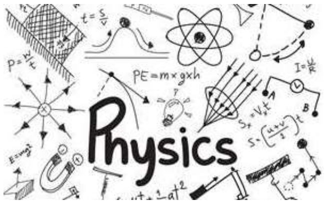
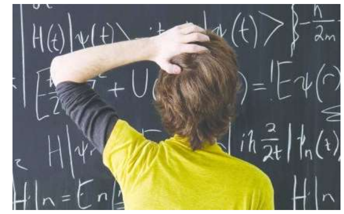
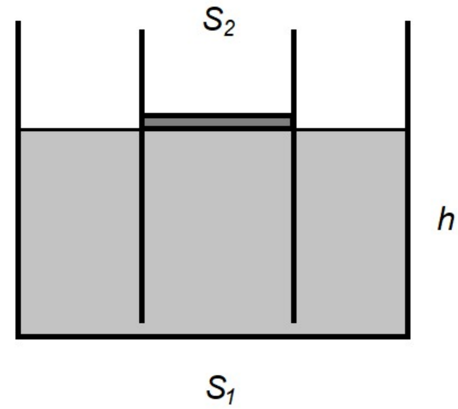


Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по физике
10 класс, 2024/2025 учебный год
Длительность 3 часа 50 минут
Максимум 50 баллов.



Задача № 1. Сосуд, трубка и поршень.

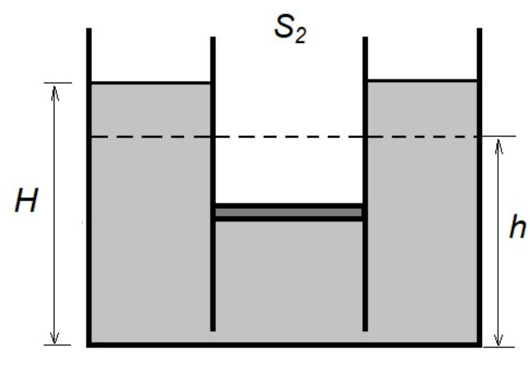
В цилиндрический сосуд площадью сечения $S_1 = 200$ см^2, заполненный до высоты $h = 15$ см водой (плотность $\rho = 1000$ кг/м^3), погружена трубка сечением $S_2 = 60$ см^2 так, как показано на рисунке. Считайте, что нижний торец трубки чуть приподнят над дном сосуда, так что вода может свободно перетекать.



1) Внутри трубки на поверхности воды лежит невесомый поршень. Какую работу необходимо совершить, чтобы переместить поршень на дно сосуда?

2) Во втором случае внутри трубки на поверхности воды удерживается поршень массой m. Каково должно быть минимальное значение m, чтобы после отпускания поршень опустился на дно сосуда? Определите изменение потенциальной энергии системы.

Возможное решение:



1) Определим зависимость силы, действующей на поршень, от смещения x относительно первоначального положения ***(1 балл)***:

$$F = \rho g(H - h + x)S_2,$$

где H – уровень жидкости в сосуде сечением S_1 при опускании поршня на высоту x.

Объем жидкости не меняется (в силу несжимаемости жидкости), поэтому ***(1 балл)***

$$hS_1 = H(S_1 - S_2) + (h - x)S_2,$$

откуда получим *(**1 балл** за зависимость F(x))*:

$$H = h + \frac{S_2}{S_1 - S_2}x \text{ и } F = \rho g x\frac{S_1 S_2}{S_1 - S_2}.$$

Работа по перемещению поршня равна площади под графиком функции $F = F(x)$ при изменении x от 0 до h *(**1 балл** за формулу + **1 балл** за численный ответ)*:

$$A = \frac{\rho g h^2}{2}\cdot\frac{S_1 S_2}{S_1 - S_2} = \frac{1000\cdot 10\cdot(0{,}15)^2}{2}\cdot\frac{0{,}02\cdot 0{,}006}{0{,}02 - 0{,}006} \approx 0{,}964 \text{ Дж}.$$

Также работу можно рассчитать как изменение потенциальной энергии воды.

