

## Решения задач 9 класса

### Задача 1.

Одноклассники Вова и Наташа в цилиндрический сосуд с площадью  $S = 78.5 \text{ см}^2$ , в котором плавает плоская льдина высотой  $h_1 = 15 \text{ мм}$  и площадью  $S_1 = 12.56 \text{ см}^2$ , положили стальной кубик плотностью  $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$  с ребром  $a = 2 \text{ см}$ . При этом льдина полностью погружена в воду, плотностью  $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$ . На сколько изменится уровень воды в сосуде, когда лёд растает? Ответ округлите до тысячных.

#### Решение:

Объём льдины:

$$V_1 = S_1 h_1 \quad (1)$$

После того, когда лёд растает:

$$V_2 = a^3 + \frac{m_{\text{л}}}{\rho_1} \quad (2)$$

$$\Delta V = V_1 - V_2 \quad (3)$$

Условие плавания:

$$\rho a^3 g + m_{\text{л}} g = \rho_1 S_1 h_1 g \quad (4)$$

$$S_1 h_1 = \frac{\rho}{\rho_1} a^3 + \frac{m_{\text{л}}}{\rho_1} \quad (5)$$

$$\Delta V = \frac{\rho}{\rho_1} a^3 + \frac{m_{\text{л}}}{\rho_1} - a^3 - \frac{m_{\text{л}}}{\rho_1} = a^3 \left( \frac{\rho}{\rho_1} - 1 \right) \quad (6)$$

Уровень воды понизится на:

$$\Delta h = \frac{\Delta V}{S} = \frac{a^3}{S} \left( \frac{\rho}{\rho_1} - 1 \right) \quad (7)$$

$$\Delta h = \frac{2^3}{78.5} \left( \frac{7.8}{1} - 1 \right) \approx 0.7 \text{ (см)} = 0.007 \text{ (м)} \quad (8)$$

**Ответ:** 0.007 м.

*Критерии оценки (10 баллов):*

1	Найдено изменение объемов (3), с учетом (1) и (2)	2
2	Записано условие плавания тел (4)	2
3	Записано уравнение (6) для изменения объема после того, как лёд растаял	2
4	Выведено уравнение (7)	2
5	Получен правильный числовой ответ	2

### Задача 2.

Братья Вова и Саша решили смастерить прибор для нагревания воды. Для этого они взяли керамический каркас диаметром  $D = 2 \text{ см}$  и накрутили на него 14 раз железную проволоку с диаметром  $d = 0.1 \text{ мм}$ , удельным сопротивлением  $\rho' = 0.098 \text{ Ом мм}^2/\text{м}$ . Самодельный прибор смог за  $\tau = 4 \text{ минуты}$  вскипятить воду температурой  $5^\circ \text{С}$  и объёмом 1.5 литров, при напряжении в сети 220 В. Определите КПД установки, ответ округлите до целых. Плотность воды  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ , удельная теплоемкость воды  $c = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ \text{С)}$ .

#### Решение:

КПД установки:

$$\eta = \frac{Q}{A} 100\% \quad (1)$$

Полезная энергия равна количеству теплоты, необходимое для нагревания воды:

$$Q = cm(t - t_0) = c\rho V(t - t_0) \quad (2)$$

Найдем работу:

$$A = P\tau = \frac{U^2\tau}{R}, \quad (3)$$

где сопротивление проволоки:

$$R = \frac{\rho' l}{S} = \frac{4\rho' l}{\pi d^2} = \frac{4\rho' \pi DN}{\pi d^2} = \frac{4\rho' ND}{d^2}, \quad (4)$$

где длина проволоки  $l = \pi DN$  ( $N$  – число витков), площадь поперечного сечения  $S = \pi d^2/4$

Подставляя (4) в (3), получим:

$$A = \frac{U^2 d^2 \tau}{4\rho' ND}. \quad (5)$$

Подставляя (5) и (2) в (1), получим:

$$\eta = \frac{4\rho' ND c\rho V(t - t_0)}{U^2 d^2 \tau} \cdot 100\%, \quad (6)$$

