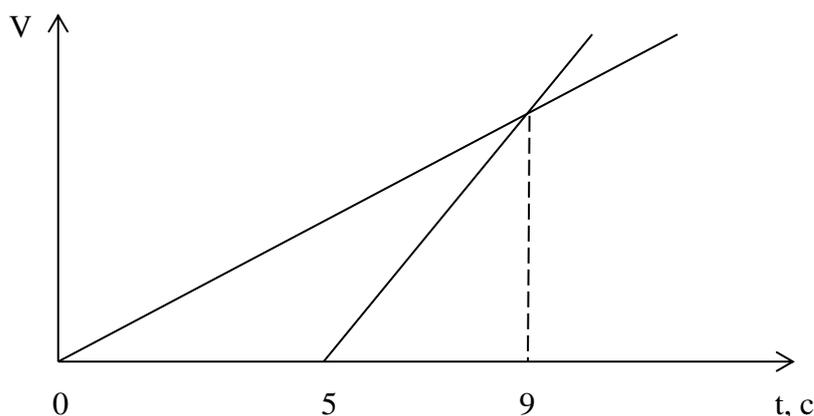


Материалы для членов жюри (ключи, критерии оценивания)

1. (10 баллов). Два автомобиля движутся вдоль одной прямой из одного и того же начального пункта. Графики зависимости их скоростей от времени приведены на рисунке. По истечении какого времени от начала наблюдения автомобили встретятся?



Решение:

$$v_1 = a_1 \cdot t$$

$$v_2 = a_2 \cdot (t - 5c) \quad - 2 \text{ балла}$$

$v_1 = v_2$ при $t = 9$ с, следовательно,

$$a_1 \cdot 9c = a_2 \cdot (9c - 5c), \text{ следовательно, } a_1 = \frac{4}{9} \cdot a_2 \quad - 2 \text{ балла}$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t^2$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot (t - 5c)^2 \quad - 2 \text{ балла}$$

$$S_1 = S_2, \text{ следовательно, } \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot (t - 5c)^2,$$

$$\text{следовательно, } \frac{4}{9} \cdot t^2 = (t - 5c)^2 \quad - 3 \text{ балла}$$

$$\text{Получаем } t = 15 \text{ с.} \quad - 1 \text{ балл}$$

2. (10 баллов). Ребята в кружке при планетарии собрали действующий макет системы «Юпитер - его основные спутники» (Ио, Европа, Ганимед, Каллисто), причем подобрали среднюю плотность материалов в нем, равную плотности Юпитера и спутников, а все линейные размеры тел сделали в n раз меньше реальных. Период обращения Ио вокруг Юпитера составляет 42,5 часа. Чему оказался равным период обращения Ио вокруг Юпитера в макете? Орбиты реальных спутников считайте круговыми.

Решение:

Пусть M – масса Юпитера, M_M – масса макета Юпитера, m – масса спутника, m_M – масса макета спутника, ρ – плотность Юпитера, R – радиус орбиты спутника, r – радиус орбиты макета спутника, $R_{Ю}$ – радиус Юпитера, $r_{Ю}$ – радиус макета Юпитера, T – период обращения спутника, T_M – период обращения макета спутника.

$$ma = \frac{GMm}{R^2} \quad - 2 \text{ балла}$$

$$a = \omega^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R \quad - 2 \text{ балла}$$

$$M = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_{Ю}^3 \cdot \rho \quad - 1 \text{ балл}$$

$$\frac{G}{R^2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_{Ю}^3 \cdot \rho = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R, \quad \text{следовательно,} \quad T^2 = \frac{3\pi R^3}{G\rho \cdot R_{Ю}^3} \quad - 2 \text{ балла}$$

Аналогично получаем $T_M^2 = \frac{3\pi r^3}{G\rho r_c^3}$

Таким образом, $\frac{T_M}{T} = \sqrt{\frac{r^3 \cdot R_c^3}{r_c^3 \cdot R^3}} = 1 \quad - 2 \text{ балла}$

Получаем, что $T_M = T = 42,4 \text{ часа} \quad - 1 \text{ балл}$

3 (10 баллов). Туристы замерзли, гуляя в лесу, и набрали на пустую избу. К их радости, в ней была печь, но дрова лежали на улице и оказались сырыми. Сколько сырых дров придется сжечь туристам, чтобы протопить избу до комнатной температуры, если при температуре 0°C в холодную, но не морозную погоду для того, чтобы протопить эту избу до той же температуры, необходимо сжечь $M_1 = 15$ кг дров? Принять начальную температуру избы в обоих случаях 0°C . Плотность сухих дров $\rho_1 = 600$ кг/м³, плотность сырых дров $\rho_2 = 700$ кг/м³, удельная теплота парообразования воды $L = 2,3 \cdot 10^6$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг $\cdot^{\circ}\text{C}$), удельная теплота сгорания сухих дров $q_1 = 10^7$ Дж/кг.

