

Ключи ответов

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 10.

В исключительных случаях допускаются оценки, кратные 0,5 балла.

Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8-9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение
6-7	Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические)
5-6	Найдено решение одного из двух возможных случаев
3-4	Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение
1-2	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)
0	Решение неверное, или отсутствует

Максимальный балл за работу – 50.

№1

Происшествия с игрушечным вертолетом

Однажды у вертолета заглух мотор, и он начал падать вертикально вниз с постоянной скоростью $v_1 = 4$ м/с. После ремонта мотор стал развивать постоянную силу тяги. Из-за этого, при вертикальном подъеме вертолет выходил на скорость $v_2 = 2$ м/с. С какой постоянной скоростью он двигался в горизонтальном полете? Считать силу сопротивления воздуха пропорциональной квадрату скорости. Вертолет считайте одинаково обтекаемым во всех направлениях.

Решение:

По условию сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости, то есть задается формулой kv^2 . При свободном падении сила тяжести равна силе сопротивления:

$$mg = kv_1^2, \quad \text{откуда} \quad k = \frac{mg}{v_1^2}.$$

Обозначим силу тяги мотора после ремонта F_T . При вертикальном взлете сила тяги равна сумме силы тяжести и силы сопротивления:

$$F_T = mg + kv_2^2 = mg \left(1 + \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \right).$$

При горизонтальном полете сила тяги компенсирует силу тяжести, направленную вертикально и силу сопротивления, направленную горизонтально:

$$F_T = (mg)^2 + (kv_3^2)^2 = (mg)^2 \left(1 + \left(\frac{v_3}{v_1} \right)^4 \right)$$

Решая два уравнения в системе получен ответ: $v_3 = 3,46$ м/с

Примерные критерии оценивания

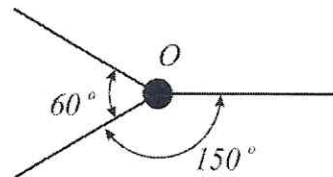
За второй закон Ньютона для свободного падения 2 балла

Выражена сила тяги при вертикальном взлете 3 балла

Выражена сила тяги при горизонтальном полёте 3 балла
Получен ответ в символьной форме 1 балл
Числовой ответ 1 балл

№ 2 Бильярд.

На шар массой 200г, находящийся в покое в точке О, налетает другой шар той же массы, движущийся со скоростью $v_0 = 6$ м/с. На рис.2 показаны траектории шаров до и после удара. Какое количество теплоты выделится при ударе?



Решение:

Легко понять, что шар налетает по линии АО.

В силу симметрии траекторий разлета, проекции импульса на направление, перпендикулярное к ОА, должны быть одинаковы:

$$mv_{1y} = mv_{2y}. \quad (1)$$

Это возможно лишь если одинаковы скорости шаров после соударения:

$$v_1 = v_2 = v. \quad (2)$$

Величину этой скорости находим из сохранения компоненты импульса вдоль оси ОА:

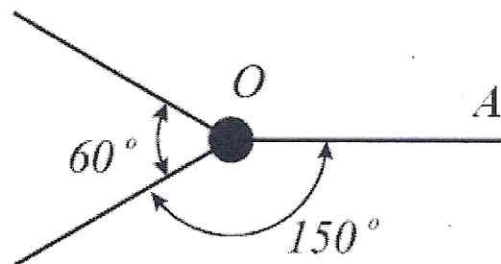
$$mv_0 = mv_{1x} + mv_{2x} = 2mv \cos \alpha,$$

$$v = \frac{v_0}{2 \cos \alpha}. \quad (3)$$

Выделившееся тепло Q находим из баланса энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = 2 \cdot \frac{mv^2}{2} + Q. \quad (4)$$

Для $\alpha = 30^\circ$ получаем $Q = \frac{mv_0^2}{6}$ (5). $Q = 1,2$ Дж.



Критерии оценивания решения:

Указано, что шар налетает по линии АО – 1 балл.

Из симметрии задачи и из закона сохранения импульса получено соотношение (1) – 2 балла.

Указано, что скорости шаров после соударения одинаковы (2) – 2 балла.

Получено соотношение (3) – 2 балла.

Записан закон сохранения энергии (4) – 2 балла.

Получен правильный ответ (5) – 1 балл.

№ 3

Три цилиндра

Три цилиндра нагреты до разных температур. Первый самый тяжелый, второй в два раза легче, чем первый, а третий – в три раза. Если первый цилиндр привести в тепловой контакт со вторым, то устанавливается температура T_1 , если первый цилиндр привести в контакт с третьим, то устанавливается температура T_2 , если же в контакт привести второй и третий цилиндр, то устанавливается температура T_3 . Какая температура установится при тепловом контакте всех трех цилиндров? Потери при теплообмене между цилиндрами во всех вышеуказанных случаях отсутствуют. Первый цилиндр из серебра, второй из стали, а третий – графитовый (удельные теплоемкости 250, 500 и 750 Дж/(кг·°C) соответственно)

Решение:

Пусть температуры 1, 2 и 3 цилиндров были соответственно t_1 , t_2 и t_3 . Пусть $t_1 > t_2 > t_3$, тогда уравнения теплового баланса будут иметь вид

$$-\Delta Q_1 = \Delta Q_2 \text{ (теплообмен между 1 и 2),}$$

$$-\Delta Q_1 = \Delta Q_3 \text{ (теплообмен между 1 и 3),}$$

$$-\Delta Q_2 = \Delta Q_3 \text{ (теплообмен между 2 и 3).}$$

Так как $\Delta Q = mc(t_K^\circ - t_H^\circ)$, то

$$m_1 c_1 (t_1 - T_1) = m_2 c_2 (T_1 - t_2),$$

$$m_1 c_1 (t_1 - T_2) = m_3 c_3 (T_2 - t_3), \quad (1)$$

$$m_2 c_2 (t_2 - T_3) = m_3 c_3 (T_3 - t_3).$$

Складываем эти уравнения:

$$m_1 c_1 (t_1 - T_1) + m_1 c_1 (t_1 - T_2) + m_2 c_2 (t_2 - T_3) = m_2 c_2 (T_1 - t_2) + m_3 c_3 (T_2 - t_3) + m_3 c_3 (T_3 - t_3).$$

