РЕШЕНИЯ И РАЗБАЛЛОВКА ПО ЗАДАЧАМ ДЛЯ X КЛАССА

10.1. *«Готовая продукция».* 1) При нахождении на ленте первого транспортёра скорость банки равна скорости ленты $\vec{v}_1$. Сразу после попадания на второй транспортёр (рис. 10.4) скорость банки относительно ленты второго транспортёра $\vec{v}_{отн}$ будет направлена под углом 45° по отношению к $\vec{v}_1$ (*2 балла*). В свою очередь, сила трения скольжения, действующая на банку, направлена противоположно относительной скорости (*1 балл*), а значит под углом 45° к направлению движения второго транспортёра $\vec{v}_2$ (рис. 10.4). Чтобы банка не упала со второго транспортёра, должно выполняться условие: $\dfrac{v_1^2}{2a\cos\alpha} \le s$, где, согласно второму закону Ньютона $ma = F_{тр} = mg\mu$, $a = \mu g$ (*1 балл*). Таким образом, $s \ge \dfrac{\sqrt{2}v^2}{2\mu g}$ (*2 балла*).

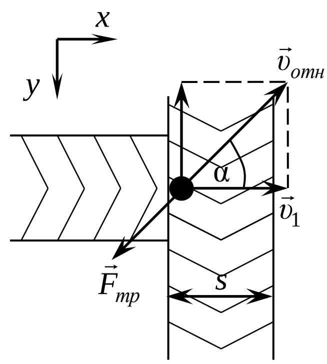

Рис. 10.4

2) При движении тела под действием силы трения скольжения выделяющаяся теплота равна модулю работы силы трения.

Вариант 1. Относительно ленты второго транспортёра банка проходит путь $\dfrac{\left(v\sqrt{2}\right)^2}{2a} = \dfrac{v^2}{\mu g}$; при этом выделяется теплота $Q = \left|A_{тр}\right| = mg\mu\dfrac{v^2}{\mu g} = mv^2$ (*4 балла; при отсутствии в решении необходимых исходных преобразований баллы не ставятся*).

Вариант 2. При переходе банки с одного транспортёра на другой проекция силы трения на ось $0x$ $F_{тр_x}$ совершает работу по уменьшению проекции скорости банки на ось $0x$ υ_x от υ до 0; при этом выделяется теплота $Q_1 = \left|A_{тр_x}\right| = \dfrac{mv^2}{2}$ (*1 балл*). Двигатель транспортёра совершает работу, против проекции силы трения на ось $0y$ $F_{тр_y} = \dfrac{mg\mu}{\sqrt{2}}$, прикладывая к ленте равную противодействующую силу. Проекция перемещения банки на ось Оy за время ускорения равна $\frac{\sqrt{2}\upsilon^2}{2\mu g}$; лента транспортёра при этом совершает в 2 раза большее перемещение $\frac{\sqrt{2}\upsilon^2}{\mu g}$. При этом работа двигателя $A = \frac{mg\mu}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}\upsilon^2}{\mu g} = m\upsilon^2$ (*1 балл*) расходуется на сообщение кинетической энергии банке и выделение тепла: $m\upsilon^2 = \frac{m\upsilon^2}{2} + Q_2$, откуда $Q_2 = \frac{m\upsilon^2}{2}$ (*1 балл*). Полное количество теплоты $Q = Q_1 + Q_2 = m\upsilon^2$ (*1 балл*).

Вариант 3. В инерциальной системе отсчёта, связанной со вторым транспортёром, кинетическая энергия банки, первоначально равная $\frac{m\upsilon_{отн}^2}{2} = m\upsilon^2$, уменьшается до 0, переходя в тепло. Таким образом, искомая теплота равна $Q = m\upsilon^2$ (*4 балла, при отсутствии в решении необходимых исходных преобразований баллы не ставятся*).

При любом варианте решения за часть 2) даётся не более 4-х баллов.

10.2. «*На пружинах*». 1) Суммарная сила упругости пружин равна суммарной силе тяжести, действующей на палку и груз: $(M + m)g = 13$ (Н) (*2 балла*).