2) Запишем условие опускания поршня на дно сосуда. В этом случае сила тяжести поршня будет уравновешиваться силой давления со стороны воды на нижний торец поршня ***(1 балл)***:

$$mg = \rho g H_0 S_2,$$

где H_0 – высота воды после опускания поршня. Жидкость считаем несжимаемой, поэтому ***(1 балл)***:

$$hS_1 = H_0(S_1 - S_2), \Longrightarrow H_0 = \frac{hS_1}{S_1 - S_2} = 21{,}4 \text{ см}.$$

Отсюда ***(1 балл)***:

$$m = \rho H_0 S_2 \approx 1{,}3 \text{ кг}.$$

Изменение потенциальной энергии системы равно увеличению потенциальной энергии воды плюс уменьшение потенциальной энергии поршня ***(1 балл** за формулу + **1 балл** за численный ответ)*:

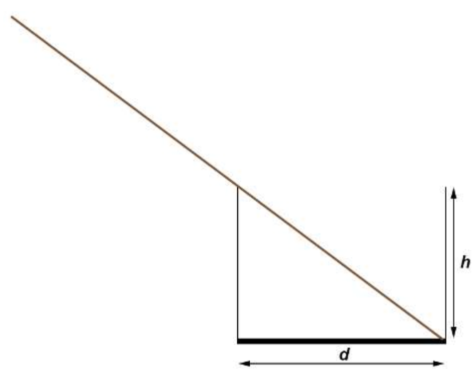
$$\Delta E = E_к - E_н = \rho g h S_1 \left(\frac{H}{2} - \frac{h}{2}\right) - mgh = -\rho g x \frac{S_1 S_2}{S_1 - S_2} \approx -0{,}964 \text{ Дж}.$$

Потенциальная энергия системы уменьшилась. Часть начальной потенциальной энергии перешла сначала в кинетическую энергию движения воды и поршня, а затем в тепло.

Итого максимум 10 баллов за задачу.

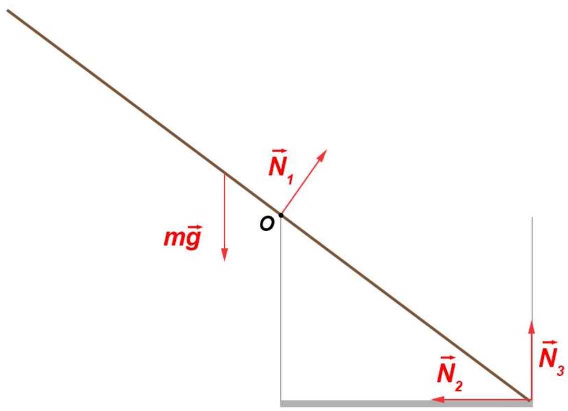
Задача № 2. Вываливающийся прутик.

В массивный цилиндрический сосуд с вертикальными гладкими стенками (внутренние размеры: диаметр дна d = 12 см, высота стенок h = 9 см) помещают тонкую однородную палочку (прутик). При какой максимальной длине палочки L она сможет удержаться в сосуде и не вывалится из него? Трением между палочкой и стенками сосуда можно пренебречь.



Возможное решение:

Расставим силы, действующие на прутик – это сила тяжести прутика и три силы реакции со стороны сосуда.



При погружении в сосуд прутик составляет с горизонтом угол α такой, что

$$\cos\alpha = \frac{d}{\sqrt{d^2+h^2}} = \frac{4}{5}, \sin\alpha = \frac{h}{\sqrt{d^2+h^2}} = \frac{3}{5}.$$

Чтобы прутик мог удержаться в сосуде, должно выполняться 2 условия: 1) результирующая всех сил, действующих на него, должна быть равна нулю; 2) сумма моментов этих сил тоже должна быть равна нулю.

Запишем сначала в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси уравнения для сил:

Ось x: $N_1 \sin\alpha = N_2$,

Ось y: $N_1 \cos\alpha + N_3 = mg$.

