

Всероссийская олимпиада школьников 2023/24 учебного года  
Муниципальный этап по математике  
Вологодская область

**9 класс**

1. Действительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что  $9x^2 - 128y^3 - 102x + 16y^6 + 545 = 0$ . Найдите значение выражения  $9x + 17y^3$ .

2. Существуют ли 2023 натуральных числа, для которых выполнены следующие три условия:

- а) ни одно из данных чисел не делится ни на одно из остальных данных чисел;
- б) ни одно из данных чисел не является квадратом натурального числа;
- в) произведение любых двух данных чисел является квадратом натурального числа?

3. Плоский торт имеет форму остроугольного треугольника, в котором один из углов вдвое больше другого. Сверху торт покрыт шоколадом. Коробка для торта имеет форму треугольника, равного тарту, но симметричного ему относительно некоторой прямой. Как разрезать торт на две части, которые можно будет разместить в коробке шоколадом вверх? Части не могут располагаться одна над другой.

4. Имеется 100 яблок; любые два из них – разной массы. Также имеются чашечные весы, с помощью которых можно сравнивать массу любых двух яблок: на левую чашу весов помещается одно из сравниваемых яблок, на правую другое, и та из чаш, на которой более тяжёлое яблоко, перевешивает. На одну чашу весов нельзя одновременно поместить больше одного яблока. Как за не более, чем 120 взвешиваний гарантированно найти три самых тяжёлых яблока? Выяснить, как яблоки в найденной тройке упорядочены по массе, не обязательно.

5. На столе находятся две шкатулки с монетами - красная и белая. В красной шкатулке 15 монет, в белой 14. Алексей и Борис играют в следующую игру, делая ходы по очереди (первым ходит Алексей). За один ход игроку разрешается либо взять из любой шкатулки две монеты и положить их себе в карман, либо переложить одну монету из красной шкатулки в белую. Проигрывает тот из игроков, кто не может сделать ход по правилам игры. Кто из игроков выиграет, если оба стремятся играть как можно лучше?