Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
Свердловская область, Муниципальный этап, 9 класс

**Задача 1. Белочка**

Мальчик Саша вышел покормить белочку на балкон, который находится на высоте $H = 8$ м над землёй. Под балконом растёт сосна высотой $S = 3$ м, у основания которой сидит белочка. Первый орешек Саша отпускает без начальной скорости, а белочка в тот же момент начинает подниматься по сосне с постоянной скоростью и успевает поймать орешек, когда добегает до макушки сосны. Найдите скорость $v$ белочки. Второй орешек Саша бросает вниз с начальной скоростью $v_0$ в тот момент, когда белочка начинает спускаться по сосне с той же постоянной скоростью $v$, и его белочка ловит только у самого основания сосны. Найдите скорость $v_0$. Ускорение свободного падения считать равным $g = 10$ м/с$^2$.

**Решение**

Запишем формулу равноускоренного движения и найдем расстояние, которое пролетел орешек до макушки дерева:

$$H - S = \frac{gt^2}{2}. \tag{1}$$

Найдем время, которое потребуется белочке, чтобы добежать до макушки дерева:

$$t = \frac{S}{v}. \tag{2}$$

Подставляем (2) в (1) и выражаем скорость:

$$v = \sqrt{\frac{gS^2}{2(H-S)}}. \tag{3}$$

Подставляем числовые значения и получаем $v = 3$ м/с.

Теперь найдем начальную скорость второго орешка. Снова запишем формулу для равноускоренного движения, в этом случае орешек пролетит расстояние $H$ :

$$H = v_0 t + \frac{gt^2}{2}. \tag{4}$$

Так как белочка бежит вниз с той же скоростью $v$, то она затратит время $t$. Подставляем (2) в (4) и выражаем $v_0$ :

$$v_0 = \frac{v}{S}\left(H - \frac{g}{2}\left(\frac{S}{v}\right)^2\right). \tag{5}$$

Подставляем числовые значения: $v_0 = 3$ м/с.

**Критерии оценивания задачи 1 (Белочка)**

| № | Критерий | Значение | Балл |
|---|---|---|---|
| 1 | Использована формула для свободного падения. | $H - S = \frac{gt^2}{2}.$ | 2 |
| 2 | Получена расчетная формула для скорости белочки $v$. | $v = \sqrt{\frac{gS^2}{2(H-S)}}.$ | 2 |
| 3 | Получено числовое значение скорости белочки. | $v = 3$ м/с. | 1 |
| 4 | Использована формула для свободного падения с учетом начальной скорости орешка $v_0$. | $H = v_0 t + \frac{gt^2}{2}.$ | 2 |
| 5 | Получена расчетная формула начальной скорости орешка $v_0$. | $v_0 = \frac{v}{S}\left(H - \frac{g}{2}\left(\frac{S}{v}\right)^2\right).$ | 2 |
| 6 | Получено числовое значение начальной скорости орешка $v_0$. | $v_0 = 3$ м/с. | 1 |

**Задача 2. Стакан на линейке**

Будущий экспериментатор Вася откопал в школьной лаборатории секундомер, линейку массой $m = 30$ г и длиной $L = 80$ см, цилиндрический однородный стакан массой $M = 80$ г, радиусом $r = 4$ см и глубиной $H = 15$ см и бутылку с жидкостью плотностью $\rho = 0{,}9$ г/см$^3$. Васе захотелось определить, с какой скоростью эта жидкость будет испаряться. Для этого он положил линейку на стол перпендикулярно к его краю так, что ее часть длиной $l = 10$ см оказалась на столе. На эту часть линейки Вася поставил стакан так, что его край совпал с краем стола. В стакан до краев он налил жидкость и засек время. После того как прошло время $t_1$, стакан опрокинулся, но Вася не успел зафиксировать это время. Чтобы эксперимент удался во второй раз, он положил линейку на стол так же, как в первом случае, но поставил стакан на линейку так, что край стакана и край линейки совпали, налил до краев стакана жидкость и засек время. Когда стакан опрокинулся, Вася зафиксировал время $t_2 = 160$ с. Помогите Васе определить время опрокидывания стакана в первом случае $t_1$ и рассчитайте для данного стакана скорость испарения $\alpha$ — на какую величину уменьшается высота жидкости в стакане за одну секунду. Толщиной стенок стакана можно пренебречь.