$$\eta \approx 57\%$$

**Ответ:** 57 %

*Критерии оценки (10 баллов):*

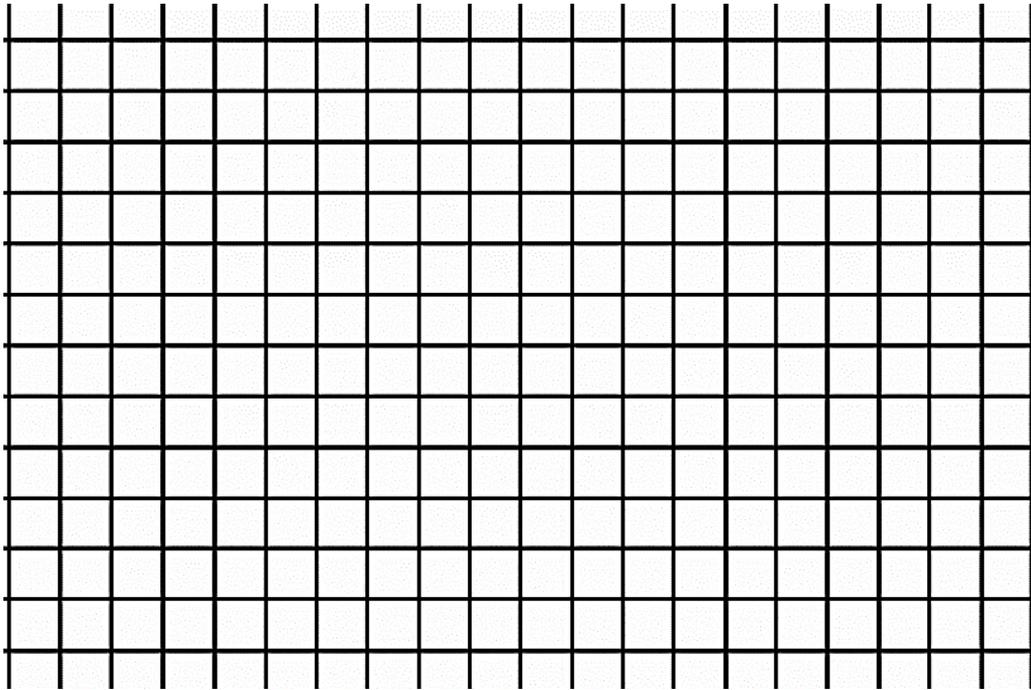
1	Записана формула (1)	1
2	Записана формула (2)	1
3	Записана формула (3)	1
4	Записана формула (4) с учётом длины и площади поперечного сечения проволоки	2
5	Выведено уравнение (6)	3
6	Получен правильный числовой ответ	2

### Задача 3.

Девятиклассницы Алла и Наташа увлекаются историей древних времен. На уроке истории им рассказали об арибалле – это небольшой древнегреческий сосуд, в котором хранили ароматические масла. И показали древнюю рукопись, переданную школе археологами. В рукописании представлена таблица зависимости изменение уровня масла в данном сосуде от изменения в нём массы масла плотностью  $900 \text{ кг/см}^3$ . Восстановите форму сосуда, в котором хранились масла тех времён, если известно, что диаметр дна арибалла 3 см. Все результаты округлить до десятых.

*Таблица 1*

Изменение уровня масла, см	0,6	0,3	0,2	0,3	0,1	0,3	0,6	1,1	0,6
Изменение массы масла, г	7,2	7,2	7,2	21,6	3,6	3,6	3,6	7,2	3,6



**Решение:**

Для восстановления формы сосуда необходимо рассчитать значения радиусов на различных высотах, используя формулу:

$$\Delta V = S\Delta h = \pi r^2 \Delta h, \quad (1)$$

где  $r$  – радиус сосуда на данной высоте.

Изменение объема найдем из

$$\Delta V = \Delta m / \rho \quad (2)$$

$$\Delta V_1 = 7,2 : 0,9 = 8 \text{ см}^3$$

$$\Delta V_2 = 7,2 : 0,9 = 8 \text{ см}^3$$

$$\Delta V_3 = 7,2 : 0,9 = 8 \text{ см}^3$$

$$\Delta V_4 = 21,6 : 0,9 = 24 \text{ см}^3$$

$$\Delta V_5 = 3,6 : 0,9 = 4 \text{ см}^3$$

$$\Delta V_6 = 3,6 : 0,9 = 4 \text{ см}^3$$

$$\Delta V_7 = 3,6 : 0,9 = 4 \text{ см}^3$$

$$\Delta V_8 = 7,2 : 0,9 = 8 \text{ см}^3$$

$$\Delta V_9 = 3,6 : 0,9 = 4 \text{ см}^3$$

Рассчитаем радиусы на различных высотах:

$$r = \sqrt{\frac{\Delta V}{\pi \Delta h}} \quad (3)$$

$$r_1 = \sqrt{\frac{8}{3,14 \cdot 0,6}} \approx 2,1 \text{ см}$$

$$r_2 \approx 2,9 \text{ см}$$

$$r_3 \approx 3,6 \text{ см}$$

$$r_4 \approx 5,0 \text{ см}$$

$$r_5 \approx 3,6 \text{ см}$$

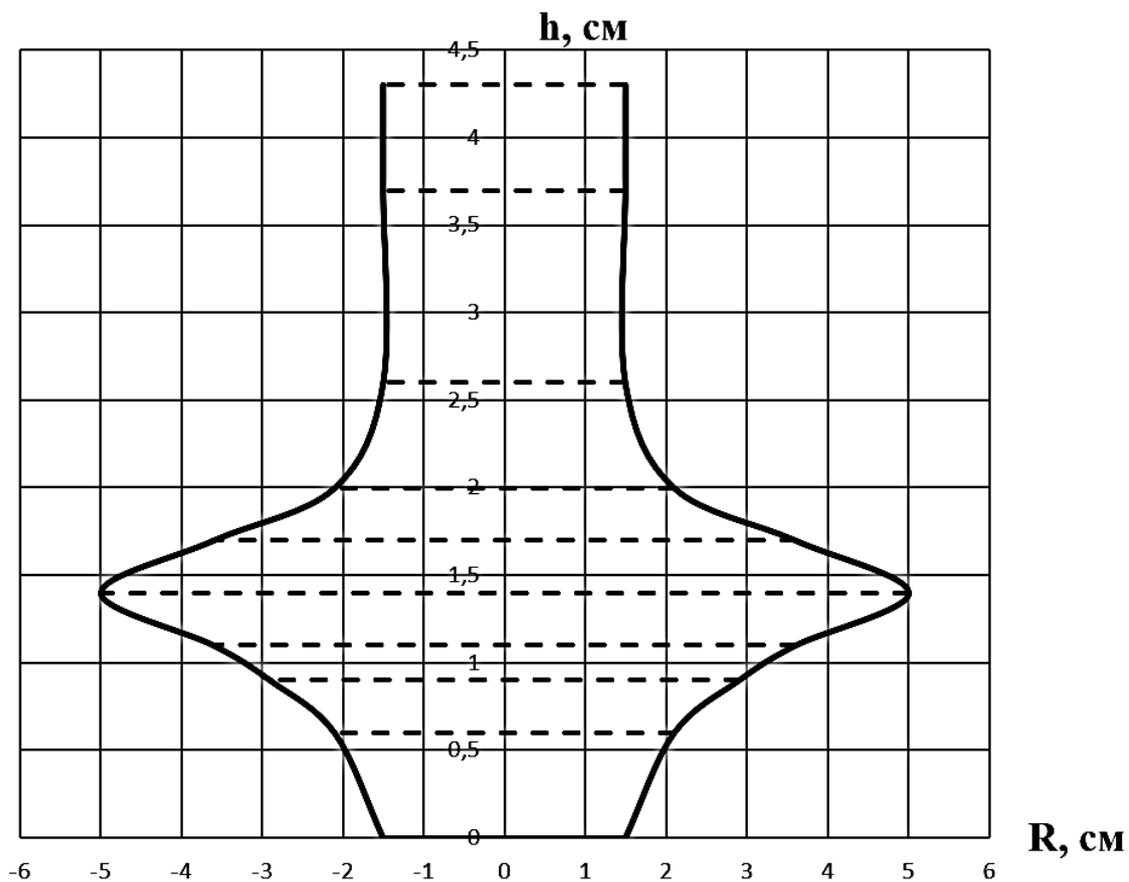
$$r_6 \approx 2,1 \text{ см}$$

$$r_7 \approx 1,5 \text{ см}$$

$$r_8 \approx 1,5 \text{ см}$$

$$r_9 \approx 1,5 \text{ см}$$

Восстановим форму сосуда, отложив по оси абсцисс радиус, по оси ординат – изменения объёма.



Критерии оценки (10 баллов):

1	Записана формула (1)	1
2	Записана формула (2)	1
3	Рассчитаны изменения объемов	2
4	Записана формула (3)	1
5	Рассчитаны радиусы	2
6	Отложена зависимость радиуса от изменения уровня масла	2
7	Восстановлена форма сосуда	1