Если длина прутика будет максимально возможной, и он начнет вываливаться, то сила реакции со стороны дна ($\vec{N}_3$) обнулится. Тогда второе уравнение примет вид:

$N_1 \cos\alpha = mg$.

Подставив косинус, получим, что N_1 и N_2 можно выразить через mg:

$N_1 = \frac{5}{4}mg$ и $N_2 = \frac{3}{4}mg$.

Теперь запишем уравнение моментов относительно точки O в тот момент, когда прутик только-только начинает отрываться от дна:

$$mg\left(\frac{L}{2}\cos\alpha - d\right) = N_2 h.$$

Или, с учетом ранее полученных соотношений:

$mg\left(\frac{2}{5}L - d\right) = \frac{3}{4}mgh$, откуда:

$$L = \frac{5}{2}\left(d + \frac{3}{4}h\right) \approx 46{,}9 \text{ см}.$$

При большей длине прутика момент силы тяжести будет больше момента N_2, а значит прутик уже не сможет удержаться в сосуде.

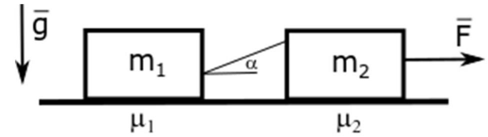
Критерии оценивания:

1) Верно расставлены силы, действующие на прутик ***(2 балла)***
2) Верно записаны уравнения для сил в проекциях на оси ***(2 балла,** по 1 баллу за каждое)*
3) Указано или использовано, что при выпадении палочки сила реакции со стороны дна будет обнуляться (***1 балл***)
4) Получено выражение для сил реакции через mg в момент отрыва палочки (***1 балл***)
5) Записано уравнение для моментов (***3 балла***)
6) Найдена максимально возможная длина палочки (***1 балл***)

Итого максимум 10 баллов за задачу.

Задача № 3. Бруски куда-то едут

Два бруска, соединенные нитью, лежат на горизонтальном столе. Массы m_1, m_2, коэффициенты трения μ_1, μ_2, угол нити с горизонтом α и ускорение свободного падения g указаны на рисунке и известны. К правому бруску прикладывают горизонтальную силу F, направленную вправо, и система приходит в движение. При движении бруски не переворачиваются, угол наклона нити не изменяется.



1) С каким ускорением a_0 будет двигаться система, если нить горизонтальна ($\alpha = 0$)?

2) Как изменится ускорение системы, если нить не будет горизонтальна ($\alpha > 0$)?

3) Какую минимальную нагрузку должна выдерживать нить, связывающая грузы? Какой угол α для этого нужно выбрать?

Возможное решение:

1) Рассмотрим 2 бруска как единую систему. На эту систему действуют по горизонтали сила F и две силы тяжести:

$F - \mu_1 N_1 - \mu_2 N_2 = (m_1+m_2)a,$ **(1 балл)**

$N_1 = m_1$g, ***(0,5 балла)***

$N_2 = m_2$g. ***(0,5 балла)***

Отсюда получаем:

$F - \mu_1 m_1 g - \mu_2 m_2 g = (m_1 + m_2)a,$

$$a_0 = \frac{F - \mu_1 m_1 g - \mu_2 m_2 g}{m_1 + m_2}. \qquad (\mathbf{1}\text{ балл})$$

2) Рассмотрим 2 бруска как единую систему.

$F - \mu_1 N_1 - \mu_2 N_2 = (m_1 + m_2)a.$

Запишем для каждого бруска проекции сил на вертикальную ось:

$N_1 = m_1 g - T\sin(\alpha)$ ***(0,5 балла)***

$N_2 = m_2 g + T\sin(\alpha)$ ***(0,5 балла)***

Получаем:

$F - \mu_1 m_1 g + \mu_1 T\sin(\alpha) - \mu_2 m_2 g - \mu_2 T\sin(\alpha) = (m_1 + m_2)a,$