2) Запишем правило рычага относительно крепления палки к правой пружине: $k_1 \Delta l L = Mg\frac{L}{2} + mg(L - L_1)$. Тогда деформация каждой пружины равна: $\Delta l = \frac{Mg\frac{L}{2} + mg(L - L_1)}{k_1 L} = \frac{8 \cdot 0{,}5 + 5 \cdot 0{,}8}{100} = 0{,}08$ (м) (*4 балла, при отсутствии правильного численного ответа и/или необходимых исходных преобразований в ходе решения баллы не ставятся*).

3) Для определения жёсткости второй пружины запишем условие равновесия палки: $k_1 \Delta l + k_2 \Delta l = Mg + mg$ (также можно было записать правило рычага относительно левой точки подвеса палки), откуда $k_2 = \frac{Mg + mg}{\Delta l} - k_1 = \frac{8+5}{0{,}08} - 100 = 62{,}5$ (Н/м) (*2 балла, при отсутствии правильного численного ответа и/или необходимых исходных преобразований в ходе решения баллы не ставятся*).

4) Поскольку плотность груза равна $\rho_г = \frac{m}{V} = \frac{0{,}5}{0{,}5 \cdot 10^{-3}} = 1000$ (кг/м^3), то в воде суммарное действие на него силы тяжести и силы Архимеда будет равно нулю. Тогда правило рычага относительно правой пружины можно записать так: $k_1 \Delta l_1 L = (Mg - F_A) \cdot \frac{L}{2}$, где $F_A = \rho_в g S L$ – сила Архимеда, действующая на стержень; тогда $\Delta l_1 = \frac{g}{2k_1} \cdot (M - \rho_в S L) = \frac{10}{2 \cdot 100} \cdot (0{,}8 - 1000 \cdot 10^{-4} \cdot 1) = 0{,}035$ (м) (*2 балла, при отсутствии правильного численного ответа и/или необходимых исходных преобразований в ходе решения баллы не ставятся*).

10.3. *«Поехали!»* Из второго закона Ньютона получаем, что $Ma_1 = T_1$ (*2 балла*), $ma_2 = mg - T_2$ (*2 балла*), где a_1 и a_2 – ускорения тел массами M и m соответственно, T_1 – сила натяжения длинной нити, T_2 – сила натяжения нити, связывающей нижний блок с грузом массой m. Из невесомости блоков следует, что $T_2 = 2T_1$ (*1 балл*); из нерастяжимости нитей следует соотношение $a_1 = \frac{a_2 + a_2}{2} = a_2$ (*1 балл*). Выражая из первых двух равенств ускорения и приравнивая их, получим, что $T_1 = \frac{mMg}{m + 2M}$ (*2 балла*), $T_2 = \frac{2mMg}{m + 2M}$ (*2 балла*).

10.4. «*Реостат*». 1) Силу тока в цепи найдём из закона Ома: $I = \frac{U}{R_1 + R_2}$ (*1 балл*). Максимальное значение силы тока на первом резисторе равно $I_{\max} = \frac{U}{R_1} = \frac{30}{10} = 3$ (А) (*1 балл*), а минимальное $I_{\max} = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{30}{10 + 20} = 1$ (А) (*1 балл*).

2) Напряжение на реостате выражается формулой $U_2 = IR_2 = \frac{UR_2}{R_1 + R_2} = \frac{U}{\frac{R_1}{R_2} + 1}$ (*1 балл*). Тогда, наименьшее напряжение на реостате составляет $U_{2\min} = \frac{U \cdot 0}{R_1 + 0} = 0$ (В) (*1 балл*). Из формулы $U_2 = \frac{U}{\frac{R_1}{R_2} + 1}$ следует, что с ростом R_2 напряжение на реостате постоянно увеличивается, поэтом наибольшее напряжение на реостате составляет $U_{2\max} = \frac{U}{\frac{R_1}{R_2} + 1} = \frac{30}{3/2} = 20$ В (*1 балл*).

