

## Задания 9 класс с решениями

### Задача № 1. Точная стрельба

Студент Макс, призер по пулевой стрельбе, испытывает новый спортивный пистолет. Скорость пули при стрельбе из этого пистолета может варьироваться от 100 до 450 м/с. Пуля Макса пробивает навывлет полый цилиндр, вращающийся с частотой  $\nu = 200$  оборотов в секунду, оставляя одно сквозное отверстие. С какой скоростью могла лететь пуля, если эта скорость оказалось направленной перпендикулярно к оси? Радиус цилиндра  $R = 50$  см.

#### *Возможное решение*

1. Очевидно, за время пролета пули цилиндр должен сделать пол-оборота плюс некоторое целое число оборотов,  $\frac{1}{2} + N$ , где  $N = 0, 1, 2, \dots$

$$v\Delta t = 2R; \quad (*)$$

$$\Delta t = \frac{T}{2} + NT = T \left( \frac{1}{2} + N \right) = \frac{1}{\nu} \left( \frac{1}{2} + N \right).$$

2. Подставим это выражение в уравнение (\*) и выразим  $v$ :

$$\frac{v}{\nu} \left( \frac{1}{2} + N \right) = 2R, \text{ откуда } v = \frac{2\nu R}{\left( \frac{1}{2} + N \right)} = \frac{4R}{1 + 2N}$$

3. Произведем вычисления при  $N = 0$ :

$$v = \frac{4 \cdot 200 \cdot 0,5}{1} = 400 \text{ м/с, также при } N = 1: v = \frac{4 \cdot 200 \cdot 0,5}{1+2} \approx 133,3 \text{ м/с.}$$

Эти значения попадают в номинальный диапазон скоростей. При  $N = 2$  получим  $v = \frac{4 \cdot 200 \cdot 0,5}{1+4} \approx 80$  м/с – вне диапазона. Таким образом, пуля могла лететь со скоростью 133,3 и 400 м/с

#### *Критерии оценивания*

За 1-й пункт – 4 балла

За 2-й пункт – 3 балла

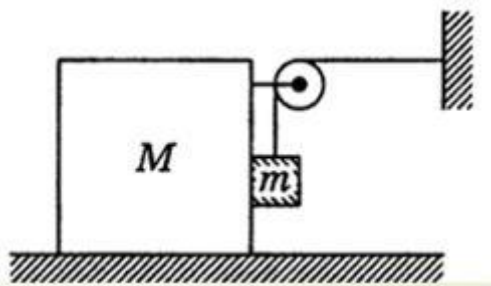
За 3-й пункт – 3 балла

Если участник рассматривает только один из вариантов (половину оборота цилиндра) и получает значение  $v = 400$  м/с, максимальная оценка за задание 5 баллов.

**! ВНИМАНИЕ!** По этой и другим заданиям придерживаться правила: если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно оценивать каждую задачу в 1 или 2 балла в качестве поощрения.

### Задача № 2. Вертикальное и горизонтальное движение

На поверхности гладкого горизонтального стола расположен брусок в форме куба (см. рис.). Масса бруска  $M = 0,6$  кг. Грузик массы  $m = 0,1$  кг касается его гладкой вертикальной поверхности. Вначале брусок зафиксирован на столе. Затем его отпускают. Трение в блоке отсутствует. Найти ускорение бруска.



#### *Возможное решение*

1. При смещении грузика по вертикали горизонтальная часть нити становится короче. Брусок перемещается точно на расстояние, на которое грузик смещается за это же время вниз. Это означает, что вертикальное ускорение грузика равно горизонтальному ускорению обоих тел, вектор которого направлен по горизонтали вправо.
2. По горизонтали тела движутся вместе с ускорением, сообщаемым системе силой  $T$  натяжения нити:

$$(M+m)a = T$$

Уравнение 2-го закона Ньютона для грузика в проекции на ось, направленную вертикально вниз,

$$ma = mg - T$$

Решая уравнения, получаем  $a = \frac{mg}{M + 2m}$

3. Вычисление приводит к результату  $a = \frac{0,1 \cdot 10}{0,6 + 2 \cdot 0,1} = \frac{1}{0,8} = 1,25 \text{ м/с}^2$ .