$F - \mu_1 m_1 g - \mu_2 m_2 g + (\mu_1 - \mu_2)T\sin(\alpha) = (m_1 + m_2)a,$

$$a = a_0 + \frac{(\mu_1 - \mu_2)Tsin(\alpha)}{m_1 + m_2}. \qquad (\mathbf{1}\text{ балл})$$

Т.к. $T > 0$ и $\alpha > 0$, то при ($\mu_1 > \mu_2$) ускорение увеличится, при ($\mu_1 < \mu_2$) ускорение уменьшиться ***(1 балл).***

3) Запишем второй закон Ньютона для левого груза

$T\cos(\alpha) - \mu_1 N_1 = m_1 a.$ ***(0,5 балла)***

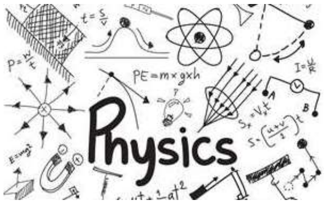
$N_1 = m_1 g - T\sin(\alpha).$

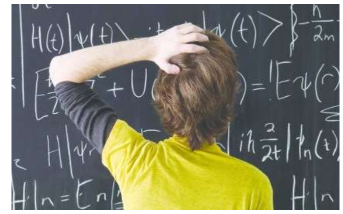
Подставляем ускорение, найденное во втором пункте:

$T\cos(\alpha) - \mu_1(m_1 g - T\sin(\alpha)) = m_1(a_0 + (\mu_1 - \mu_2)T\sin(\alpha)/(m_1 + m_2)),$

$T\cos(\alpha) - \mu_1 m_1 g - \mu_1 T\sin(\alpha) = m_1 a_0 + (\mu_1 - \mu_2)T\sin(\alpha)m_1/(m_1 + m_2),$

$T\cos(\alpha) + \mu_1 T\sin(\alpha) - (\mu_1 - \mu_2)T\sin(\alpha)m_1/(m_1 + m_2) = m_1 a_0 + \mu_1 m_1 g,$





$$T\left(cos(\alpha) + \frac{sin(\alpha)(\mu_1 m_2 + \mu_2 m_1)}{m_1 + m_2}\right) = m_1 a_0 + \mu_1 m_1 g. \qquad (\mathbf{1}\ \text{балл})$$

Минимальная сила соответствует максимальному выражению ***(0,5 балла)***

$$cos(\alpha) + \frac{sin(\alpha)(\mu_1 m_2 + \mu_2 m_1)}{m_1 + m_2}$$

Или

cos(α)+ Asin(α) –> max, где $A = (\mu_1 m_2 + \mu_2 m_1)/(m_1 + m_2)$.

Методом дополнительного угла или через производную находим искомый угол

tg(α) = $A = (\mu_1 m_2 + \mu_2 m_1)/(m_1 + m_2)$ ***(1 балл)***

Найдем T для этого угла:

$$T\sqrt{1 + A^2} = m_1 a_0 + \mu_1 m_1 g,$$

$T((\mu_1 m_2 + \mu_2 m_1)^2 + (m_1 + m_2)^2)^{0,5} / (m_1 + m_2) = m_1(F - \mu_1 m_1 g - \mu_2 m_2 g)/(m_1 + m_2) + \mu_1 m_1 g$

$T((\mu_1 m_2 + \mu_2 m_1)^2 + (m_1 + m_2)^2)^{0,5} = m_1(F - \mu_1 m_1 g - \mu_2 m_2 g) + \mu_1 m_1 g(m_1 + m_2)$

$T((\mu_1 m_2 + \mu_2 m_1)^2 + (m_1 + m_2)^2)^{0,5} = m_1(F - \mu_2 m_2 g) + \mu_1 m_1 g(m_2) = m_1(F + (\mu_1 - \mu_2) m_2 g)$

$$T = \frac{m_1(F + (\mu_1 - \mu_2) m_2 g)}{\sqrt{(\mu_1 m_2 + \mu_2 m_1)^2 + (m_1 + m_2)^2}}, \qquad (\mathbf{1}\ \text{балл})$$

Итого максимум 10 баллов за задачу.