Решение:

Пусть m_2 – некоторая масса сырых дров, m_1 – масса сухой древесины в этом объеме, $m_{\text{в}}$ – масса воды в этом же объеме.

$$\frac{m_1}{\rho_1} = \frac{m_2}{\rho_2}, \quad \text{откуда} \quad m_1 = m_2 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad - 1 \text{ балл}$$

$$m_{\text{в}} = m_2 - m_1 = m_2 \cdot \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \quad - 1 \text{ балл}$$

При сжигании сырых дров выделяется тепло за счет сгорания сухой древесины, и часть этого тепла идет на нагревание и испарение влаги (считаем температуру кипения равной 100°C). - 1 балл

$Q = m_1 \cdot q_1 - m_{\text{в}} \cdot (c \cdot \Delta T + L)$ - количество теплоты, идущее на отопление

дома - 1 балл

Подставляя выражения для m_1 и $m_{\text{в}}$, получаем

$$Q = m_2 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot q_1 - m_2 \cdot \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \cdot (c \cdot \Delta T + L)$$

С другой стороны, это же количество теплоты равно

$$Q = m_2 \cdot q_2 \quad - 1 \text{ балл}$$

Приравнивая правые части выражений, получаем

$$q_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot q_1 - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \cdot (c \cdot \Delta T + L) \quad - 2 \text{ балла}$$

$Q_1 = M_1 \cdot q_1$ - количество теплоты, выделяемое при сгорании сухих дров

$Q_2 = M_2 \cdot q_2$ - количество теплоты, выделяемое при сгорании сырых дров

$Q_1 = Q_2$, откуда получаем

$$M_2 = M_1 \cdot \frac{q_1}{\frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot q_1 - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \cdot (c \cdot \Delta T + L)} \quad - 2 \text{ балла}$$

$$M_2 = 15 \text{ кг} \cdot \frac{10^7}{\frac{600}{700} \cdot 10^7 - \frac{700 - 600}{700} \cdot (4200 \cdot 100 + 2,3 \cdot 10^6)} \approx 18,3 \text{ кг} \quad - 1 \text{ балл}$$

4 (10 баллов). При последовательном включении в сеть двух чайников разной вместительности в первом вода закипает на 27 минут позже, чем во втором. При параллельном включении в ту же сеть вода в этих чайниках закипает одновременно, причем первый чайник потребляет в этом случае мощность 1000 Вт, а второй – 500 Вт. За какое время закипает вода в чайниках при их параллельном включении?

Решение:

При параллельном включении:

Мощность, потребляемая первым чайником: $P_1 = \frac{U^2}{R_1}$, следовательно, $R_1 = \frac{U^2}{P_1}$

Аналогично для второго чайника: $P_2 = \frac{U^2}{R_2}$, следовательно, $R_2 = \frac{U^2}{P_2}$ - 2 балла

$Q_1 = P_1 \cdot \tau$ – количество теплоты, требуемое для нагревания воды в первом чайнике

$Q_2 = P_2 \cdot \tau$ – количество теплоты, требуемое для нагревания воды во втором чайнике - 1 балл

При последовательном включении

$$Q_1 = I^2 \cdot R_1 \cdot \tau_1$$

Подставим $I = \frac{U}{(R_1 + R_2)}$, $R_1 = \frac{U^2}{P_1}$, $R_2 = \frac{U^2}{P_2}$

$$Q_2 = I^2 \cdot R_2 \cdot \tau_2 = \frac{U^2 \cdot R_2 \cdot \tau_2}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{\tau_2}{P_2 \cdot \left(\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2}\right)^2}$$

Приравнивая количества теплоты, требуемые для нагревания воды в каждом из чайников при параллельном и последовательном включениях, получаем:

$$\tau_1 = P_1^2 \cdot \left(\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2}\right)^2 \cdot \tau \quad \tau_2 = P_2^2 \cdot \left(\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2}\right)^2 \cdot \tau \quad - 3 \text{ балла}$$

