

Решение заданий

муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников

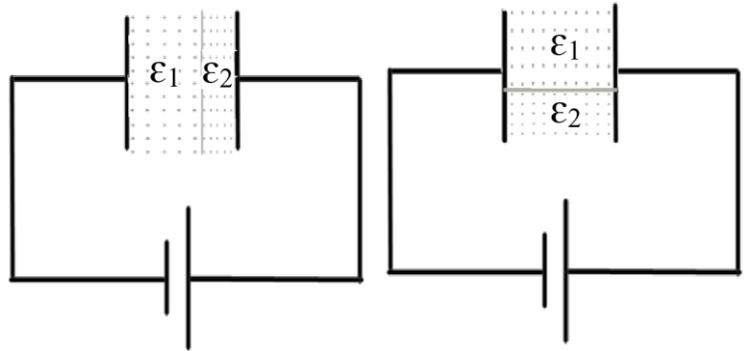
Камчатского края в 2024 – 2025 учебном году.

Время выполнения – 230 минут.

Максимальное количество баллов – 50 б.

1. Диэлектрики, конденсаторы (10 баллов)

Одинаковые плоские конденсаторы подключены к источнику с напряжением U . Пространство между пластинами конденсаторов заполнено слоями диэлектриков толщины, отличающейся в 2 раза с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1, \varepsilon_2$. В одном конденсаторе слои расположены параллельно обкладкам, во втором перпендикулярно. Во сколько отличаются: а) электроемкости этих конденсаторов и б) напряженности полей в однородных диэлектриках?



Решение.

Если параллельно обкладкам плоского конденсатора ввести слои диэлектриков, заполняющих воздушную прослойку, то такой конденсатор можно рассматривать как два конденсатора, соединенных последовательно плоскостью контакта диэлектриков. Площади обкладок этих конденсаторов одинаковы и равны площади пластин S воздушного конденсатора. Расстояние между обкладками новых конденсаторов отличаются в 2 раза и равны $1/3$ и $2/3$ расстояния между обкладками воздушного конденсатора соответственно.

Емкость двух последовательно соединенных конденсаторов $C_{\text{посл}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

$$C_1 = \frac{3\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{d}; C_2 = \frac{6\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{d}; C_{\text{посл}} = \frac{6\varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{d} = \frac{6\varepsilon_1 \varepsilon_2 C_0}{(\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2)}$$

Если слои диэлектриков расположены перпендикулярно пластинам, конденсатор можно рассматривать как систему двух конденсаторов,

соединенных параллельно. $C_1' = \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{3d}$; $C_2' = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{3d}$; $C_{\text{пар}} = C_1' + C_2' = \frac{\varepsilon_0 (2\varepsilon_1 + \varepsilon_2) S}{3d} =$

$$\frac{C_0 (2\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{3}$$

$$\frac{C_{\text{посл}}}{C_{\text{пар}}} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{(\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2)(2\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}$$

При последовательном соединении конденсаторов подаваемое напряжение

$$U = U_1 + U_2$$

$$U_1 = E_1 \frac{2d}{3} \text{ и } U_2 = E_2 \frac{d}{3}$$

$$E_1 = \frac{E_0}{\varepsilon_1}; E_2 = \frac{E_0}{\varepsilon_2}.$$

Решая совместно

$$E_1 = \frac{3U\varepsilon_2}{d(\varepsilon_1+2\varepsilon_2)} \text{ и } E_2 = \frac{3U\varepsilon_1}{d(\varepsilon_1+2\varepsilon_2)}$$

Если слои диэлектриков перпендикулярны пластинам, то напряжение на каждом конденсаторе одинаково и равно U .

$$\text{Тогда } E_1 = \frac{U}{d} \text{ и } E_2 = \frac{U}{d}$$

Напряженности полей в первой и второй среде при указанном расположении слоев диэлектриков относятся друг к другу

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{3\varepsilon_2}{(\varepsilon_1+2\varepsilon_2)}; \frac{E_2}{E_1} = \frac{3\varepsilon_1}{(\varepsilon_1+2\varepsilon_2)}$$

Критерии оценивания:

Верно указано, что можно рассматривать как последовательное и параллельное соединение конденсаторов – 1 балл.

Емкость при последовательном соединении конденсаторов – 1 балл.

Емкость при параллельном соединении конденсаторов – 1 балл.

Выражение для отношения емкостей конденсаторов – 1 балл.

Напряжение при последовательном соединении конденсаторов – 1 балл.

Связь напряженности и напряжения конденсаторов – 1 балл.

Напряженность при последовательном соединении конденсаторов – 1 балл.

Напряженность при параллельном соединении конденсаторов – 1 балл.

Отношения напряженностей в первом и втором случаях – 2 балла.

2. Спортсмен (10 баллов)

Человек массой $M = 80\text{кг}$ поднялся по легкому канату, перекинутому через блок, на высоту $H = 4\text{м}$ за 8с . На другом конце каната висит груз массой $m = 0,6M$.

Какую энергию затратил человек при подъеме? Начальные скорости равны нулю.

Решение.

Пусть F_H - сила натяжения каната. В проекции на вертикальную ось Ox имеем:

$$F_H - Mg = MA, \quad (1)$$

где $A = \frac{2H}{t^2}$ - ускорение человека и t - время подъема, причем скорость

человека к концу подъема $V = At$. Аналогично, для груза выполняется 2-й закон Ньютона

$$F_H - mg = ma \quad (2),$$

откуда при сравнении (1) с (2) видно, что при $m = 0,6M$ ускорение груза $a = \frac{5}{3}A + \frac{2}{3}g > A$, т. е. груз за заданное время поднимется на высоту $h = \frac{at^2}{2} > H$.