После преобразований и с учетом того, что $m_1 c_1 = m_2 c_2 = m_3 c_3$ (2):

$$t_1 + t_2 + t_3 = T_1 + T_2 + T_3. \quad (3)$$

Для контакта трех цилиндров можно записать:

$$m_1 c_1 (t_1 - T) + m_2 c_2 (t_2 - T) = m_3 c_3 (T - t_3). \quad (4)$$

Эта запись верна и для случая, когда $T > t_2$. Из (4) с учетом (3) получим:

$$T = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3}.$$

Критерии оценивания решения:

Записаны уравнения теплового баланса (1) – 3 балла.

С учетом (2) получено соотношение (3) – 3 балла.

Записано уравнение теплового баланса для трех цилиндров (4) – 2 балла.

Определена искомая температура из (4) с учетом (3) – 2 балла.

№ 4

Резистор и лампочка

На рис.3 изображена вольтамперная характеристика двух соединенных параллельно элементов, одним из которых является резистор с сопротивлением $R = 200 \text{ Ом}$, а другим – электрическая лампочка. Используя заданную вольтамперную характеристику, постройте вольтамперную характеристику электрической лампочки.

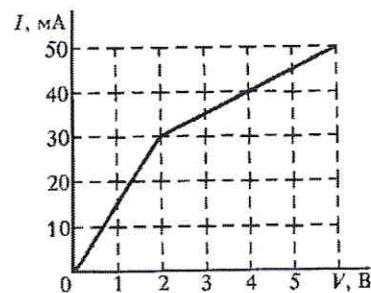


Рис.3

Решение:

На рисунке проведем вольтамперную характеристику резистора с сопротивлением R (прямая 2),

используя закон Ома $I = \frac{U}{R}$. (1)

Поскольку лампа (Z) и резистор R соединены параллельно, то падения напряжения на них всегда равны: $U = U_R = U_Z$. (2)

Общий ток, текущий через параллельный участок, равен алгебраической сумме токов через каждый элемент: $I = I_R + I_Z$. (3)

Для построения вольтамперной характеристики лампы нужно при фиксированных значениях напряжения U из заданной вольтамперной характеристики (зависимость I на рисунке) вычесть вольтамперную характеристику резистора R (прямая 2).

Полученная таким способом ломаная линия 3 является вольтамперной характеристикой лампы.

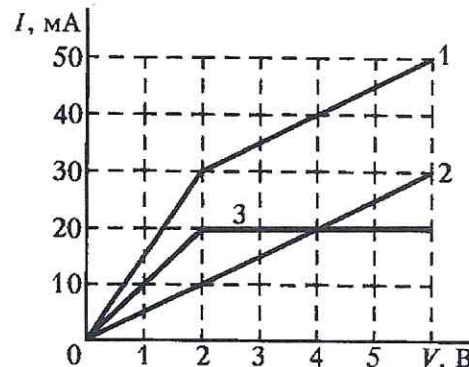
Критерии оценивания решения:

Построение вольтамперной характеристики резистора R – 3 балла.

Соотношение (2) для напряжений – 2 балла.

Соотношение (3) для токов – 2 балла.

Получение ВАХ лампы (разность зависимостей I и 2) – 3 балла.



№ 5

Велосипедная гонка

Велосипедист двигался по трассе. Пятую часть времени всего времени движения велосипедист ехал со скоростью 65 м/с. Затем он устал, и скорость его снизилась до 25 м/с. Так он проехал третью часть гоночной трассы. Весь оставшийся путь спортсмен проехал со скоростью 20 м/с. Определите скорость велосипедиста на всем пути.

Решение:

Средняя скорость $v_{cp} = s/t$.

Разобьем весь путь на три участка $s = s_1 + s_2 + s_3$.

Тогда $v_{cp} = \frac{v_1 t_1 + s_2 + s_3}{t} = \frac{1}{5} v_1 + \frac{s_2 + s_3}{t}$ (1).

Учтем, что $s_2 + s_3 = \frac{1}{3} s + v_3 t_3 = \frac{1}{3} s + v_3 (t - t_1 - t_2)$ или

$s_2 + s_3 = \frac{1}{3} s + v_3 \left(\frac{4}{5} t - \frac{s_2}{v_2} \right) = \frac{1}{3} s + v_3 \left(\frac{4}{5} t - \frac{s}{3v_2} \right)$.

Весь путь можно выразить через произведение средней скорости на все время движения $s = v_{cp}t$, поэтому

$$s_2 + s_3 = \frac{1}{3}v_{cp}t + \frac{4}{5}v_3t - v_3 \frac{v_{cp}t}{3v_2} \quad (2)$$

Следовательно, можно записать, что

$$v_{cp} = \frac{1}{5}v_1 + \frac{1}{3}v_{cp} + \frac{4}{5}v_3 - \frac{v_3}{3v_2}v_{cp}.$$

Откуда получаем, что

$$v_{cp} = \frac{3v_2(v_1+4v_3)}{5(2v_2+v_3)} = 31 \text{ м/с}.$$

Критерии оценивания:

2 балла – правильная запись выражения (1) для средней скорости

3 балла – получена формула (2)

3 балла – получено выражение для вычисления средней скорости

2 балла – получен правильный ответ