

10 класс

Задача №1. Падение в бездну

Две противоположные стены глубокого ущелья представляют собой участки параллельных вертикальных плоскостей. Однажды в безветренный день экспериментатор Глюк и теоретик Баг расположились на краях различных стен ущелья (см. рис. 2). Линия, соединяющая Глюка и Бага, образует с горизонтом угол $\varphi = 30^\circ$. Глюк и Баг бросали одинаковые шарики с одной и той же неизвестной начальной скоростью v_0 относительно Земли, причём такой, что ни один брошенный шарик не достиг противоположной стены. Траектории шариков всегда лежали в вертикальной плоскости, содержащей Глюка и Бага. На движущийся шарик действует сила сопротивления воздуха, направленная против скорости движения шарика и прямо пропорциональная ей. Размерами Глюка и Бага можно пренебречь.

После множества проведённых экспериментов Глюк и Баг выяснили следующее:

- если шарик был брошен горизонтально, то он удалялся по горизонтали на расстояние S от бросающего (см. рис. 1);
- при одновременных бросках Глюком и Багом шариков горизонтально и под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту соответственно (см. рис. 2) в установившемся режиме шарики движутся вдоль одной вертикальной прямой.

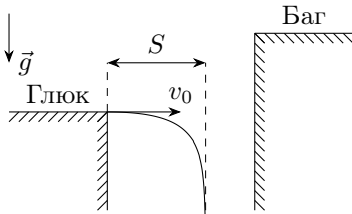


Рис. 1

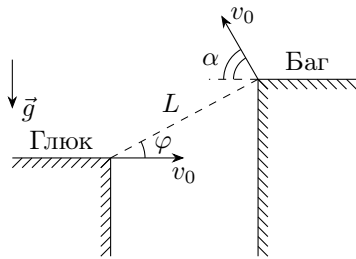


Рис. 2

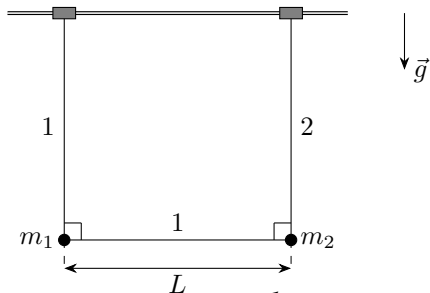
Примечание: Приводить аналитические ответы, являющиеся функциями углов α и φ , не обязательно.

1. Определите расстояние L между Глюком и Багом (см. рис. 2).

2. Для одновременных бросков Глюком и Багом шариков горизонтально и под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту соответственно, как показано на рис. 2, определите расстояние S_∞ между шариками в установившемся режиме, а также минимальное расстояние S_{min} между шариками в процессе движения.

Задача №2. Столкновение на спице

Два одинаковых маленьких невесомых коротких цилиндра могут без трения скользить по длинной закреплённой горизонтальной спице. Цилиндры соединены с невесомыми нерастяжимыми нитями 1 и 2, причём длина нити 1 на величину L больше длины нити 2 (см. рис). По нити 1 без трения может перемещаться маленькая бусинка массой m_1 , а небольшой груз массой m_2 прикреплен к концам обеих нитей. Изначально систему, состоящую из цилиндров, нитей, бусинки и груза удерживают в состоянии покоя таким образом, что спица и обе нити находятся в одной вертикальной плоскости, бусинка и груз расположены на одной горизонтали, при этом бусинка расположена на одной вертикали с цилиндром, прикрепленным к нити 1, а груз расположен на одной вертикали с цилиндром, прикрепленным к нити 2. Нити слегка натянуты. Ускорение свободного падения равно g . Считайте, что размеры цилиндров больше размеров бусинки и груза. Сопротивлением воздуха можно пренебречь. Систему отпускают.



1. Определите скорости v_1 и v_2 бусинки и груза соответственно прямо перед столкновением цилиндров.

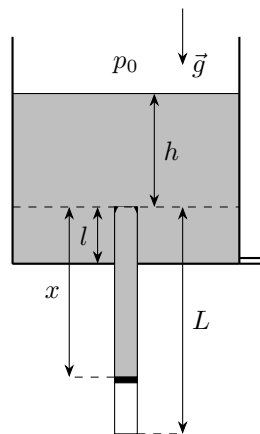
2. Определите силы натяжения T_1 и T_2 нитей 1 и 2 соответственно прямо перед столкновением цилиндров.

