

## 9 класс

### Задача №9-Е1. Не зная броду, не суйся в воду

Проводим измерения, результаты представлены в таблице 1. В последнем столбце указано значение  $h$ , расчет которого проведён по формуле, полученной в пункте 2.

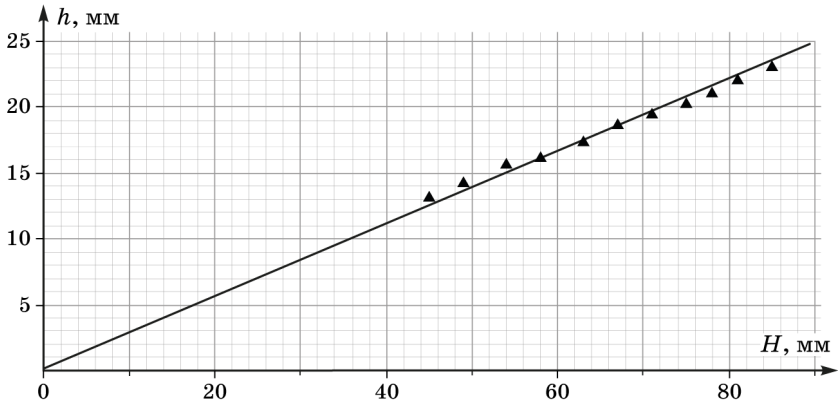
| № П/П | $H$ , мм | $a$ , мм | $b$ , мм | $x$ , мм | $h$ , мм |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1     | 45       | 37       | 242      | 2        | 13,1     |
| 2     | 49       | 34       | 242      | 2        | 14,2     |
| 3     | 54       | 31       | 242      | 2        | 15,6     |
| 4     | 58       | 30       | 242      | 2        | 16,1     |
| 5     | 63       | 28       | 242      | 2        | 17,3     |
| 6     | 67       | 26       | 242      | 2        | 18,6     |
| 7     | 71       | 25       | 242      | 2        | 19,4     |
| 8     | 75       | 24       | 242      | 2        | 20,2     |
| 9     | 78       | 23       | 242      | 2        | 21,0     |
| 10    | 81       | 22       | 242      | 2        | 22,0     |
| 11    | 85       | 21       | 242      | 2        | 23,0     |

Получим расчётную формулу для  $h$ . Из подобия треугольников  $ABC$  и  $ADE$ :

$$\frac{h}{x} = \frac{b}{a}; h = \frac{b \cdot x}{a}.$$

В таблицу 1 добавлен столбец, в котором содержатся результаты расчёта  $h$ .

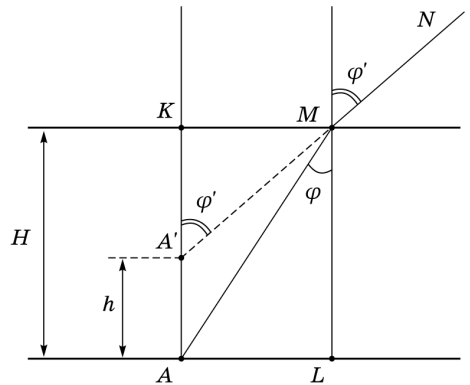
Строим график зависимости  $h(H)$ :



Так как точки хорошо ложатся на прямую, проходящую через начало координат, делаем вывод о линейной зависимости  $h$  от  $H$ . Проводим прямую через начало координат и определяем угловой коэффициент:

$$k \approx 0,28.$$

Рассмотрим плоскопараллельную пластину (слой воды) толщиной  $H$  и показателем преломления  $n$ . Построим ход двух лучей, идущих от точки  $A$ , расположенной на нижней поверхности пластины (дне водного слоя). Луч  $AK$  падает на верхнюю поверхность перпендикулярно, поэтому выходит без преломления. Угол падения луча  $AM$  равен  $\varphi$ , он выходит из пластины (слоя) под углом  $\varphi'$  к перпендикуляру  $LM$  к верхней поверхности. Лучи  $AK$  и  $MN$  попадают наблюдателю «в глаз», и он видит изображение точки  $A$  в точке  $A'$  (то есть точка  $A$  как бы приподнимается с точки зрения наблюдателя).



