

9 класс

Задача №9-Е1. Не зная броду, не суйся в воду

Проводим измерения, результаты представлены в таблице 1. В последнем столбце указано значение h , расчет которого проведён по формуле, полученной в пункте 2.

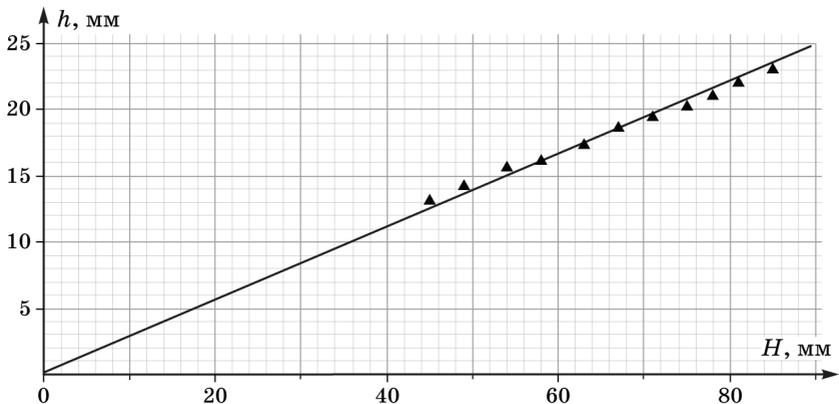
| № П/П | H , мм | a , мм | b , мм | x , мм | h , мм |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 45 | 37 | 242 | 2 | 13,1 |
| 2 | 49 | 34 | 242 | 2 | 14,2 |
| 3 | 54 | 31 | 242 | 2 | 15,6 |
| 4 | 58 | 30 | 242 | 2 | 16,1 |
| 5 | 63 | 28 | 242 | 2 | 17,3 |
| 6 | 67 | 26 | 242 | 2 | 18,6 |
| 7 | 71 | 25 | 242 | 2 | 19,4 |
| 8 | 75 | 24 | 242 | 2 | 20,2 |
| 9 | 78 | 23 | 242 | 2 | 21,0 |
| 10 | 81 | 22 | 242 | 2 | 22,0 |
| 11 | 85 | 21 | 242 | 2 | 23,0 |

Получим расчётную формулу для h . Из подобия треугольников ABC и ADE :

$$\frac{h}{x} = \frac{b}{a}; h = \frac{b \cdot x}{a}.$$

В таблицу 1 добавлен столбец, в котором содержатся результаты расчёта h .

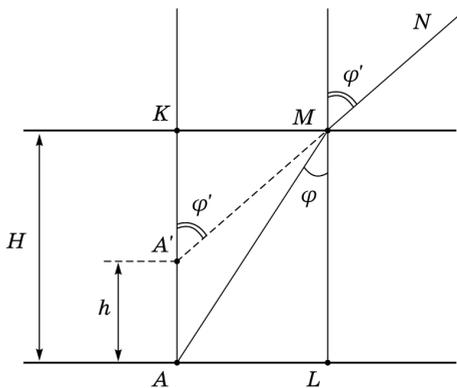
Строим график зависимости $h(H)$:



Так как точки хорошо ложатся на прямую, проходящую через начало координат, делаем вывод о линейной зависимости h от H . Проводим прямую через начало координат и определяем угловой коэффициент:

$$k \approx 0,28.$$

Рассмотрим плоскопараллельную пластину (слой воды) толщиной H и показателем преломления n . Построим ход двух лучей, идущих от точки A , расположенной на нижней поверхности пластины (дне водного слоя). Луч AK падает на верхнюю поверхность перпендикулярно, поэтому выходит без преломления. Угол падения луча AM равен φ , он выходит из пластины (слоя) под углом φ' к перпендикуляру LM к верхней поверхности. Лучи AK и MN попадают наблюдателю «в глаз», и он видит изображение точки A в точке A' (то есть точка A как бы приподнимается с точки зрения наблюдателя).