3) Тепловая мощность на реостате равна $P_2 = U_2 I = (U - IR_1)I$ (вид функции от тока – парабола, ветви которой направлены вниз); наибольшее значение мощности достигается при значении тока $I = \frac{U}{2R_1}$, что возможно, когда сопротивление реостата будет составлять 10 Ом; наибольшее значение тепловой мощности равно $P_2 = (U - IR_1)I = \frac{UI}{2} = \frac{U^2}{4R_1} = \frac{900}{40} = 22{,}5$ (Вт) (*4 балла, при отсутствии правильного численного ответа и/или необходимых исходных преобразований в ходе решения баллы не ставятся*).

10.5. *«По стаканам»*. После погружения льда в первый стакан в нём установится температура t_1', которую найдём из уравнения теплового баланса:

$c_в m_1(t_1 - t_1') = \lambda m_3 + c_в m_3(t_1' - 0)$:

$t_1' = \dfrac{c_в m_1 t_1 - \lambda m_3}{c_в(m_1 + m_3)} = \dfrac{4200 \cdot 0{,}15 \cdot 60 - 330000 \cdot 0{,}01}{4200 \cdot 0{,}16} = 51{,}3\ °\text{C}$ (*2 балла; если для предложенного участником метода решения эта температура не требовалась, то по 1 баллу добавляются к конечной сумме баллов за первый и второй результаты*).

1) *Вариант 1.* После переливаний в первом стакане окажется вода массой m_2 с температурой t_4. Уравнение теплового баланса для этого случая можно записать с учётом того, что у воды массой m_2 температура изменилась с t_2 до t_4, а у $m_1 + m_3$ с t_1' до t_3. Тогда из уравнения теплового баланса $c_в(m_1 + m_3)(t_1' - t_3) = c_в m_2(t_4 - t_2)$ (*2 балла*) $t_4 = \dfrac{(m_1 + m_3)(t_1' - t_3)}{m_2} + t_2 = \dfrac{0{,}16 \cdot (51{,}3 - 35)}{0{,}1} + 20 = 46{,}1°\text{C}$ (*2 балла*).

Вариант 2. Найдём массу воды Δm_1, которую нужно перелить из первого стакана во второй, чтобы температура во втором стала равной $t_3 = 35°\text{C}$. Из уравнения теплового баланса $c_в \Delta m_1(t_1' - t_3) = c_в m_2(t_3 - t_2)$ $\Delta m_1 = \dfrac{m_2(t_3 - t_2)}{t_1' - t_3} = \dfrac{0{,}1 \cdot (35 - 20)}{51{,}3 - 35} = 0{,}092\ (\text{кг})$ (*2 балла*). Тогда во втором стакане окажется масса воды $m_2 + \Delta m = 0{,}192$ кг, что больше необходимых $m_1 + m_3 = 0{,}16$ кг при температуре $t_3 = 35°\text{C}$. В первый стакан нужно вернуть воду массой $\Delta m_2 = m_2 + \Delta m_1 - m_1 - m_3 = 0{,}032$ кг. Из уравнения теплового баланса $c_в \Delta m_2(t_4 - t_3) = c_в(m_1 + m_3 - \Delta m_1)(t_1' - t_4)$ в первом стакане установится температура $t_4 = \dfrac{(m_1 + m_3 - \Delta m_1)t_1' + \Delta m_2 t_3}{m_1 + m_3 - \Delta m_1 + m_2 + \Delta m_1 - m_1 - m_3}$, численно $t_4 = \dfrac{(0{,}16 - 0{,}092) \cdot 51{,}3 + 0{,}032 \cdot 35}{0{,}1} = 46{,}1\ °\text{C}$ (*2 балла*).

При любом варианте решения за часть 1) даётся не более 4-х баллов.

2) Для второго случая уравнение теплового баланса можно также записать для масс воды $m_1 + m_3$ и m_2 и начальных температур t_1' и t_2: $c_в(m_1 + m_3)(t_1' - t_5) = c_в m_2(t_5 - t_2)$ (*2 балла*), откуда $t_5 = \dfrac{(m_1 + m_3)t_1' + m_2 t_2}{m_1 + m_2 + m_3} = \dfrac{0{,}16 \cdot 51{,}3 + 0{,}1 \cdot 20}{0{,}15 + 0{,}1 + 0{,}01} = 39{,}3\ °\text{C}$ (*2 балла*).