**Решение**

Исходя из условия, стакан опрокидывается, когда из-за испарения жидкости в нем остается столько жидкости, что часть линейки, находящаяся вне стола, перевешивает свою оставшуюся на столе часть, стакан и жидкость в нем. Это происходит, когда моменты сил относительно точки края стола уравновешиваются. Мы рассмотрим центры масс линейки, жидкости и стакана. Они с течением времени не меняют своего положения по горизонтали. Из-за испарения высота жидкости в стакане $h(t)$ спустя время $t$ описывается линейной функцией

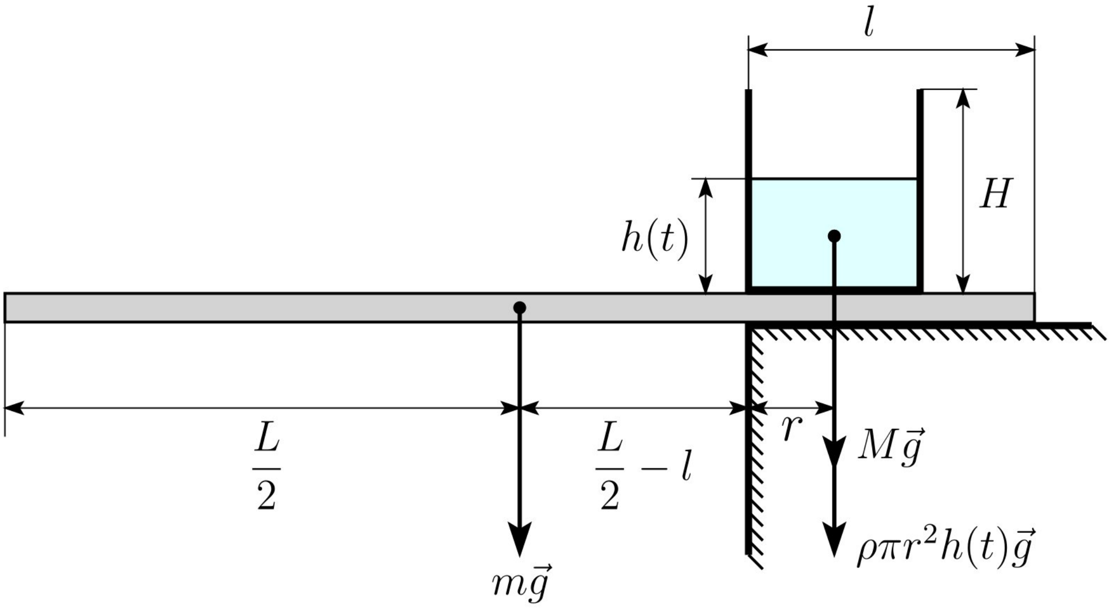
$$h(t) = H - \alpha t, \tag{1}$$

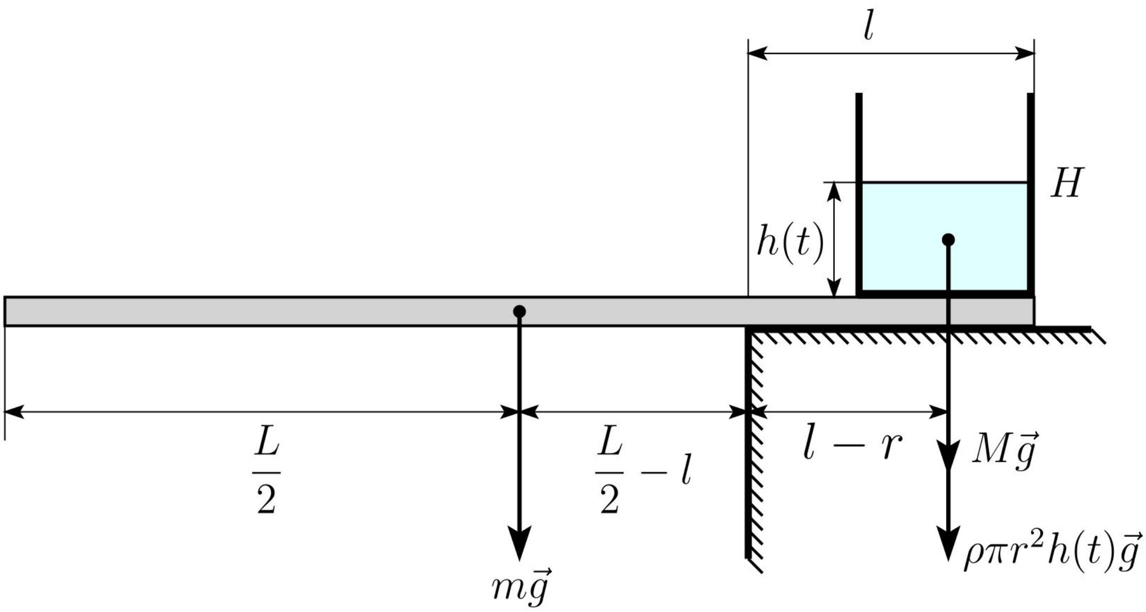
а масса жидкости в стакане $m_ж(t) = \rho S h(t) = \rho \pi r^2 (H - \alpha t)$.