Задача № 4. Четыре точки из архива Снеллиуса

Говорят, что в архиве Снеллиуса нашли чертёж оптической схемы (рис.), на котором были изображены тонкая линза, её фокусы, два точечных источника света (S_1 и S_2) и их изображения ($S_1{}'$ и $S_2{}'$). От времени чернила выцвели, и на чертеже остались видны только источники и их изображения без каких-либо обозначений. Из пояснений к чертежу следовало, что источники находились по одну сторону от плоскости линзы, причем S_1 располагался на расстоянии *2F*, а S_2 – на расстоянии *3F* от нее. Определите тип линзы, обозначьте источники и их изображения, а также восстановите изначальный рисунок по этим данным.

Возможное решение:

Из четырех точек можно выбрать различные пары только 3 способами.

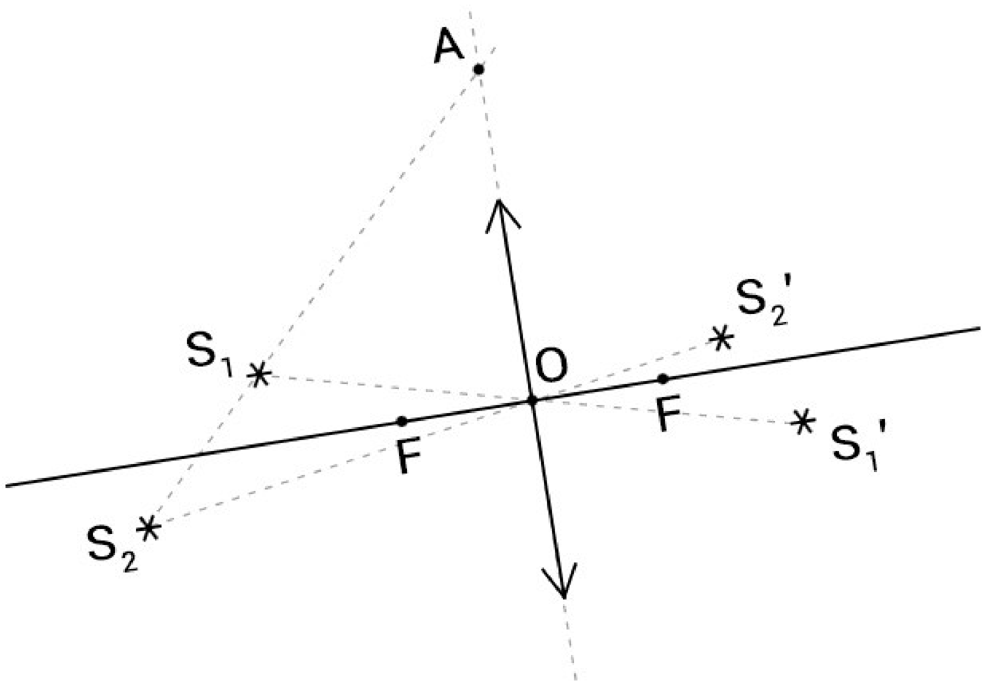
Линии, соединяющие источники с их изображениями, должны пересечься в оптическом центре линзы. Причем если линза собирающая, то источники и изображения находятся по разные стороны линзы, а если рассеивающая, то по одну.

Если линза рассеивающая, то изображение находится ближе к оптическому центру. И расстояние между источником и изображением должно быть заметно больше расстояния от изображения до оптического центра. Проведя соответствующие построения, не сложно понять, что это условие не соблюдается для обоих потенциальных вариантов, то есть линза не может быть рассеивающей. Значит линза собирающая.

Раз линза собирающая, изображения обоих источников должны быть действительными, то есть находиться с другой стороны относительно плоскости линзы. Значит отрезки, соединяющие источники с их изображениями обязательно должны пересекаться в оптическом центре линзы. Таким образом можно определить пары источник-изображение и найти оптический центр линзы O.