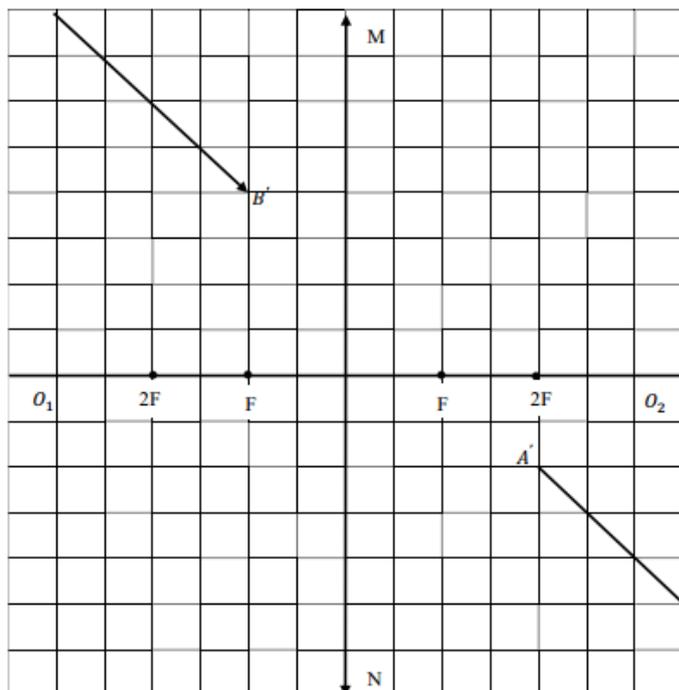
$$\Delta\tau = \tau_1 - \tau_2 = (P_1^2 - P_2^2) \cdot \left(\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2}\right)^2 \cdot \tau = \frac{(P_1 - P_2) \cdot (P_1 + P_2)^3}{(P_1 \cdot P_2)^2} \cdot \tau \quad - 2 \text{ балла}$$

Следовательно,

$$\tau = \frac{(P_1 \cdot P_2)^2}{(P_1 - P_2) \cdot (P_1 + P_2)^3} \cdot \Delta\tau \quad - 1 \text{ балл}$$

$$\tau = \frac{(1000 \cdot 500)^2}{(1000 - 500) \cdot (1000 + 500)^3} \cdot 27 \text{ мин.} = 4 \text{ мин.} \quad - 1 \text{ балл}$$

5 (10 баллов). Рассматривая карандаш АВ через собирающую линзу с оптической силой 10 дптр, школьник увидел очень странное его изображение, представленное на рисунке. Найдите длину карандаша, если он лежал параллельно главной оптической оси линзы, и изобразите карандаш на рисунке. MN – линза, O₁O₂ – главная оптическая ось линзы.



Решение:

1. Если изображение разорвано, значит, предмет проходит через фокус; изображение частей предмета, приближающихся к фокусу с разных сторон, уходит в бесконечность; изображение конца карандаша, лежащего за фокусом, - действительное (это точка A'), а конца карандаша, лежащего перед фокусом, - мнимое (это точка B' , т.к. действительное изображение не может получиться в фокусе) - 2 балла

2. Найдем положение точки A (ее изображение действительное):

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\text{расстояние по горизонтали от линзы до } A'} + \frac{1}{\text{расстояние по горизонтали от линзы до } A}$$

Отсюда получаем, что расстояние по горизонтали от линзы до точки A равно $2F$ - 1 балл

$$\frac{f}{d} = \frac{\text{расстояние по вертикали от главной оптической оси линзы до } A'}{\text{расстояние по вертикали от главной оптической оси линзы до } A} = 1$$

Отсюда получаем, что точка А находится на таком же расстоянии по вертикали от главной оптической оси, что и точка А' - 1 балл

(Альтернативное решение для точки А: Точка А' находится на двойном фокусном расстоянии от линзы по горизонтали, следовательно, и точка А находится на двойном фокусном расстоянии от линзы по горизонтали и на таком же расстоянии от главной оптической оси по вертикали, что и точка А' - 2 балла)

3. Найдем положение точки В:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\text{расстояние по горизонтали от линзы до В}} - \frac{1}{\text{расстояние по горизонтали от линзы до В'}}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\text{расстояние по горизонтали от линзы до В}} - \frac{1}{F}$$

Отсюда получаем, что расстояние по горизонтали от линзы до точки В равно F/2 - 1 балл

$$\frac{f}{d} = \frac{\text{расстояние по вертикали от главной оптической оси линзы до В'}}{\text{расстояние по вертикали от главной оптической оси линзы до В}} = 2$$

Отсюда получаем, что точка В находится на вдвое меньшем расстоянии по вертикали от главной оптической оси, чем точка В' - 1 балл

4. Длина карандаша равна разности расстояний по горизонтали от линзы до точки А и от линзы до точки В, т.е. $AB = 2F - F/2 = 3F/2$ - 1 балл

5. Фокусное расстояние линзы $F = \frac{1}{D} = 0,1 \text{ м} = 10 \text{ см}$, следовательно, длина карандаша равна 15 см - 2 балла

6. Изобразим карандаш

- 1 балл