Тогда получаем уравнения моментов при опрокидывании стакана для первого и второго случая соответственно:

$$mg\left(\frac{L}{2} - l\right) = Mgr + \rho(H - \alpha t_1)\pi r^2 gr, \tag{2}$$

$$mg\left(\frac{L}{2}-l\right) = Mg(l-r) + \rho(H-\alpha t_2)\pi r^2 g(r-l). \quad (3)$$




Из второго уравнения (3) находим скорость испарения

$$\alpha = \frac{1}{t_2}\left[H - \frac{m(L-2l) - 2M(l-r)}{2(l-r)\pi r^2 \rho}\right] = 0{,}084 \text{ см/с}. \quad (4)$$

Тогда из первого уравнения (2) с подстановкой скорости испарения (4) выражаем время испарения жидкости первого эксперимента в общем случае

$$t_1 = t_2 \frac{l-r}{r} \cdot \frac{2H\pi r^3 \rho - m(L-2l) + 2Mr}{2H\pi(l-r)r^2 \rho - m(L-2l) + 2M(l-r)} \tag{5}$$

или, если найдено численное значение скорости испарения:

$$t_1 = \frac{1}{\alpha}\left[H - \frac{m(L-2l) - 2Mr}{2\pi r^3 \rho}\right] = 140 \text{ с.} \tag{6}$$

**Критерии оценивания задачи 2 (Стакан на линейке)**

| **№** | **Критерий** | **Значение** | **Балл** |
|---|---|---|---|
| 1 | Записано уравнение равновесия для первого случая. | Формула (2). | 2 |
| 2 | Записано уравнение равновесия для второго случая. | Формула (3). | 2 |
| 3 | Определена скорость испарения жидкости. | Формула (4) или эквивалентная. | 1,5 |
| 4 | Определено значение скорости испарения жидкости. | $\alpha = 0{,}084$ см/с. | 1,5 |
| 5 | Определено время испарения жидкости в первом эксперименте. | Формула (5) или эквивалентная или формула (6) или эквивалентная. | 1,5 |
| 6 | Определено значение времени испарения жидкости в первом эксперименте с точностью ±1 с. | $t_1 = 140$ с. | 1,5 |

**Задача 3. Лёд в калориметре**

Экспериментатор Петя проводит опыт с калориметром, мощность нагревательного элемента в котором равна $P = 375$ Вт. Исходно в калориметр налито некоторое количество воды неизвестной массы $m$ с температурой $t = 25°C$. Петя помещает в калориметр кусок льда массой $m_{л1} = 300$ г с температурой $t_0 = 0°C$, дожидается установления теплового равновесия, извлекает из калориметра нерастаявший лёд (если он остался) и нагревает воду в калориметре до начальной температуры $t$. Петя обнаружил, что нагрев занял $\Delta\tau_1 = 203$ с, при этом лёд растаял только частично. Определите 1) массу воды в калориметре $m$; 2) времена нагрева воды $\Delta\tau_2$ и $\Delta\tau_3$, если бы Петя взял лёд массой $m_{л2} = 200$ г и $m_{л3} = 100$ г соответственно. Удельная теплоёмкость воды $c = 4{,}2$ Дж/(°C · г), удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ Дж/г, теплообменом с окружающей средой пренебречь.

**Решение**

Возможны две различные ситуации при теплообмене льда с водой в калориметре: лёд растает полностью или часть льда не растает. Проанализируем эти варианты по отдельности.

1) Лёд растаял полностью.

Условие того, что лёд растаял полностью, может быть записано как $\lambda m_л \le cm(t - t_0) = cmt$.

В этом случае после установления теплового равновесия в калориметре будет находиться вода с температурой $t_1$, которую можно определить с помощью уравнения теплового баланса:

$$\lambda m_л + cm_л(t_1 - t_0) + cm(t_1 - t) = 0,$$

$$t_1 = \frac{cmt - \lambda m_л}{c(m + m_л)}.$$

Количество теплоты $Q$, которое нужно затратить в этом случае для нагрева массы воды $m + m_л$ до начальной температуры, равно

$$Q = c(m + m_л)(t - t_1) = c(m + m_л)\left(t - \frac{cmt - \lambda m_л}{c(m + m_л)}\right) = m_л(\lambda + ct). \quad (1)$$

Данный результат может быть получен более простым путём, если заметить, что начальная температура воды, изначально находившейся в калориметре, равняется её конечной температуре, следовательно, всё тепло, переданное нагревательным элементом веществу в калориметре, было израсходовано на плавление льда и нагрев образовавшейся воды до температуры $t$.

В этом случае время нагрева воды может быть рассчитано следующим образом

$$\Delta\tau = \frac{Q}{P} = \frac{m_{\text{л}}(\lambda + ct)}{P}. \quad (2)$$

2) Лёд растаял частично.