По закону преломления

$$n \cdot \sin \varphi = 1 \cdot \sin \varphi'.$$

Абсолютный показатель преломления воздуха равен 1, показатель преломления

воды равен  $n$ . Рассмотрим треугольник  $ALM$

$$AL = LM \cdot \operatorname{tg} \varphi = H \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

Запишем соотношение между катетами треугольника  $A'KM$

$$KM = KA' \cdot \operatorname{tg} \varphi'.$$

Кроме того,  $KM = AL$ . Так как угол падения  $\varphi$  и угол преломления  $\varphi'$  малы, то

$$\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi \approx \varphi; \operatorname{tg} \varphi' \approx \sin \varphi' \approx \varphi'.$$

Тогда

$$H \cdot \operatorname{tg} \varphi = KA' \cdot \operatorname{tg} \varphi'; H \cdot \sin \varphi = KA' \cdot n \cdot \sin \varphi; H \cdot \varphi = KA' \cdot n \cdot \varphi;$$

Так как

$$KA' = KA - AA' = H - h,$$

то для  $h$  получим

$$h = \frac{n-1}{n} \cdot H.$$

Таким образом коэффициент преломления  $n$  связан с найденным коэффициентом  $k$  соотношением

$$k = \frac{n-1}{n}.$$

Выразим показатель преломления  $n$

$$n = \frac{1}{1-k}$$

. Подставим значения, найдем показатель преломления воды в нашей работе

$$n = \frac{1}{1-0,28} = 1,39.$$

## 9 класс

### Задача №9-Е2. Плотность изолянта

Отрежем от листа бумаги белые края, оставив только миллиметровую сетку. Размеры получившегося листа бумаги  $a = (20,0 \pm 0,1)$  см,  $b = (28,0 \pm 0,1)$  см. Скрутим миллиметровку в максимально плотную трубочку (разлиновкой наружу) вдоль длинной стороны  $b$ . Закрепим края очень узкими полосками изолянта, отрезанными от основного рулона. Эту трубочку будем использовать как линейку и как рычаг. Масса трубочки

$$M = ab\sigma = 4,48 \pm 0,04 \text{ г.}$$

Измерим трубочкой ширину изолянта  $l = (19 \pm 1)$  мм, внешний диаметр рулона  $D = (72 \pm 1)$  мм, внутренний диаметр рулона (без учета картонной втулки)  $d = (44 \pm 1)$  мм. Объем рулона изолянта можно выразить через его длину  $L$ , толщину  $h$ , ширину  $l$ :

$$V = Lhl, \quad (1)$$

а также через внешний  $D$  и внутренний  $d$  диаметры и толщину  $l$  рулона:

$$V = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} \cdot l. \quad (2)$$

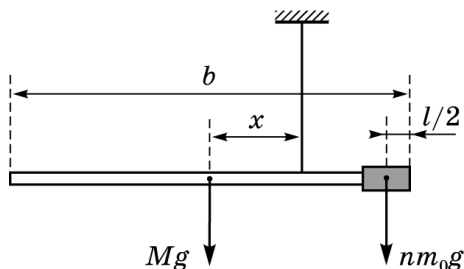
Из (1) и (2)

$$h = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4L} = (127 \pm 9) \text{ мкм.}$$

$$h = (127 \pm 9) \text{ мкм.}$$

*Заводское значение толщины изолянта 0,13 мм.*

Для выполнения второго и третьего пунктов задания необходимо измерить массу изолянта. В данной задаче это может быть осуществлено только с помощью известной массы листа миллиметровой бумаги. Используем изготовленную ранее бумажную трубочку в качестве рычага. Подвесим ее на нитке и определим положение центра масс, уравновесив трубочку в горизонтальном положении. Далее будем отрезать от изолянта отрезки длиной  $b = 28$  см (равные длине бумажного рычага) и последовательно наматывать их заподлицо на край бумажной трубочки (см. рисунок). Обозначим массу одного отрезка  $m_0$ . Снимем зависимость смещения  $x$  центра масс системы «рычаг + лента» от количества  $n$  отрезков изолянта длиной 28 см, намотанных на рычаг. Ниже приведена таблица измерений.