(ответ)

### **Критерии оценивания**

За 1-й пункт – 4 балла

За 2-й пункт – 4 балла

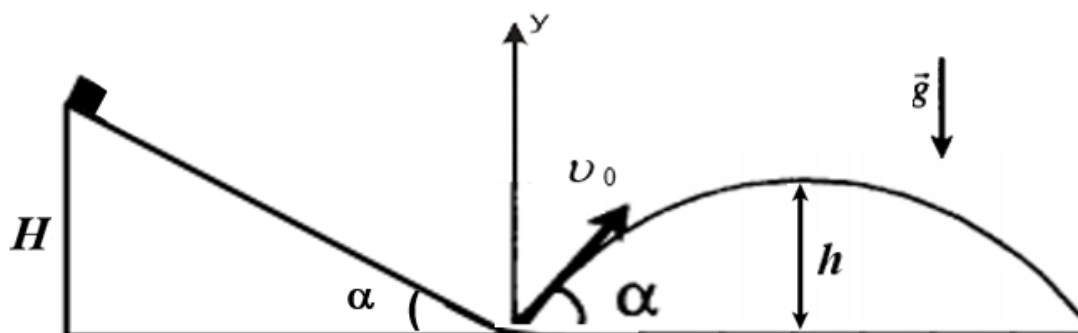
За 3-й пункт – 2 балла

### **Задача 3. Удар о плоскость.**

С гладкого закрепленного клина, имеющего наклон к горизонту  $\alpha = 45^\circ$ , с высоты  $H = 0,6 \text{ м}$  начинает скользить небольшое тело. В конце клина, имеющего резкий переход в горизонтальную плоскость, происходит упругий удар тела об эту плоскость и его дальнейшее движение. Сделайте рисунок. Найдите максимальную высоту подъема тела. Начальная скорость (на высоте  $H$ ) равна нулю.

### **Возможное решение**

1. После отскока тело будет двигаться по параболе (см. рис.).



2. Для определения высоты  $h$  применим закон сохранения энергии. На высоте  $h$  отлична от нуля только горизонтальная составляющая скорости,  $v_{\Gamma}$ .

Запишем закон сохранения энергии для тела в точках на высотах  $H$  и  $h$  :

$$mgH = mgh + \frac{mv_{\Gamma}^2}{2} \quad (*)$$

3. Величина скорости тела у основания наклонной плоскости

$v = \sqrt{2gH}$ , а горизонтальная составляющая скорости  $v_{\Gamma} = \sqrt{2gH} \cdot \cos \alpha$  на протяжении всего движения тела в воздухе не меняется. Подставляя  $v$  и  $v_{\Gamma}$  в (\*), находим:  $h = H \cdot \sin^2 \alpha = H/2 = 0,3$  м.

(ответ)

### ***Критерии оценивания***

За 1-й пункт (за рисунок) – 4 балла

За 2-й пункт – 2 балла

За 3-й пункт – 4 балла

### ***Задача 4. Танец Солнца.***

Несмотря на то, что масса Юпитера практически в 1000 раз меньше массы Солнца, звезда не только вращается вокруг своей оси, но, также как Юпитер, обращается вокруг их общего центра масс (барицентра системы). Найдите положение  $x$  этого центра масс (его расстояние от центра Солнца) и сравните его с радиусом Солнца ( $R_{\text{C}} \approx 700$  тыс. км). Расстояние от Солнца до Юпитера составляет 5,2 а.е. (астрономических единиц). 1 а.е.  $\approx 150$  млн км. Сделайте рисунок и укажите на нем условное положение центра масс.

### ***Возможное решение***

1. Можно воспользоваться правилом рычага:

$$M_{\text{C}}x = M_{\text{Ю}}(r - x),$$

где  $r$  – расстояния между центрами небесных тел. Поделив на массу Юпитера, получим:

$$1000 x = r - x, \text{ откуда } x = \frac{r}{1001}$$

2. Сделаем вычисления:

$$x = \frac{5,2 \cdot 1,5 \cdot 10^{11}}{1001} \approx 7,8 \cdot 10^8 \text{ м, или } 780\,000 \text{ км.}$$

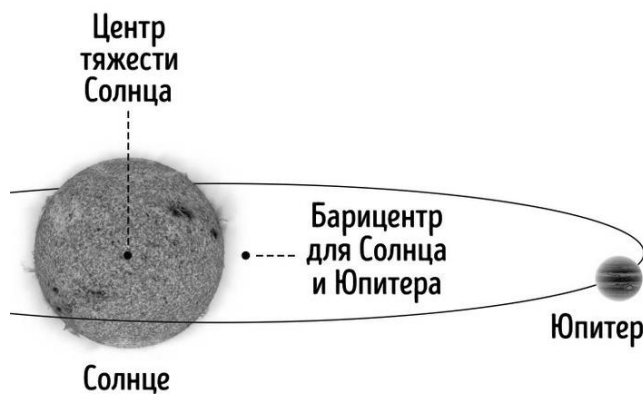
**(ответ 1)**

3. Сравнивая с радиусом Солнца, находим, что высота барицентра над поверхностью Солнца составляет