Точка O должна находиться ровно посередине между S_1 и S_1', а отрезок S_2S_2' - делить в отношении 2:1. Исходя из этого не сложно восстановить обозначения.

Проведем теперь прямую через S_1 и S_2. И отложим на ней со стороны S_1 отрезок S_1A равный $2S_1S_2$. Точка A лежит в плоскости линзы. *Также эту точку можно получить как пересечение прямых S_1S_2 и $S_1'S_2'$.* Это позволяет определить положение линзы и главной оптической оси. Проекция S_1 на оптическую ось даст точку двойного фокуса. Разделив отрезок между этой точкой и О пополам найдем фокус. *Фокусы можно получить и иначе. Например, по ходу луча, перпендикулярного плоскости линзы.*



Критерии оценивания:

- Определен тип линзы ***(2 балла)***
- Найден оптический центр линзы ***(1 балл)***
- Верно идентифицированы источники и их изображения ***(2 балла)***
- Найдена точка А ***(2 балла)***
- Построена линза и главная оптическая ось ***(2 балла)***
- Найдены положения фокусов линзы ***(1 балл)***

Итого максимум 10 баллов за задачу.

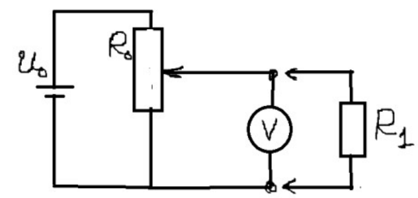
Задача № 5. Потенциометр (Псевдоэксперимент)

Оборудование: *один лист миллиметровой бумаги формата А4.*

В схеме, указанной на рисунке, при исследовании потенциометра были сняты зависимости напряжения U_R на выходе потенциометра при подключенном резисторе R_1 от напряжения U_v на том же выходе без резистора R_1. Результаты занесены в таблицу

U_v, мВ	0	37	144	219	332	491	621	717	840	983
U_R, мВ	0	31	85	145	203	280	338	387	448	536

U_v, мВ	1111	1249	1315	1463	1534	1607
U_R, мВ	627	761	835	1057	1210	1442



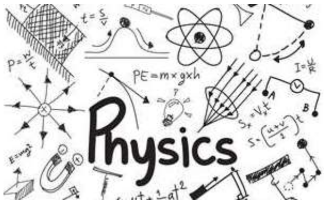
1) Постройте график зависимости U_R от U_v
2) Выведите теоретическую зависимость U_R от U_v,
   используйте следующие обозначения: U_0 – напряжение идеального источника питания, R_0 – сопротивление потенциометра между его крайними выводами (максимальное сопротивление потенциометра)
3) Найдите величину $\alpha = R_0/R_1$.

Возможное решение:

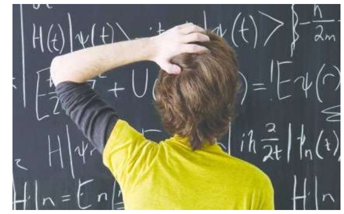
1) График оценивается в ***2 балла***:
а) Адекватный масштаб – ***0,5 балла***
б) Подписанные оси – ***0,5 балла***
в) На всех осях нанесена шкала – ***0,5 балла***
г) проведены оптимальные прямые (точки НЕ соединены ломаной) – ***0,5 балла***

Если точки соединены ломаной или график отсутствует, то ставится 0 баллов за весь график.

2) Записано выражение для U_v : ***(1 балл)***
$U_v = \frac{U_0}{R_0} \cdot R_x$ где *Rx - сопротивление потенциометра между клеммами вольтметра.*
3) Записано выражение для U_R.
Общее сопротивление в этом случае $R_{общ} = (R_0 - R_x) + \frac{R_x R_1}{R_x + R_1}$ ***(1 балл)***
$$U_R = \frac{U_0}{R_{общ}} \cdot \frac{R_x R_1}{R_x + R_1} = \frac{U_0 R_x R_1}{(R_0 - R_x)\cdot(R_1 + R_x) + R_x R_1} = \frac{U_0 R_x R_1}{R_0 R_1 + R_x R_0 - R_x^2}$$ ***(1 балл)***



Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по физике
10 класс, 2024/2025 учебный год
Длительность 3 часа 50 минут
Максимум 50 баллов.