| $n$ | $x$ , мм   | $\frac{1}{n}$ | $\frac{1}{x}$ , $\frac{1}{\text{м}}$ |
|-----|------------|---------------|--------------------------------------|
| 1   | $20 \pm 1$ | 1,00          | $50,0 \pm 2,5$                       |
| 2   | $36 \pm 1$ | 0,50          | $27,8 \pm 0,8$                       |
| 3   | $47 \pm 1$ | 0,33          | $21,3 \pm 0,5$                       |
| 4   | $56 \pm 1$ | 0,25          | $17,9 \pm 0,3$                       |
| 5   | $63 \pm 1$ | 0,20          | $15,9 \pm 0,3$                       |

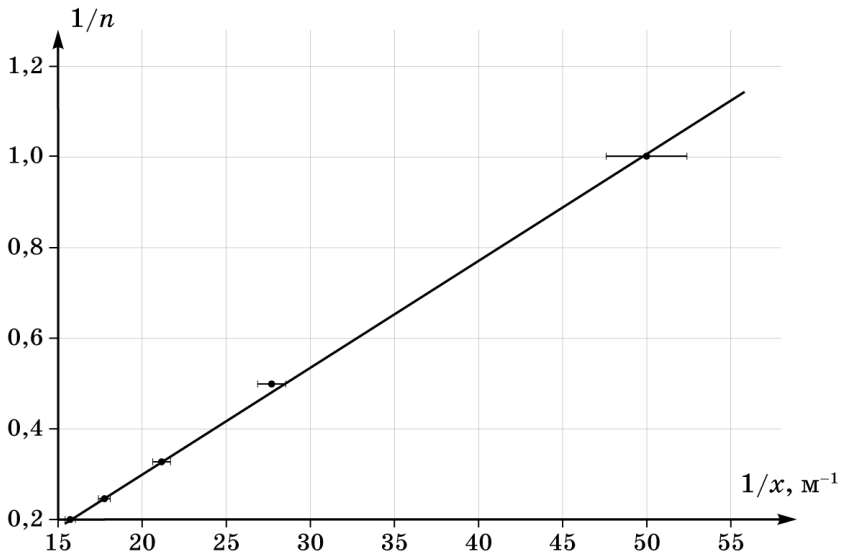
Запишем правило моментов относительно точки подвеса для системы в горизонтальном положении рычага

$$Mgx = nm_0g \left( \frac{b}{2} - \frac{l}{2} - x \right). \quad (3)$$

После преобразований

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{x} \cdot \frac{m_0}{M} \left( \frac{b-l}{2} \right) - \frac{m_0}{M}. \quad (4)$$

Видно, что зависимость  $\frac{1}{n}$  от  $\frac{1}{x}$  является линейной. Угловым коэффициентом  $k$  этой зависимости дает возможность определить  $m_0$  – массу отрезка изоленты длиной 28 см. Построим график  $\frac{1}{n}$  от  $\frac{1}{x}$ .