По закону преломления

$$n \cdot \sin \varphi = 1 \cdot \sin \varphi'.$$

Абсолютный показатель преломления воздуха равен 1, показатель преломления

воды равен n . Рассмотрим треугольник ALM

$$AL = LM \cdot \operatorname{tg} \varphi = H \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

Запишем соотношение между катетами треугольника $A'KM$

$$KM = KA' \cdot \operatorname{tg} \varphi'.$$

Кроме того, $KM = AL$. Так как угол падения φ и угол преломления φ' малы, то

$$\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi \approx \varphi; \operatorname{tg} \varphi' \approx \sin \varphi' \approx \varphi'.$$

Тогда

$$H \cdot \operatorname{tg} \varphi = KA' \cdot \operatorname{tg} \varphi'; H \cdot \sin \varphi = KA' \cdot n \cdot \sin \varphi; H \cdot \varphi = KA' \cdot n \cdot \varphi;$$

Так как

$$KA' = KA - AA' = H - h,$$

то для h получим

$$h = \frac{n-1}{n} \cdot H.$$

Таким образом коэффициент преломления n связан с найденным коэффициентом k соотношением

$$k = \frac{n-1}{n}.$$

Выразим показатель преломления n

$$n = \frac{1}{1-k}$$

. Подставим значения, найдем показатель преломления воды в нашей работе

$$n = \frac{1}{1-0,28} = 1,39.$$

9 класс

Задача №9-Е2. Плотность изолянта

Отрежем от листа бумаги белые края, оставив только миллиметровую сетку. Размеры получившегося листа бумаги $a = (20,0 \pm 0,1)$ см, $b = (28,0 \pm 0,1)$ см. Скрутим миллиметровку в максимально плотную трубочку (разлиновкой наружу) вдоль длинной стороны b . Закрепим края очень узкими полосками изолянта, отрезанными от основного рулона. Эту трубочку будем использовать как линейку и как рычаг. Масса трубочки

$$M = ab\sigma = 4,48 \pm 0,04 \text{ г.}$$

Измерим трубочкой ширину изолянта $l = (19 \pm 1)$ мм, внешний диаметр рулона $D = (72 \pm 1)$ мм, внутренний диаметр рулона (без учета картонной втулки) $d = (44 \pm 1)$ мм. Объем рулона изолянта можно выразить через его длину L , толщину h , ширину l :

$$V = Lhl, \quad (1)$$

а также через внешний D и внутренний d диаметры и толщину l рулона:

$$V = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} \cdot l. \quad (2)$$

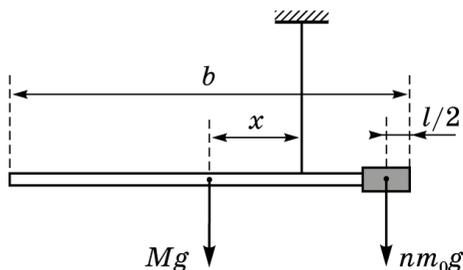
Из (1) и (2)

$$h = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4L} = (127 \pm 9) \text{ мкм.}$$

$$h = (127 \pm 9) \text{ мкм.}$$

Заводское значение толщины изолянта 0,13 мм.

Для выполнения второго и третьего пунктов задания необходимо измерить массу изолянта. В данной задаче это может быть осуществлено только с помощью известной массы листа миллиметровой бумаги. Используем изготовленную ранее бумажную трубочку в качестве рычага. Подвесим ее на нитке и определим положение центра масс, уравновесив трубочку в горизонтальном положении. Далее будем отрезать от изолянта отрезки длиной $b = 28$ см (равные длине бумажного рычага) и последовательно наматывать их заподлицо на край бумажной трубочки (см. рисунок). Обозначим массу одного отрезка m_0 . Снимем зависимость смещения x центра масс системы «рычаг + лента» от количества n отрезков изолянта длиной 28 см, намотанных на рычаг. Ниже приведена таблица измерений.



| n | x , мм | $\frac{1}{n}$ | $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{\text{м}}$ |
|-----|------------|---------------|--------------------------------------|
| 1 | 20 ± 1 | 1,00 | $50,0 \pm 2,5$ |
| 2 | 36 ± 1 | 0,50 | $27,8 \pm 0,8$ |
| 3 | 47 ± 1 | 0,33 | $21,3 \pm 0,5$ |
| 4 | 56 ± 1 | 0,25 | $17,9 \pm 0,3$ |
| 5 | 63 ± 1 | 0,20 | $15,9 \pm 0,3$ |

