

Задача 1. Исследование астероида.

Астероид движется по круговой орбите радиусом 2,5 а.е. вокруг Солнца в том же направлении, что и Земля. Астероид представляет собой шар радиусом 10 км. Средняя плотность астероида 2700 кг/м^3 . 1 а.е. – одна астрономическая единица, равная среднему расстоянию от Земли до Солнца. $1 \text{ а.е.} = 1,46 \cdot 10^{11} \text{ м}$. Объем шара рассчитывается по формуле $V = \frac{4}{3} \pi R^3$. Определите: наименьшее расстояние между Землей и астероидом, сколько земных лет длится год на астероиде и чему на нем равно ускорение свободного падения.

Решение. Наименьшее расстояние между Землей и астероидом будет, когда они выстроятся в одну линию: Солнце-Земля-астероид, $L = R_A - R_3 = 2 \text{ а.е.} - 1 \text{ а.е.} = 2,2 \cdot 10^{11} \text{ м}$.

По 2 закону Ньютона $F = Ma_{ц}$, с учетом закона всемирного тяготения и определения центростремительного ускорения можно получить:

$G \frac{M_C m}{R^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} R$, записав уравнения для Земли и астероида и поделив их

можно получить: $T_A = T_3 \sqrt{\left(\frac{R_A}{R_3}\right)^3} = 4 \text{ года}$.

На тело находящееся на астероиде действует сила притяжения: $mg = G \frac{M_A m}{R^2}$,

массу астероида можно выразить $M_A = \rho V$, где $V = \frac{4}{3} \pi R^3$.

Окончательно получаем: $g = \frac{4}{3} \pi \rho G R = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$.

Ответ: $2,2 \cdot 10^{11} \text{ м}$, 4 года, $7,5 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$.

Критерии оценивания

1. Утверждение, что наименьшее расстояние между Землей и астероидом будет, когда они выстроятся в одну линию: Солнце-Земля-астероид	0,5
2. Правильно найдено наименьшее расстояние между Землей и астероидом	0,5
Правильно записаны формулы:	

3. - второй закон Ньютона	0,5
4. - центростремительное ускорение	0,5
5. - закон всемирного тяготения	0,5
6. - связь центростремительного ускорения и периода	1 0,5
7. - плотность тела	
8. Найден период астероида	2
9. Найдено ускорение свободного падения на астероиде	2
10. Ошибки	2

Задача 2. Медведь на льдине.

Во льдах Арктики в центре небольшой плоской льдины площадью 70 м^2 стоит белый медведь массой 700 кг . При этом надводная часть льдины выступает над поверхностью воды на высоту 10 см . На какой глубине под водой находится нижняя поверхность льдины? Плотность воды 1080 кг/м^3 , плотность льда 900 кг/м^3 .

Решение. Согласно условию плавания тела: $Mg = F_{APX}$

$M = m_l + m$ – масса льдины и медведя.

Масса льда: $m_l = \rho_l S(h + x)$, где x – искомая глубина.

Тогда $M = m + \rho_l S(h + x)$.

$$F_{APX} = \rho_v g V = \rho_v g Sx.$$

$$(m + \rho_l S(h + x))g = \rho_v g Sx$$

$$x = \frac{m + \rho_l Sh}{S(\rho_v - \rho_l)} = 5,5 \text{ м}.$$

Ответ: $5,5 \text{ м}$.

Критерии оценивания

1. Условие плавания тела	1
2. Получено выражение для массы льда	2
Правильно записаны формулы:	
3. - плотность	1

4. - сила Архимеда	1
5. Найдено расстояние	3
6. Ошибки	2

Задача 3. «Ледяной» проводник.

Прямая алюминиевая проволока диаметром 2,5 мм покрыта льдом. Общий диаметр проволоки со льдом равен 3,5 мм. Температура получившегося цилиндра 0 °С. Про проволоке пропустили ток 15 А. Плотность льда 0,9 г/см³, удельная теплота плавления льда 340 кДж/кг, удельное сопротивление алюминия $2,8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. За какое время лед растает?

Решение. При протекании тока по проволоке она нагревается. Количество теплоты определяем по закону Джоуля-Ленца: $Q = I^2 R t$, это тепло тратится на плавление льда: $Q = \lambda m$.

$$\text{Масса льда: } m = \rho_{\text{л}} V = \rho_{\text{л}} l \pi (r - r_{\text{Al}})$$

$$\text{Сопротивление алюминиевой проволоки } R = \rho_{\text{Al}} \frac{l}{S} = \rho_{\text{Al}} \frac{l}{\pi r_{\text{Al}}^2}$$

$$\lambda m = I^2 R t, t = \frac{\lambda \rho_{\text{Al}} \pi^2 r_{\text{Al}}^2 (r - r_{\text{Al}})}{I^2 \rho_{\text{Al}}} = 1,1 \cdot 10^3 \text{ с.}$$

Ответ: $1,1 \cdot 10^3$ с.

Критерии оценивания

1. Правильно записан закон Джоуля-Ленца	1
2. Утверждение, что тепло тратится на плавление льда	1
Правильно записаны формулы:	
3. - количество теплоты при плавлении	1
4. - сопротивление	1
5. - плотность тела	1
6. Найдено время	3
7. Ошибки	2

Задача 4. Задерживающийся автобус.

Водитель автобуса ездит по маршруту из пункта А в пункт Б со скоростью 70 км/ч. В один из дней он выехал из пункта А и через некоторое время пошел дождь. Водитель снизил скорость до 50 км/ч. Когда дождь закончился водитель вновь поехал с прежней скоростью и доехал до пункта Б на 10 мин позже, чем обычно. Сколько минут шел дождь?

Решение. S_1 – путь пройденный со скоростью 70 км/ч.

S_2 – путь пройденный со скоростью 50 км/ч.

На весь путь под дождем затрачено время: $t_{заплл} + t = t_1 + t_2$

$t_{заплл} = \frac{S_2+S_1}{v_1}$ – запланированное время.

$t = 10$ мин – время движения под дождем.

$t_1 = \frac{S_1}{v_1}$ – время движения без дождя.

$t_2 = \frac{S_2}{v_2}$ – время движения под дождем

Тогда можно записать: $\frac{S_2+S_1}{v_1} + t = \frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2}$, $\frac{S_2}{v_1} + t = \frac{S_2}{v_2}$, $S_2 = \frac{v_1 v_2 t}{v_1 - v_2} = 29,2$ км.

$t_2 = \frac{S_2}{v_2} = 0,584$ ч = 35 мин.

Ответ: 35 мин.

Критерии оценивания

1. Связь времен: запланированного, под дождем, без дождя	2
2. Правильно записаны формула для нахождения пути	1
3. Записана формула для запланированного времени	2
4. Найдено время	3
5. Ошибки	2

Если время найдено не в минутах, при остальном правильном решении, то вычитаем 1 балл.