10.6. *«На весах».* 1) График зависимости показаний весов m от времени t показан на рис. 10.5 (*2 балла; при отсутствии подписи хотя бы одной из осей координат, масштаба, хотя бы одной единицы измерения, одной и более контрольных точек на графике точек ставится 1 балл*).

2) Полученная зависимость m от t изображается прямой линией (*1 балл*). Продлим график до пересечения с горизонтальной осью, тем самым мы найдем время, спустя которое Коля поднимет весь жгут: $t_0 = 150$ с (*2 балла*).

3) Продлим график до пересечения с вертикальной осью и найдем начальную массу жгута $m_0 = 0{,}6$ кг (*2 балла*). Зная, что Коля поднимает жгут за один из концов с постоянной скоростью 2 см/с, вычислим полную длину жгута $l_0 = 300$ см (*3 балла*).

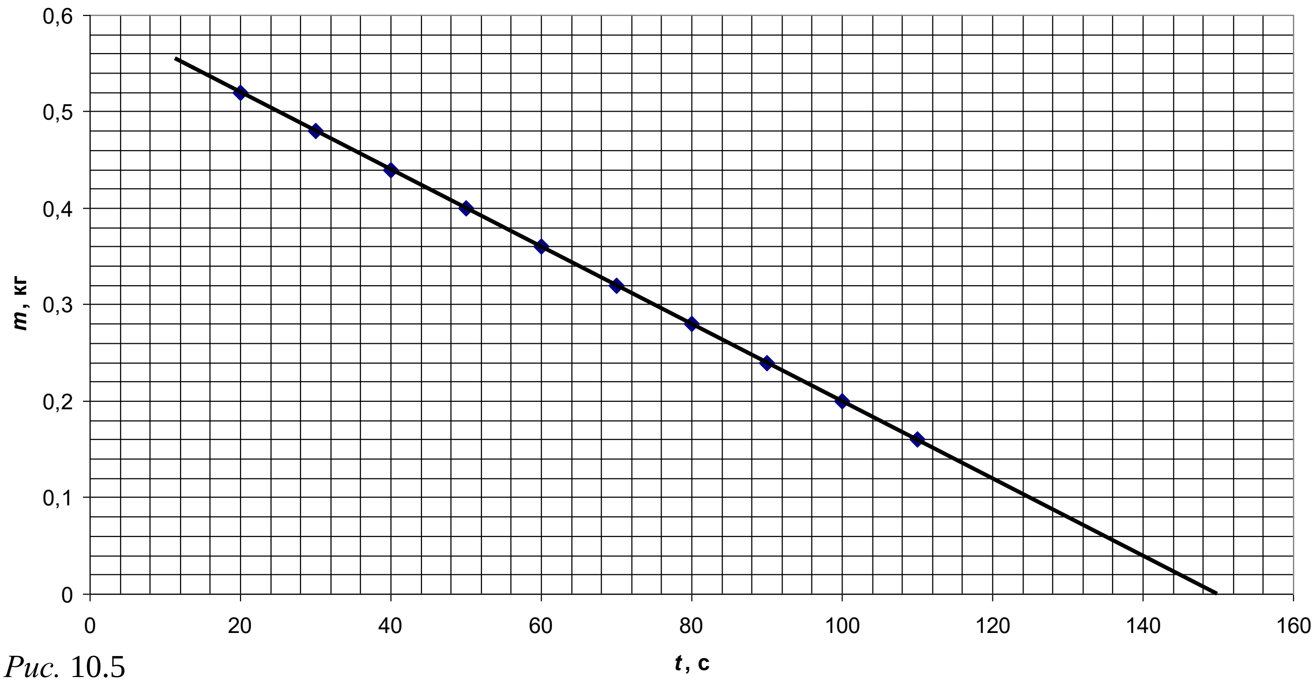

Рис. 10.5