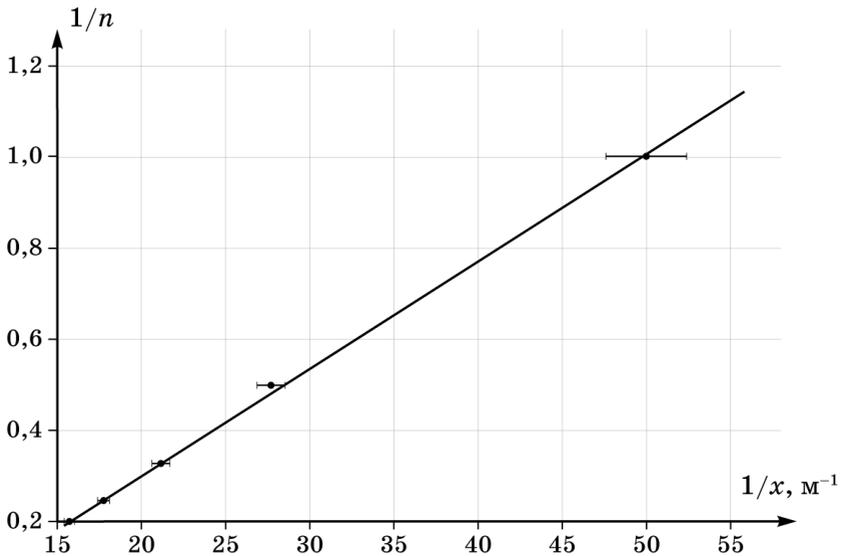
Запишем правило моментов относительно точки подвеса для системы в горизонтальном положении рычага

$$Mgx = nm_0g \left(\frac{b}{2} - \frac{l}{2} - x \right). \quad (3)$$

После преобразований

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{x} \cdot \frac{m_0}{M} \left(\frac{b-l}{2} \right) - \frac{m_0}{M}. \quad (4)$$

Видно, что зависимость $\frac{1}{n}$ от $\frac{1}{x}$ является линейной. Угловым коэффициентом k этой зависимости дает возможность определить m_0 – массу отрезка изоленты длиной 28 см. Построим график $\frac{1}{n}$ от $\frac{1}{x}$.



С помощью графика находим

$$k = \frac{m_0}{M} \left(\frac{b-l}{2} \right) = (24,4 \pm 1,2) \text{ мм}$$

или $m_0 = (0,84 \pm 0,06) \text{ г}$. Линейная плотность изолянт

$$\lambda = \frac{m_0}{b} = (3,0 \pm 0,2) \frac{\text{г}}{\text{м}}.$$

$$\lambda = (3,0 \pm 0,2) \frac{\text{г}}{\text{м}}.$$

Объемная плотность изолянт

$$\rho = \frac{\lambda}{hl} = (1,24 \pm 0,24) \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

$$\rho = (1,24 \pm 0,24) \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

Примечание: если в решении участников олимпиады из правила моментов (3) получена зависимость $\frac{1}{n}$ от $\frac{1}{x}$ (выражение (4)), то удобнее и вполне допустимо построение графика именно этой зависимости, т.е. по горизонтали откладывается обратная величина измеряемой величины, а по вертикали – изменяемой. Если же учащийся после преобразований из (3) получил зависимость $\frac{1}{x}$ от $\frac{1}{n}$, то при построении графика удобнее по горизонтали откладывать обратную величину изменяемой величины, т.е. $\frac{1}{n}$. Очевидно, что на результат такая смена осей не влияет.

Шифр

 Σ

9-Е1. Не зная броду, не суйся в воду

| № | Пункт разбалловки | Балл | Пр | Ап |
|-----|---|------|----|----|
| 1.1 | Есть таблица прямых измерений | 1.0 | | |
| 1.2 | В таблице указаны единицы измерения всех величин | 1.0 | | |
| | Количество прямых измерений | | | |
| 1.3 | 11 и более точек | 4.0 | | |
| | – 7, 8, 9, 10 точек | 3.0 | | |
| | – 5, 6 точек | 2.0 | | |
| | – менее 5 точек | 0.0 | | |
| 2.1 | Получена формула $h = \frac{bx}{a}$ | 2.0 | | |
| 2.2 | Либо включён в таблицу измерений, либо оформлен в виде отдельной таблицы расчет h по полученной формуле | 1.0 | | |
| 3.1 | «Площадь графика» не менее 50% листа | 0.5 | | |
| 3.2 | Оси подписаны, есть единицы измерения на обеих осях | 0.5 | | |
| 3.3 | Масштаб удобный и указан по всей оси | 0.5 | | |
| 3.4 | Проведена прямая, проходящая через начало координат | 0.5 | | |
| 3.5 | Прямая на графике участника содержит точку (0;0) | 2.0 | | |
| 3.6 | Ответ участника для k принадлежит интервалу [0,25; 0,31] | 2.0 | | |
| | – Ответ участника для k принадлежит интервалу [0,22; 0,34] | 1.0 | | |
| 4.1 | Построен ход лучей | 1.0 | | |
| 4.2 | Получена формула $h = \frac{n-1}{n} H$ | 2.0 | | |
| 4.3 | Показатель преломления n выражен через k | 1.0 | | |
| 4.4 | Найдено значение n Попадание ответа участника в интервал: [1,10; 1,50] | 1.0 | | |
| | – Найдено значение n Попадание ответа участника в интервал: [1,00; 1,70] | 0.5 | | |