$$h = x - R_C = 80\,000 \text{ км}$$

**(ответ 2)**

4. Сделаем рисунок



### ***Критерии оценивания***

За 1-й пункт – 4 балла

За 2-й пункт – 2 балла

За 3-й пункт – 2 балла

За 4-й пункт (за рисунок) – 2 балла

Если участник вместо разности величин  $x$  и  $R_C$  в пункте 3 находит их отношение ( $x/R_C \approx 1,1$ ), оценка снижаться не должна.

### Задача № 5. Умная щеколда

Одиннадцатиклассник Макс, участвуя в конкурсной программе «Умный дом», предложил следующий проект. В некоторых домах люди запирают ворота изнутри на щеколду. Ценность этого простого механического приспособления (см. рис) в том, что с его помощью нельзя по забывчивости, уходя, закрыть ворота «от себя самого» – щеколдой можно зафиксировать ворота только изнутри, т.е., тогда, когда кто-то из жильцов дома. Но это создает неудобства другим обитателям дома – им необходимо звонить, если ворота изнутри закрыты.



Макс предложил электротепловой открыватель щеколды. Отодвигать щеколду можно снаружи нажатием определенной комбинации кнопок, приводящим к запуску поршня в трубе. Этот поршень отталкивает щеколду. В горизонтально расположенной теплоизолированной цилиндрической трубке под поршнем массой  $m = 250$  г находится аргон. В закрытом торце трубки расположена нагревательная пластина, полезная мощность которой равна  $P$ . Атмосферное давление  $p_0 = 10^5$  Па, площадь поперечного сечения поршня  $S = 2$  см<sup>2</sup>, коэффициент трения поршня о стенки трубки  $\mu = 0,5$ . Сила трения, действующая на саму щеколду при ее перемещении,  $f = 2$  Н. Найти мощность нагревателя  $P$ , если скорость, с которой начинает двигаться поршень при включении нагревателя, равна  $v = 1$  см/с. Весу какой массы соответствует при этом сила,двигающая поршень? Ответы выразить в СИ, округлить до десятых.

### ***Возможное решение***

1. На поршень снаружи действуют собственная сила трения  $\mu mg$ , сила трения щеколды  $f$ , и сила атмосферного давления  $p_0 S$ ; изнутри – сила давления нагреваемого газа  $pS$ . Если поршень движется с постоянной скоростью, силы уравниваются:

$$\mu mg + p_0 S + f = pS, \text{ откуда давление } p = \frac{\mu mg + p_0 S + f}{S}$$

2. Согласно первому закону термодинамики, количество теплоты, полученное газом от нагревателя, идет на изменение внутренней энергии газа и совершение им работы  $A$ :  $Q = \Delta U + A$ . Приняв процесс изобарным, выразим работу:  $A = p\Delta V$ . Поскольку для аргона – одноатомного газа

$$\Delta U = 1,5\nu R\Delta T = 1,5 p\Delta V, \text{ количество теплоты } Q = 2,5 p\Delta V.$$

3. Работа нагревателя  $A_{\text{нагр}} = Pt$ . Изменение объема газа при нагревании

$$\Delta V = l \cdot S = S\nu t.$$

4. Из закона сохранения энергии  $A_{\text{нагр}} = Q$ , т.е.  $Pt = 2,5 p\Delta V = 2,5 pS\nu t$ ;

$$P = \frac{5(\mu mg + p_0 S + f)}{2S} S\nu, \text{ откуда } 2P = 5\nu(\mu mg + p_0 S), \text{ и}$$

$$P = 2,5 \cdot \nu(p_0 S + \mu mg + f) = 2,5 \cdot 10^{-2} (10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-4} + 0,5 \cdot 0,25 \cdot 10 + 2) \approx 0,6 \text{ Вт}$$

Поскольку мощность есть произведение силы на мгновенную скорость,

$P = F \cdot \nu$ , получаем, что  $F = P/\nu = 0,6/0,01 = 60 \text{ Н}$ , что соответствует весу груза

массы  $M = 6 \text{ кг}$ . (ответ)

### ***Критерии оценивания***

За 1-й пункт – 3 балла; за 2-й пункт – 2 балла

За 3-й пункт – 2 балла; за 4-й пункт – 3 балла