. 1,3,5,7 допустимо небольшое отклонение от значений, полученных в авторском решении, вызванное погрешностями процедуры округления.

Задача 8.3. Лёд — туда, лёд — сюда.
В одном теплоизолированном сосуде находится 100 г воды при температуре 1 ℃. В другом теплоизолированном сосуде находятся при температуре −36 ℃ кусок льда массой 50 г и 100 г керосина. Лёд переносят в сосуд с водой и, дождавшись теплового равновесия, переносят обратно в сосуд с керосином. Определите установившуюся температуру в обоих сосудах. Удельная теплоёмкость воды равна 4200 Дж/(кг·℃), удельные теплоёмкости керосина и льда равны 2100 Дж/(кг·℃), удельная теплота плавления льда — 330 кДж/кг. Теплоёмкостью сосудов можно пренебречь. Керосин в рассматриваемом диапазоне температур является жидкостью. При переносе льда жидкости из сосудов не выливаются.

Ответ: 0 ℃ и −22,5 ℃.

Решение: Рассмотрим установление теплового равновесия между водой и перенесённым в неё льдом. Для нагрева 50 г льда от −36 ℃ до 0 ℃ требуется количество теплоты, равное

$$Q_л = c_л m_л \cdot 36\,℃ = 2100\ Дж/(кг\cdot℃) \cdot 0{,}05\ кг \cdot 36\,℃ = 3780\ Дж.$$

Вода при охлаждении до 0 ℃ отдаёт $Q_в = c_в m_в \cdot 1\,℃ = 420$ Дж, что меньше, чем $Q_л$. Но для того чтобы полностью кристаллизовать 100 г воды, требуется у неё «забрать» 33 кДж, а это уже больше, чем $Q_л$. Следовательно, установившая температура в сосуде с водой будет равна 0 ℃, причём часть воды должна превратиться в лёд. Найдём массу дополнительно образовавшегося льда $\Delta m_л$:

$$Q_в + \lambda \Delta m_л = Q_л \quad \Rightarrow \quad \Delta m_л = \frac{Q_л - Q_в}{\lambda} = \frac{3360\ Дж}{330000\ Дж/кг} \approx 10{,}2\ г.$$

Таким образом, мы переносим назад, в сосуд с керосином, уже 60,2 г льда при 0 ℃. Пусть t — установившая там температура, причём $t < 0\,℃$. Запишем уравнение теплового баланса между керосином и льдом:

$$c_к \cdot 100\ г \cdot (t + 36\,℃) = c_л \cdot 60{,}2\ г \cdot (0\,℃ - t).$$

Так как $c_к = c_л$, получим

$$t + 36\,℃ = -0{,}602t \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{36\,℃}{1{,}602} \approx -22{,}5\,℃.$$

Критерии:

1) Предположение о том, что в сосуде с водой установится температура 0 ℃ . . . . 1 балл
2) Предположение о том, что масса льда при этом увеличится . . . . 1 балл
3) Обосновано, что в сосуде с водой установится температура 0 ℃ . . . . 2 балла
4) Найдена дополнительная масса льда (10 г) . . . . 2 балла
5) Правильно записано уравнение теплового баланса для системы «керосин-лёд» . . . . 2 балла
6) Найдено верное значение установившейся температуры в системе «керосин-лёд» . . . . 2 балла

Указание проверяющим:
1) Если обоснование (пункт 3) отсутствует, прочие пункты критериев оценивать независимо.
2) Предположение в пп. 1,2 может быть не высказано явно, а подразумеваться формой уравнения теплового баланса. В этом случае баллы также ставятся.
3) В п. 6 допустимо небольшое отклонение от значения, полученного в авторском решении, вызванное погрешностями процедуры округления.

Задача 8.4. Давление в равновесии.
Система, состоящая из трёх невесомых блоков, однородной планки массой M и груза, находится в равновесии. Определите массу m груза и силу, с которой он давит на планку, если все нити в системе невесомы и трение в блоках отсутствует. Для удобства на планку нанесены штрихи, делящие её на равные части. Центр груза находится прямо над концом планки.

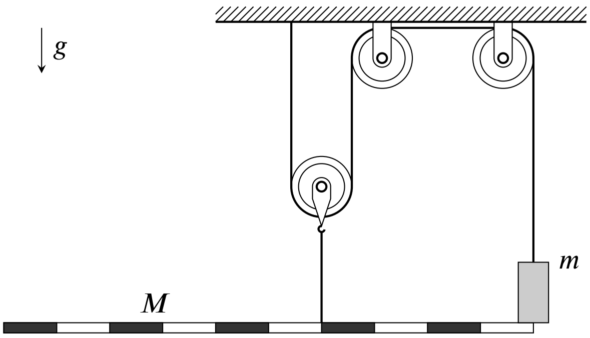


Рис. 8.2.

Ответ: $m = 7M/8$, $P = Mg/4$.

Решение: Пусть T — сила натяжения нити, пропущенной через блоки, а P — сила, с которой груз давит на планку. Изобразим силы, действующие на планку — силу тяжести Mg, силу $2T$ натяжения нити, которая прикреплена к подвижному блоку и силу давления P (рис. 8.3а), и на груз — силу натяжения нити T, силу тяжести mg и силу, действующую со стороны планки P (рис. 8.3б). Запишем условие равновесия для сил, действуюших на планку и груз:

$$\text{(планка)}\quad 2T = Mg + P, \qquad \text{(груз)}\quad T + P = mg.$$

Запишем теперь правило моментов для планки относительно точки подвеса планки к блоку (l — длина одного деления на планке):

$$Mgl = P \cdot 4l \quad \Rightarrow \quad P = \frac{Mg}{4}.$$

Подставляя это выражение в полученные выше уравнения, получим

$$T = \frac{Mg + P}{2} = \frac{5Mg}{8},$$

$$mg = T + P = \frac{5Mg}{8} + \frac{Mg}{4} = \frac{7Mg}{8} \quad \Rightarrow \quad m = 7M/8.$$

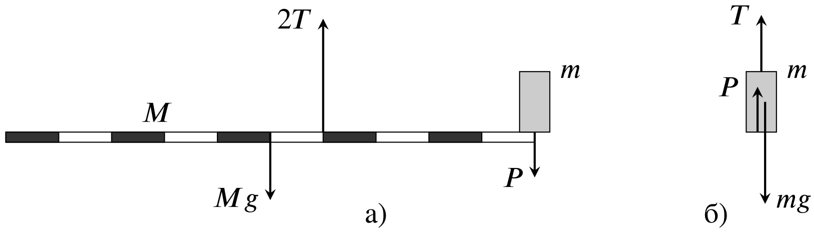


Рис. 8.3.

Критерии:

1) Указано, что сила натяжения подвеса планки вдвое больше силы натяжения подвеса груза . . . . 1 балл
2) Правильно записано условие равенства сил, действующих на одно из тел . . . . 2 балла
3) Правильно записано условие равенства сил, действующих на другое тело . . . . 2 балла
4) Правильно записано правило моментов относительно какой-либо точки . . . . 2 балла
5) Найдено верное значение массы m . . . . 2 балла
6) Найдено верное значение силы давления P . . . . 1 балл

Указание проверяющим:

1) Указание в пункте 1 может быть сделано, например, на чертеже или в условиях равновесия. Балл в этом случае ставить.
2) В качестве одного из тел (пп. 2-4) может фигурировать система «груз-планка».
3) Вместо одного из условий равенства сил может быть написано правило моментов относительно какой-либо точки, отличной от использованной в п. 4. В случае, если условие написано верно, баллы ставятся за п.3.

Максимально возможный балл в 8 классе 40