С помощью графика находим

$$k = \frac{m_0}{M} \left( \frac{b-l}{2} \right) = (24,4 \pm 1,2) \text{ мм}$$

или  $m_0 = (0,84 \pm 0,06) \text{ г}$ . Линейная плотность изолянт

$$\lambda = \frac{m_0}{b} = (3,0 \pm 0,2) \frac{\text{г}}{\text{м}}.$$

$$\lambda = (3,0 \pm 0,2) \frac{\text{г}}{\text{м}}.$$

Объемная плотность изолянт

$$\rho = \frac{\lambda}{hl} = (1,24 \pm 0,24) \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

$$\rho = (1,24 \pm 0,24) \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

*Примечание:* если в решении участников олимпиады из правила моментов (3) получена зависимость  $\frac{1}{n}$  от  $\frac{1}{x}$  (выражение (4)), то удобнее и вполне допустимо построение графика именно этой зависимости, т.е. по горизонтали откладывается обратная величина измеряемой величины, а по вертикали – изменяемой. Если же учащийся после преобразований из (3) получил зависимость  $\frac{1}{x}$  от  $\frac{1}{n}$ , то при построении графика удобнее по горизонтали откладывать обратную величину изменяемой величины, т.е.  $\frac{1}{n}$ . Очевидно, что на результат такая смена осей не влияет.

Шифр

 $\Sigma$ 

## 9-Е1. Не зная броду, не суйся в воду

| №   | Пункт разбалловки   | Балл | Пр | Ап |
|-----|---|------|----|----|
| 1.1 | Есть таблица прямых измерений   | 1.0  |    |    |
| 1.2 | В таблице указаны единицы измерения всех величин  | 1.0  |    |    |
|     | <b>Количество прямых измерений</b>  |      |    |    |
| 1.3 | 11 и более точек  | 4.0  |    |    |
|     | – 7, 8, 9, 10 точек   | 3.0  |    |    |
|     | – 5, 6 точек  | 2.0  |    |    |
|     | – менее 5 точек   | 0.0  |    |    |
| 2.1 | Получена формула $h = \frac{bx}{a}$   | 2.0  |    |    |
| 2.2 | Либо включён в таблицу измерений, либо оформлен в виде отдельной таблицы расчет $h$ по полученной формуле | 1.0  |    |    |
| 3.1 | «Площадь графика» не менее 50% листа  | 0.5  |    |    |
| 3.2 | Оси подписаны, есть единицы измерения на обеих осях   | 0.5  |    |    |
| 3.3 | Масштаб удобный и указан по всей оси  | 0.5  |    |    |
| 3.4 | Проведена прямая, проходящая через начало координат   | 0.5  |    |    |
| 3.5 | Прямая на графике участника содержит точку (0;0)  | 2.0  |    |    |
| 3.6 | Ответ участника для $k$ принадлежит интервалу [0,25; 0,31]  | 2.0  |    |    |
|     | – Ответ участника для $k$ принадлежит интервалу [0,22; 0,34]  | 1.0  |    |    |
| 4.1 | Построен ход лучей  | 1.0  |    |    |
| 4.2 | Получена формула $h = \frac{n-1}{n} H$  | 2.0  |    |    |
| 4.3 | Показатель преломления $n$ выражен через $k$  | 1.0  |    |    |
| 4.4 | Найдено значение $n$ Попадание ответа участника в интервал: [1,10; 1,50]                                  | 1.0  |    |    |
|     | – Найдено значение $n$ Попадание ответа участника в интервал: [1,00; 1,70]                                | 0.5  |    |    |