1. Найдена теоретическая зависимость U_R от U_v

$R_x = \frac{U_v}{U_0} \cdot R_0$ ***(1 балл)***

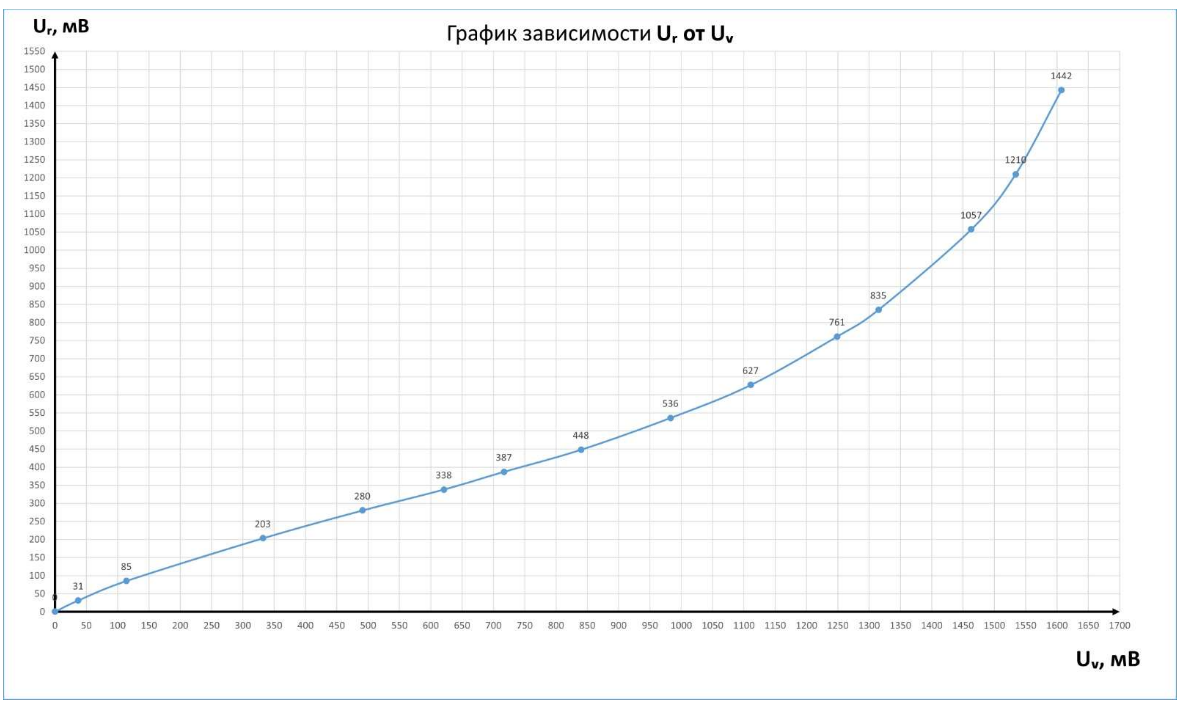
$$U_R = \frac{U_v R_1}{\frac{R_0 U_v}{U_0} - \frac{U_v^2 R_0}{U_0^2} + R_1}. \qquad (\textbf{2} \text{ балла})$$

5. Найдена величина $\alpha = R_0/R_1$:

$$U_R = \frac{U_v}{\frac{\alpha U_v}{U_0} - \frac{\alpha U_v^2}{U_0^2} + 1},$$

$$\frac{1}{U_R} - \frac{1}{U_v} = \alpha\left(\frac{1}{U_0} - \frac{U_v}{U_0^2}\right).$$

Отсюда несложно получить выражение для величины α через известные величины и введенную величину U_0. ***(2 балла)***



Итого максимум 10 баллов за задачу.