Условие того, что лёд растаял частично: $\lambda m_{\text{л}} > cm(t - t_0) = cmt$.

Обозначим массу растаявшего льда $m_1$ и найдём её с помощью уравнения теплового баланса:

$$\lambda m_1 + cm(t_0 - t) = 0 \;\Rightarrow\; m_1 = \frac{cmt}{\lambda}.$$

Оставшийся лёд массы $m_{\text{л}} - m_1$ извлекают из калориметра, в котором остаётся вода массы $m + m_1$ с температурой $t_0 = 0^\circ C$, для её нагревания до температуры $t$ потребуется следующее количество теплоты:

$$Q = c(m + m_1)(t - t_0) = c\left(m + \frac{cmt}{\lambda}\right)(t - 0) = cmt\left(1 + \frac{ct}{\lambda}\right).$$

Время нагрева в этом случае

$$\Delta\tau = \frac{Q}{P} = \frac{cmt}{P}\left(1 + \frac{ct}{\lambda}\right). \quad (3)$$

Как видно, время нагрева в этом случае не зависит от массы льда $m_{\text{л}}$, помещаемой в калориметр.

По условию задачи, при $m_{\text{л}1}$ лёд растаял только частично, следовательно, время нагрева в первом случае

$$\Delta\tau_1 = \frac{cmt}{P}\left(1 + \frac{ct}{\lambda}\right) \;\Rightarrow\; m = \frac{P\Delta\tau_1}{ct\left(1 + \frac{ct}{\lambda}\right)} = 550 \text{ г}. \quad (4)$$

Пользуясь условиями для случаев 1 и 2, найдём максимальную массу льда $m_{\text{макс}}$, который может растаять при погружении в калориметр:

$$m_{\text{макс}} = m_1 = \frac{cmt}{\lambda} = 175 \text{ г}.$$

Если $m_{\text{л}} < m_{\text{макс}}$, то лёд тает полностью, в противоположном случае — только частично.

$m_{л2} = 200$ г $> m_{макс}$, лёд тает частично, в этом случае время нагрева не зависит от массы льда:

$$\Delta\tau_2 = \Delta\tau_1 = 203 \text{ с}. \quad (5)$$

$m_{л3} = 100$ г $< m_{макс}$, лёд растает полностью, тогда время нагрева

$$\Delta\tau_3 = \frac{m_{л3}(\lambda + ct)}{P} = 116 \text{ с}. \quad (6)$$

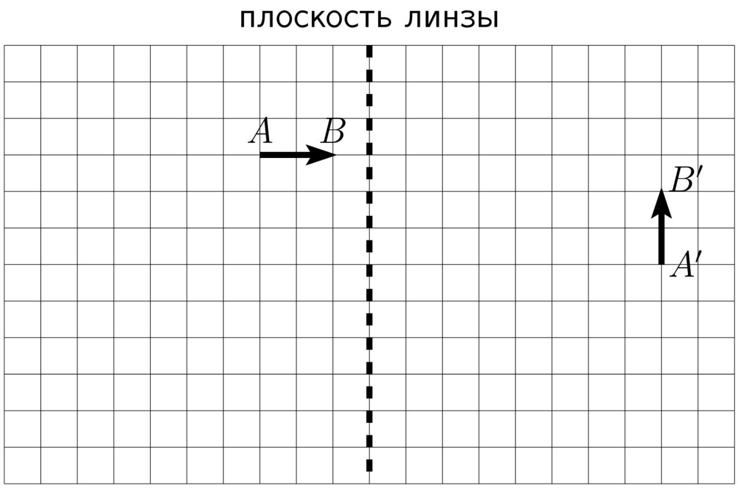
**Критерии оценивания задачи 3 (Лёд в калориметре)**

| **№** | **Критерий** | **Значение** | **Балл** |
|---|---|---|---|
| 1 | Рассмотрены два случая: лёд тает полностью и лёд тает частично. | | 1 |
| 2 | Для случая, когда лёд тает полностью, выведена формула для времени нагрева. | $\Delta\tau = \frac{Q}{P} = \frac{m_л(\lambda + ct)}{P}$. | 2 |
| 3 | Для случая, когда лёд тает частично, выведена формула для времени нагрева. | $\Delta\tau = \frac{Q}{P} = \frac{cmt}{P}\left(1 + \frac{ct}{\lambda}\right)$. | 2 |
| 4 | Определена начальная масса воды в калориметре. | $m = \frac{P\Delta\tau_1}{ct\left(1 + \frac{ct}{\lambda}\right)} = 550$ г. | 1 |
| 5 | Сделан вывод, что при массе льда $m_{л2} = 200$ г лёд тает частично. | | 1 |
| 6 | Найдено время $\Delta\tau_2$. | $\Delta\tau_2 = 203$ с. | 1 |
| 7 | Сделан вывод, что при массе льда $m_{л3} = 100$ г лёд тает полностью. | | 1 |
| 8 | Найдено время $\Delta\tau_3$. | $\Delta\tau_3 = 116$ с. | 1 |