Шифр

 $\Sigma$ **9-Е2. Плотность изоленды**

| №    | Пункт разбалловки   | Балл              | Пр | Ап |
|------|---|-------------------|----|----|
| 1.1  | <b>Метод 1.</b> Объем изоленды выражен через его длину $L$ , толщину $h$ , ширину $l$ : $V = Lhl$   | 1.0               |    |    |
| 1.2  | <b>Метод 1.</b> Объем изоленды выражен через внешний $D$ и внутренний $d$ диаметры и толщину $l$ рулона: $V = \frac{\pi(D^2-d^2)}{4}l$  | 1.0               |    |    |
| 1.3  | <b>Метод 1.</b> Получена расчетная формула $h = \frac{\pi(D^2-d^2)}{4L}$  | 0.5               |    |    |
| 1.4  | <b>Метод 1.</b> Измерены внешний и внутренний диаметры $D$ и $d$ изоленды   | 2 знач<br>по 0.5  |    |    |
| 1.5° | <b>Метод 2.</b> Толщина изоленды – это отношение толщины стопки наклеенных друг на друга кусочков изоленды и числа кусочков $h = \frac{H}{N}$   | 0.5               |    |    |
| 1.6° | <b>Метод 2.</b> Измерены $H$ и $N$  | 2 знач<br>по 0.5  |    |    |
| 1.7  | Найдена толщина изоленды $h$ ( $\pm 10\%$ от эталонного значения, измеренного членами жюри )<br>– Найдена толщина изоленды $h$ ( $\pm 20\%$ от эталонного значения, измеренного членами жюри )  | 1.0<br><br>0.5    |    |    |
| 1.8  | Вычислена погрешность найденного значения толщины изоленды  | 0.5               |    |    |
| 2.1  | Измерены длины сторон листа бумаги без белых полей  | 0.5               |    |    |
| 2.2  | Рассчитана масса листа бумаги без белых полей   | 0.5               |    |    |
| 2.3  | Идея «бумажная трубочка как рычаг известной массы»  | 0.5               |    |    |
| 2.4  | Найдено положение центра масс трубочки  | 0.5               |    |    |
| 2.5  | Снята зависимость смещения $x$ центра масс системы «рычаг + изолента» от длины намотанной изоленды или количества отрезков определенной длины. Возможны и другие варианты, например, снята зависимость массы изоленды (вычисленная в каждом случае по уравнению моментов) от ее длины. Оцениваются не более 5 точек | 5 точек<br>по 0.5 |    |    |



|      |   |                       |  |  |
|------|---|-----------------------|--|--|
| 2.6  | Плечи рычагов были длинными: изоленга нама-<br>тывалась (или прикреплялась на нити) ближе к<br>концу рычага.  | 0.5                   |  |  |
| 2.7  | Записано правило моментов   | 2.0                   |  |  |
| 2.8  | Предложена линеаризация измеренной зависимо-<br>сти   | 1.0                   |  |  |
| 2.9  | Размер и подпись осей (разделы 1-4 таблицы Тре-<br>бований к проведению РЭ ВсОШ)  | 0.5                   |  |  |
| 2.10 | Оцифровка осей (раздел 5 Таблицы)   | 0.5                   |  |  |
| 2.11 | Нанесение точек (раздел 6 таблицы)  | 0.5                   |  |  |
| 2.12 | Линия графика (раздел 7 таблицы)  | 0.5                   |  |  |
| 2.13 | Грамотно определена погрешность углового или<br>свободного коэффициента (того, который необхо-<br>дим для дальнейших расчетов), в том числе на<br>графике присутствуют кресты погрешностей.                             | 0.5                   |  |  |
| 2.14 | Измерена ширина изоленги $l$  | 0.5                   |  |  |
| 2.15 | Найдена линейная плотность изоленги ( $\pm 15\%$ от<br>эталонного значения, измеренного членами жю-<br>ри)<br>— Найдена линейная плотность изоленги ( $\pm 30\%$ от эталон-<br>ного значения, измеренного членами жюри) | 1.5<br><br><i>0.5</i> |  |  |
| 2.16 | Вычислена погрешность найденного значения ли-<br>нейной плотности изоленги  | 0.5                   |  |  |
| 3.1  | Формула, связывающая объемную и линейную<br>плотности $\rho = \frac{\lambda}{hl}$   | 0.5                   |  |  |
| 3.2  | Найдена объемная плотность изоленги ( $\pm 20\%$ от<br>эталонного значения, измеренного членами жю-<br>ри)<br>— Найдена объемная плотность изоленги ( $\pm 40\%$ от эталон-<br>ного значения, измеренного членами жюри) | 1.0<br><br><i>0.5</i> |  |  |
| 3.3  | Вычислена погрешность найденного значения<br>объемной плотности изоленги  | 0.5                   |  |  |