Задача №3. Из архива ЦПМК

В архиве ЦПМК 2011 года была обнаружена задача, в которой описывалось довольно странное устройство для экспериментов с идеальным газом.

Закрытая снизу тонкостенная цилиндрическая трубка длиной L , установленная вертикально, жёстко соединена с закреплённым цилиндрическим сосудом, ось которого также вертикальна, а диаметр во много раз превышает диаметр трубки (см. рис.). Верхняя часть трубки расположена на расстоянии l выше дна сосуда. В трубке без трения может перемещаться тонкий лёгкий герметичный поршень. Под поршнем находится воздух, который можно считать идеальным газом. В верхней части трубки расположены небольшие упоры, ограничивающие движение поршня вверх.

В стенке сосуда вблизи его дна проделано небольшое отверстие. С помощью тонкой трубочки через отверстие сосуд очень медленно



наполняют ртутью, а затем так же медленно понижают уровень ртути в сосуде до его дна.

Далее везде h обозначает уровень ртути в сосуде относительно верхней части трубки, а x – расстояние между поршнем и упорами. Считайте, что в процессе изменения уровня ртути в сосуде температура воздуха под поршнем и атмосферное давление остаются постоянными.

Параметры установки: $L = 3,04$ м, $l = 0,04$ м, атмосферное давление p_0 равно гидростатическому давлению столба ртути высотой $h_0 = p_0/\rho g = 0,76$ м, где ρ – плотность ртути, а g – ускорение свободного падения. Величины p_0 , ρ и g считайте неизвестными.

Во всех пунктах задачи приведите как аналитические выражения, так и численные значения для ответов.

Изначально ртути в сосуде и над поршнем нет, а давление воздуха под поршнем превышает величину атмосферного давления. В пунктах 1 – 3 считайте, что когда уровень ртути в сосуде достиг максимального значения $h_{max} = 1,52$ м, расстояние между поршнем и упорами составило $x_{max} = 2,28$ м.

1. Рассмотрим процесс повышения уровня ртути в сосуде. При каком значении уровня h_1 ртути в сосуде поршень пришёл в движение?

2. Пусть уровень ртути в сосуде в процессе его повышения составил $h_1 + \Delta h$, где $0 < \Delta h \ll h_1$. Найдите возможные значения x_1 между поршнем и упорами.

3. На каком расстоянии x_2 до упоров будет находиться поршень, когда уровень ртути в сосуде понизится до его дна? Ответ обоснуйте.

4. Ртуть полностью откачали из сосуда и пространства над поршнем, после чего изменили количество воздуха под поршнем. Далее процессы повышения и понижения уровня в сосуде с помощью трубочки через отверстие повторили. Оказалось, что когда уровень ртути в сосуде достиг величины $h_{max} = 1,52$ м, расстояние между поршнем и упорами составило $x'_{max} = 1,52$ м. При каком значении уровня h_2 ртути в сосуде в процессе его понижения поршень достигает упоров?

Задача №4. Полёты стержня

В распоряжении экспериментатора Глюка были закреплённая равномерно заряженная по поверхности зарядом Q непроводящая сфера радиусом R и **очень длинный** тонкий прямолинейный непроводящий стержень массой m , заряженный равномерно по длине с линейной плотностью заряда λ . Известно, что заряды стержня и сферы были одноимёнными.

В первой серии экспериментов Глюк помещал стержень на поверхность сферы таким образом, что стержень касался поверхности сферы своей серединой.

Сначала Глюк отпустил стержень из состояния покоя, и когда расстояние между центрами сферы и стержня достигло неизвестной величины $l > R$, стержень двигался со скоростью $u_0 = \sqrt{Q\lambda/(2\pi\epsilon_0 m)}$ (см. рис. 1).

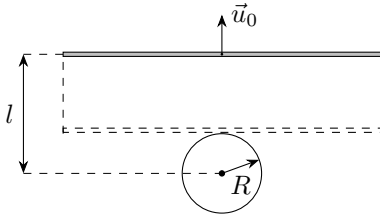


Рис. 1

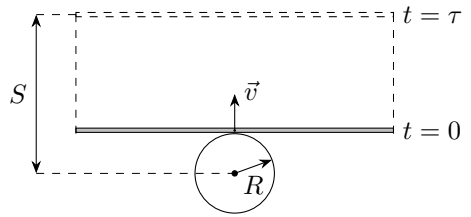


Рис. 2

Затем Глюк стал приводить стержень в движение так, что он начал поступательное движение с различными значениями начальной скорости v в направлении, перпендикулярном стержню и лежащем в плоскости, содержащей стержень и центр сферы. Глюк получил зависимость от начальной скорости v стержня времени τ , прошедшего от момента старта, через которое расстояние между центрами сферы и стержня достигало неизвестной величины $S > R$ (см. рис. 2). График полученной зависимости приведён ниже на рис. 3 в координатах $y(x)$, где $y = \tau/\tau_0$, $x = v/v_0$, а величины τ_0 и v_0 определяются выражениями:

$$\tau_0 = R\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 m}{Q\lambda}}, \quad v_0 = \sqrt{\frac{Q\lambda}{4\pi\varepsilon_0 m}}.$$

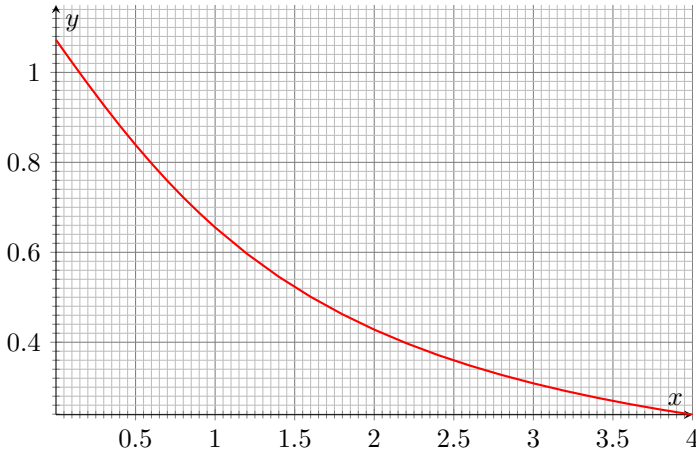


Рис. 3

Для второго эксперимента Глюк проделал в поверхности сферы небольшое отверстие, поместил конец A стержня внутрь сферы таким образом, что он оказался в центре сферы (см. рис. 4) и отпустил стержень без начальной скорости. Трения между стержнем и отверстием нет.

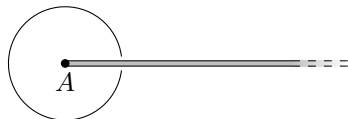


Рис. 4

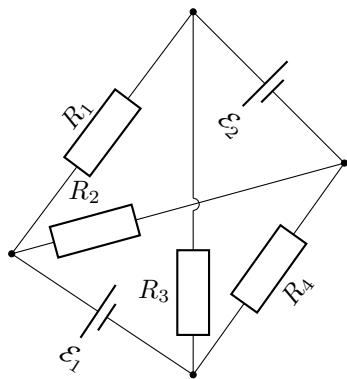
Во всех экспериментах стержни двигались поступательно. Силой сопротивления воздуха и гравитацией можно пренебречь. Величины S и l во много раз меньше длины стержня.

Для второго эксперимента определите:

1. время T_1 , прошедшее от момента старта, через которое конец A стержня оказался на поверхности сферы, а также скорость стержня V_1 в этот момент времени;
2. скорость V_2 стержня в момент, когда его конец A находился на расстоянии l от центра сферы;
3. время T , прошедшее от момента старта, через которое конец A стержня оказался на расстоянии S от центра сферы.

Задача №5. Электротетраэдр

Электрическая цепь представляет собой тетраэдр, в двух противоположных рёбрах которого находятся первый и второй идеальные источники постоянного напряжения с ЭДС \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 соответственно. В остальных рёбрах расположены четыре резистора R_1 , R_2 , R_3 и R_4 (см. рис.). Значения ЭДС источников и сопротивление одного из резисторов известны: $\mathcal{E}_1 = 6$ В, $\mathcal{E}_2 = 12$ В, $R_2 = 3$ Ом. Величина силы тока через первый источник равна $I_1 = 1$ А и не изменяется при смене полярности подключения этого источника. Величина силы тока через второй источник при указанной на рисунке полярности равна $I_2 = 2$ А. Сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь.



1. Чему будет равна величина силы тока через второй источник, если полярность первого источника изменить?
2. Найдите величину силы тока через второй источник, если: а) первый источник удалить из цепи; б) первый источник заменить переключкой с нулевым сопротивлением.
3. Чему равны сопротивления резисторов R_1 , R_3 и R_4 ?