

Всероссийская олимпиада школьников 2023/24 учебного года
Муниципальный этап по математике
Вологодская область

10 класс

1. Верно ли, что для любых положительных a, b, c выполнено неравенство $a^4b + b^4c + c^4a \geq a^3b^2 + b^3c^2 + c^3a^2$?

2. У Ани имеется семь карточек с цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. У Вики также имеется семь карточек с цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Могут ли Аня и Вика составить из всех своих карточек разные семизначные числа так, что число Ани разделится на число Вики?

3. Барон Мюнхгаузен утверждает, что однажды ему удалось разрезать три равных квадрата (красный, зелёный и синий); после разрезания образовалось 60 частей: 20 красных треугольников, 20 зелёных треугольников и 20 синих треугольников. При этом любые два одноцветных треугольника оказались равны друг другу, а любые два треугольника разного цвета – не равны друг другу. Может ли барон быть прав?

4. В клетки таблицы 4×4 необходимо расставить четыре единицы, четыре двойки, четыре тройки и четыре четвёрки. Числа должны быть расставлены по одному числу в клетку так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце встречались единица, двойка, тройка и четвёрка. Сколько существует способов расставить числа по этим правилам?

5. Плоский торт имеет форму треугольника, в котором один из углов вдвое больше другого. Сверху торт покрыт шоколадом. Коробка для торта имеет форму треугольника, равного тарту, но симметричного ему относительно некоторой прямой. Как разрезать торт на две части, которые можно будет разместить в коробке шоколадом вверх? Части не могут располагаться одна над другой.