Шифр

 Σ **9-Е2. Плотность изоленды**

| № | Пункт разбалловки | Балл | Пр | Ап |
|------|---|-------------------|----|----|
| 1.1 | Метод 1. Объем изоленды выражен через его длину L , толщину h , ширину l : $V = Lhl$ | 1.0 | | |
| 1.2 | Метод 1. Объем изоленды выражен через внешний D и внутренний d диаметры и толщину l рулона: $V = \frac{\pi(D^2-d^2)}{4}l$ | 1.0 | | |
| 1.3 | Метод 1. Получена расчетная формула $h = \frac{\pi(D^2-d^2)}{4L}$ | 0.5 | | |
| 1.4 | Метод 1. Измерены внешний и внутренний диаметры D и d изоленды | 2 знач по 0.5 | | |
| 1.5° | Метод 2. Толщина изоленды – это отношение толщины стопки наклеенных друг на друга кусочков изоленды и числа кусочков $h = \frac{H}{N}$ | 0.5 | | |
| 1.6° | Метод 2. Измерены H и N | 2 знач по 0.5 | | |
| 1.7 | Найдена толщина изоленды h ($\pm 10\%$ от эталонного значения, измеренного членами жюри) – Найдена толщина изоленды h ($\pm 20\%$ от эталонного значения, измеренного членами жюри) | 1.0 0.5 | | |
| 1.8 | Вычислена погрешность найденного значения толщины изоленды | 0.5 | | |
| 2.1 | Измерены длины сторон листа бумаги без белых полей | 0.5 | | |
| 2.2 | Рассчитана масса листа бумаги без белых полей | 0.5 | | |
| 2.3 | Идея «бумажная трубочка как рычаг известной массы» | 0.5 | | |
| 2.4 | Найдено положение центра масс трубочки | 0.5 | | |
| 2.5 | Снята зависимость смещения x центра масс системы «рычаг + изолента» от длины намотанной изоленды или количества отрезков определенной длины. Возможны и другие варианты, например, снята зависимость массы изоленды (вычисленная в каждом случае по уравнению моментов) от ее длины. Оцениваются не более 5 точек | 5 точек по 0.5 | | |

| | | | | |
|------|---|-----------------------|--|--|
| 2.6 | Плечи рычагов были длинными: изоленга нама- тывалась (или прикреплялась на нити) ближе к концу рычага. | 0.5 | | |
| 2.7 | Записано правило моментов | 2.0 | | |
| 2.8 | Предложена линеаризация измеренной зависимо- сти | 1.0 | | |
| 2.9 | Размер и подпись осей (разделы 1-4 таблицы Тре- бований к проведению РЭ ВсОШ) | 0.5 | | |
| 2.10 | Оцифровка осей (раздел 5 Таблицы) | 0.5 | | |
| 2.11 | Нанесение точек (раздел 6 таблицы) | 0.5 | | |
| 2.12 | Линия графика (раздел 7 таблицы) | 0.5 | | |
| 2.13 | Грамотно определена погрешность углового или свободного коэффициента (того, который необхо- дим для дальнейших расчетов), в том числе на графике присутствуют кресты погрешностей. | 0.5 | | |
| 2.14 | Измерена ширина изоленги l | 0.5 | | |
| 2.15 | Найдена линейная плотность изоленги ($\pm 15\%$ от эталонного значения, измеренного членами жю- ри) — Найдена линейная плотность изоленги ($\pm 30\%$ от эталон- ного значения, измеренного членами жюри) | 1.5 <i>0.5</i> | | |
| 2.16 | Вычислена погрешность найденного значения ли- нейной плотности изоленги | 0.5 | | |
| 3.1 | Формула, связывающая объемную и линейную плотности $\rho = \frac{\lambda}{hl}$ | 0.5 | | |
| 3.2 | Найдена объемная плотность изоленги ($\pm 20\%$ от эталонного значения, измеренного членами жю- ри) — Найдена объемная плотность изоленги ($\pm 40\%$ от эталон- ного значения, измеренного членами жюри) | 1.0 <i>0.5</i> | | |
| 3.3 | Вычислена погрешность найденного значения объемной плотности изоленги | 0.5 | | |