**Задача 4. Линза и зеркало**

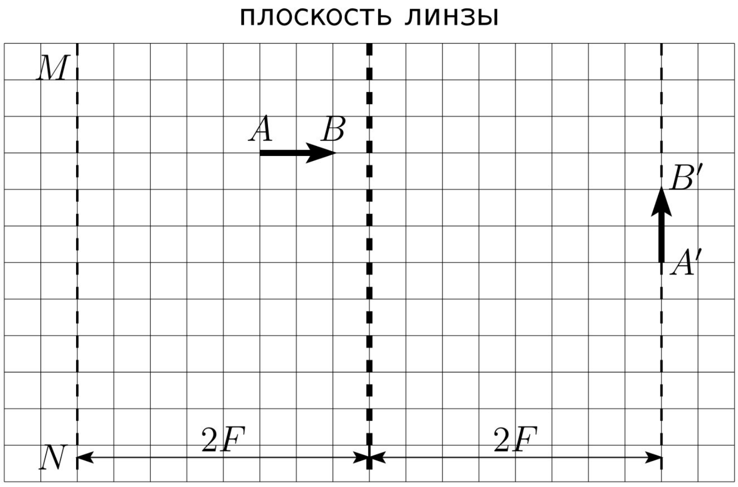
В комнате находится тонкая собирающая линза, плоское зеркало и линейный предмет $AB$. На рисунке показаны плоскость, в которой находится линза, положения предмета и его действительного изображения $A'B'$, причём это изображение исчезнет, если убрать зеркало из комнаты. Отметьте на рисунке плоскость, в которой находится зеркало, положения главной оптической оси и фокусов линзы.

Итоговое построение сделайте на копии рисунка, приведённой в листе ответа.

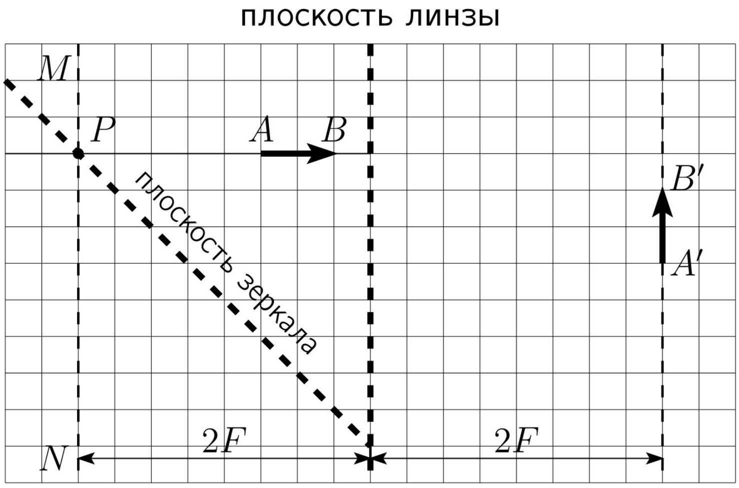



**Решение**

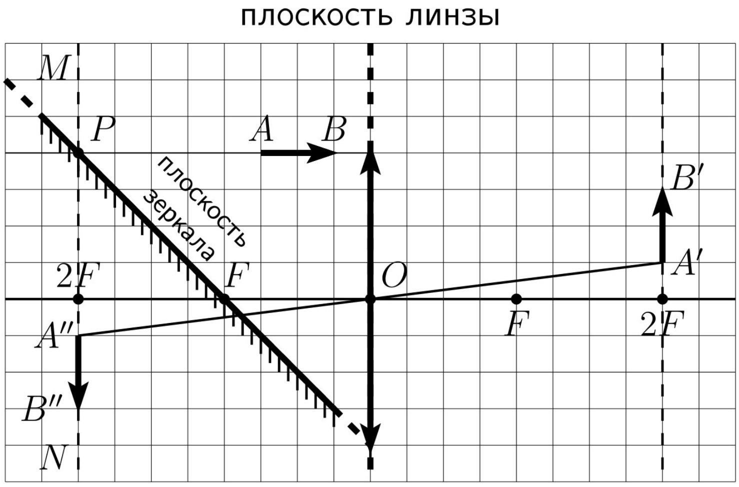
Как можно догадаться, предмет отражается в зеркале, а его отражение служит источником для изображения $A'B'$, создаваемого линзой. Обозначим отражение предмета в зеркале как $A''B''$. Поскольку размеры отражения в плоском зеркале всегда совпадают с размерами предмета, можно заметить, что размер отражения $A''B''$ равен размеру его изображения $A'B'$, а это означает, что $A'B'$ и $A''B''$ находятся от плоскости линзы на расстоянии, равном двойному фокусному. Отметим плоскость $MN$, в которой находится отражение $A''B''$, слева на таком же расстоянии от плоскости линзы, на котором находится изображение $A'B'$.




Отражение прямой, проходящей через точки $A$ и $B$, будет лежать в отмеченной на рисунке плоскости. Проведём через $AB$ прямую и отметим точку $P$ её пересечения с плоскостью $MN$, через эту точку будет проходить плоскость зеркала. Поскольку предмет $AB$ и его изображение $A''B''$ расположены симметрично относительно плоскости зеркала, чтобы восстановить положение плоскости зеркала, достаточно провести биссектрису получившегося угла (она будет проходить под углом 45° к горизонтали и вертикали.




Теперь отметим положение изображения $A''B''$ в плоскости $MN$ на том же расстоянии от точки $P$, что и предмета $AB$. Восстановим положение оптического центра $O$ линзы, соединив соответствующие точки отражения $A''B''$ и изображения $A'B'$, например, $A''$ и изображения $A'$. Проведём оптическую ось линзы перпендикулярно плоскости линзы через её оптический центр и отметим на ней удвоенное фокусное расстояние $2F$ и положение фокусов $F$.

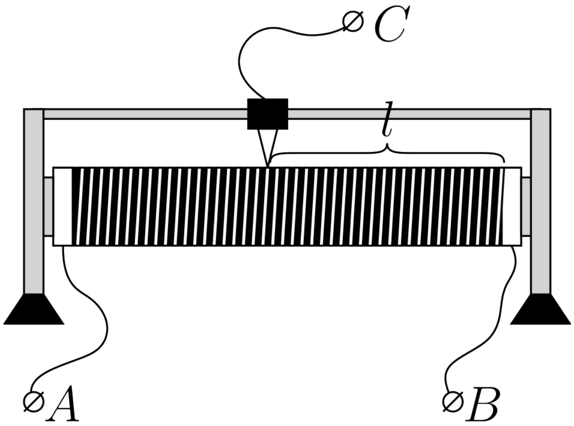


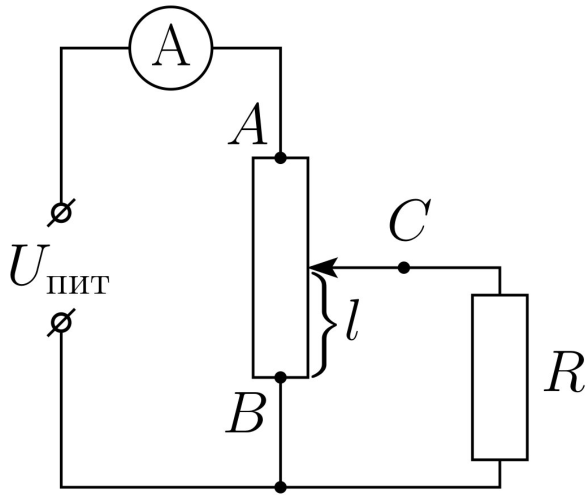

**Критерии оценивания задачи 4 (Линза и зеркало)**

| № | Критерий | Значение | Балл |
|---|---|---|---|
| 1 | Указание на равенство размеров предмета и его изображения. | | 1 |
| 2 | Догадка о том, что изображение находится на двойном фокусном расстоянии от линзы. | | 3 |
| 3 | Плоскость зеркала отмечена под углом 45° к горизонтали. | | 2 |
| 4 | Правильно отмечено положение плоскости зеркала. | | 2 |
| 5 | Проведена главная оптическая ось линзы. | | 2 |

**Задача 5. Потенциометр-1**

Школьник Саша нашёл в школьной лаборатории амперметр, резистор с известным сопротивлением $R = 100$ Ом, источник питания с неизвестным напряжением $U_{\text{пит}}$ и потенциометр — прибор, очень похожий на реостат, но имеющий три вывода вместо двух. Перемещая ползунок потенциометра, можно менять сопротивления участков от точки A до C и от точки C до B, при этом общее сопротивление потенциометра $R_0$ (от точки A до B) остаётся неизменным. Саша собрал схему, показанную на рисунке, и измерил зависимость показаний амперметра от расстояния $l$ от точки $B$ до ползунка, которая приведена в таблице. Известно, что при смещении ползунка на $\Delta l = 1$ см сопротивление участка от ползунка до точки $B$ изменяется на $k = 4\ \frac{\text{Ом}}{\text{см}}$.



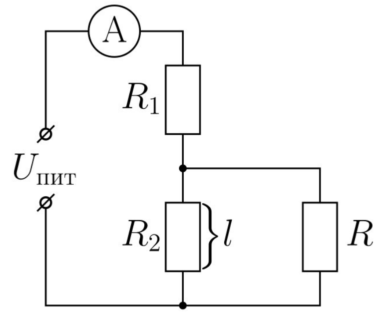




| $l$, см | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 | 45 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $I$, мА | 40,9 | 42,4 | 48,9 | 59,4 | 78,8 | 94,7 |

1. Выразите силу тока $I$, измеряемую амперметром, через $R_0$, $R$, $k$, $l$ и $U_{\text{пит}}$.
2. Перепишите полученную формулу в виде $y = R_0 - U_{\text{пит}} \cdot x$ и определите выражения для $x$ и $y$.
3. Постройте зависимость $y(x)$ на имеющемся листе с сеткой и графически определите значения полного сопротивления потенциометра $R_0$ и напряжения источника питания $U_{\text{пит}}$.

Источник питания и амперметр считайте идеальными.

**Решение**




Потенциометр с максимальным сопротивлением $R_0$ можно представить как два резистора $R_1$ и $R_2$, соединенных, как показано на рисунке, причем суммарное сопротивление резисторов $R_1 + R_2 = R_0$, а по условию, $R_2 = kl$.

Тогда, пользуясь законами последовательного и параллельного соединений, ток через амперметр можно найти по следующей формуле:

$$I = \frac{U_{\text{пит}}}{R_1 + \frac{R_2 R}{R_2 + R}} = \frac{U_{\text{пит}}}{R_0 - R_2 + \frac{R_2 R}{R_2 + R}} = \frac{U_{\text{пит}}}{R_0 - \frac{R_2^2}{R_2 + R}}. \tag{1}$$

Подставив в эту формулу $R_2 = kl$, получим ответ на первый вопрос задачи:

$$I = \frac{U_{\text{пит}}}{R_0 - \frac{(kl)^2}{kl + R}}. \tag{2}$$

Вернёмся к формуле (1) и немного преобразуем её:

$$I\left(R_0 - \frac{R_2^2}{R_2 + R}\right) = U_{\text{пит}},$$

$$IR_0 - U_{\text{пит}} = I\frac{R_2^2}{R_2 + R}.$$

Поскольку по условию задачи необходимо получить функцию $y(x) = R_0 - U_{\text{пит}} \cdot x$, разделим обе части уравнения на $I$, чтобы при $R_0$ был множитель 1:

$$R_0 - U_{\text{пит}} \cdot \frac{1}{I} = \frac{R_2^2}{R_2 + R} = \frac{(kl)^2}{kl + R} \tag{3}$$

Мы получили линейную функцию

$$R_0 - U_{\text{пит}} \cdot x = y, \qquad \text{где} \quad x = \frac{1}{I}, \quad y = \frac{(kl)^2}{kl + R},$$

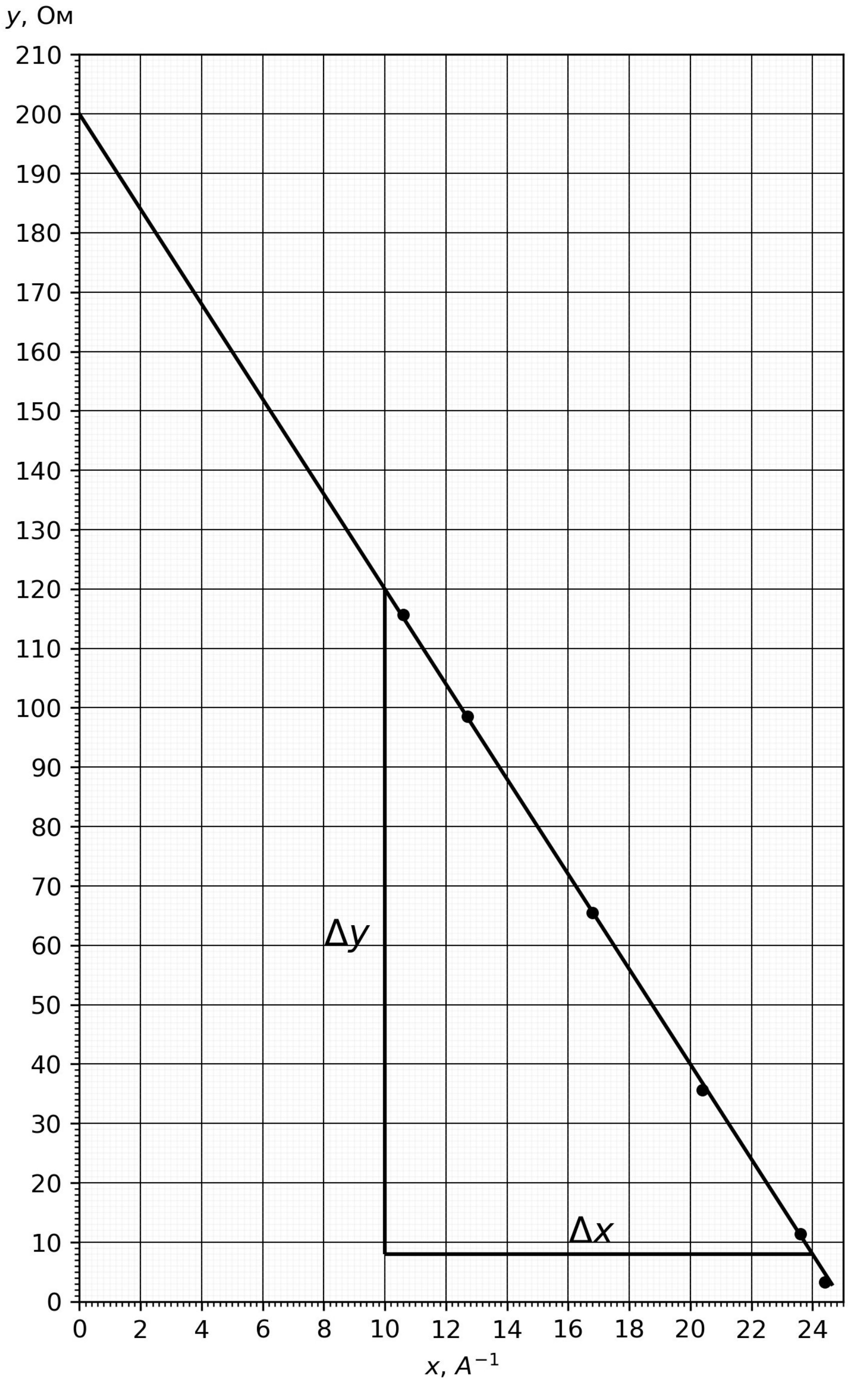
графиком которой является прямая линия. Теперь напряжение питания $U_{\text{пит}}$ можно выразить через коэффициент наклона графика $y(x)$, а полное сопротивление потенциометра $R_0$ — через точку пересечения графика с осью $Oy$. Рассчитаем значения $x$ и $y$ и внесём их в таблицу, при этом переведём силу тока в амперы, а значения $l$ оставим в сантиметрах, поскольку тогда $kl$ даст значение в омах.

| $l$, см | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 | 45 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $I$, А | 0,0409 | 0,0424 | 0,0489 | 0,0594 | 0,0788 | 0,0947 |
| $x$, $A^{-1}$ | 24,4 | 23,6 | 20,4 | 16,8 | 12,7 | 10,6 |
| $y$, Ом | 3,3 | 11,4 | 35,6 | 65,5 | 98,5 | 115,7 |

Теперь построим график $y(x)$ (см. следующую страницу). Получим значения $R_0$ и $U_{\text{пит}}$:

$$R_0 = 200 \text{ Ом},$$

$$U_{\text{пит}} = \frac{|\Delta y|}{|\Delta x|} = \frac{120 - 8}{24 - 10} = 8 \text{ В}.$$


y, Ом
210
200
190
180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
Δy
Δx
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24
x, $A^{-1}$

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
Свердловская область, Муниципальный этап, 9 класс

**Критерии оценивания задачи 5 (Потенциометр-1)**

| № | Критерий | Значение | Балл |
|---|---|---|---|
| 1 | Выведена формула зависимости силы тока от $R_0, R, k, l$ и $U_{\text{пит}}$. | $$I = \frac{U_{\text{пит}}}{R_0 - \frac{(kl)^2}{kl+R}}$$ или $$I = \frac{U_{\text{пит}}(kl+R)}{R_0 kl + R_0 R - (kl)^2},$$ или другая эквивалентная. | 3 |
| 2 | Определены формулы для величин $x, y$ в линейной зависимости $y = R_0 - U_{\text{пит}} \cdot x$. | $$x = \frac{1}{I}, \quad y = \frac{(kl)^2}{kl+R}.$$ | 3 |
| 3 | Построен график функции $y(x)$, что включает в себя: | | 2 из них: |
| | подписаны оси, | | 0,5 |
| | поставлены точки, | | 0,5 |
| | выбран подходящий масштаб, чтобы график занимал не менее 80% места, | | 0,5 |
| | проведена прямая. | | 0,5 |
| 4 | Определена величина $R_0$ с точностью не хуже $\pm$ 10 Ом. | $R_0 = 200$ Ом. | 1 |
| 5 | Определена величина $U_{\text{пит}}$ с точностью не хуже $\pm$ 0,5 В. | $U_{\text{пит}} = 8$ В. | 1 |