Энергия человека и груза за время t изменится на величину

$$\Delta E = MgH + \frac{1}{2}MV^2 + mgh + \frac{1}{2}mv^2 = MgH + \frac{2MH^2}{t^2} + mgh + \frac{1}{2}mv^2. \quad (3)$$

В (3) скорость груза к концу подъёма $v = at = (\frac{5}{3}A + \frac{2}{3}g)t$, поэтому энергия затраченная человеком как, очевидно, изменение энергии человека и груза (3) равна

$$E = \Delta E = Mgh + \frac{2Mh^2}{t^2} + \frac{0,6Ma^2t^2}{2} \left(1 + \frac{g}{a}\right) = 181440 \text{ Дж.}$$

$A = 0,125 \text{ м/с}^2$ – ускорение человека;

$V = 1 \text{ м/с}$ – скорость человека;

$a = 6,875 \text{ м/с}^2$ – ускорение груза;

$v = 55 \text{ м/с}$ – скорость груза;

$h = 220 \text{ м}$ – высота подъёма груза.

Критерии оценивания:

Верно записан второй закон Ньютона для человека – 1 балл.

Найдено ускорение для человека – 1 балл.

Найдена скорость человека к концу подъёма – 1 балл.

Верно записан второй закон Ньютона для груза – 1 балл.

Найдено ускорение для груза – 1 балл.

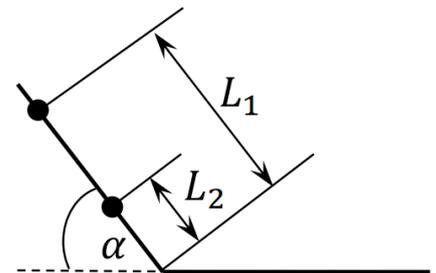
Найдена скорость груза к концу подъёма – 1 балл.

Найдено изменение энергии человека и груза – 3 балла.

Найдено численное значение энергии – 1 балл.

3. Бусинки.

Две бусинки находятся на изогнутой под углом α спице на расстоянии L_1 и L_2 от места изгиба. Их одновременно запускают с одинаковой начальной скоростью V_0 вверх. Через какое время одна бусинка догонит другую? Ускорение свободного падения g , трением пренебречь.



Решение.

На наклонном участке бусинки движутся с одинаковым ускорением $a = g \sin \alpha$ (1), и поэтому левая бусинка не сможет догнать правую. Двигаясь вверх с одинаковой скоростью. Поэтому задача сводится к задаче, когда бусинки одновременно начинают двигаться вниз с начальной нулевой скоростью, пройдя путь x вверх.

$$x = V_0 t_{\text{под}} - \frac{g \sin \alpha t_{\text{под}}^2}{2} \quad (2), \quad t_{\text{под}} = \frac{V_0}{g \sin \alpha} \quad (3)$$

$$\text{На горизонтальном участке скорость левой бусинки } v_{10} = \sqrt{2g(L_1 + x) \sin \alpha} \quad (4)$$

$$\text{больше скорости правой } v_{20} = \sqrt{2g(L_2 + x) \sin \alpha} \quad (5).$$

Пусть начало системы координат помещено в точку изгиба O . Тогда уравнения движения бусинок запишутся в виде $x_{10} = v_{10}(t - t_{10})$ (6),

$$x_{20} = v_{20}(t - t_{20}) \quad (7),$$

где t_{10} и t_{20} время, за которое левая и правая бусинки достигнут точки изгиба O , t - полное время движения. Левая бусинка догонит правую, когда $x_{10} = x_{20}$ (8), откуда $v_{10}(t - t_{10}) = v_{20}(t - t_{20})$ (9).

$$t = \frac{v_{10}t_{10} - v_{20}t_{20}}{v_{10} - v_{20}} \quad (10).$$

$$t_{10} = \sqrt{\frac{2(L_1+x)}{g \sin \alpha}} \quad (11), \quad t_{20} = \sqrt{\frac{2(L_2+x)}{g \sin \alpha}} \quad (12).$$

Подставляя (11), (12), (4), (5), в (10), получим

$$t = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{L_1+x} + \sqrt{L_2+x})}{\sqrt{g \sin \alpha}}.$$

Критерии оценивания:

Определен путь вверх – 2 балла.

Определены скорости на горизонтальном участке – 2 балла.

Записаны уравнения движения – 2 балла.

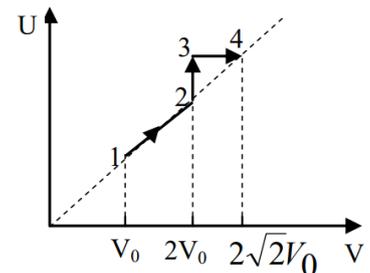
Записано условие столкновения – 1 балл.

Найдено время движения на наклонном участке – 1 балл.

Найдено время столкновения – 2 балла.

4. Газ.

Внутренняя энергия и объем идеального газа изменялись в соответствии с приведенным графиком (см. рис.). На каком из участков 1-2, 2-3 или 3-4 совершенная газом работа максимальна?



Решение.

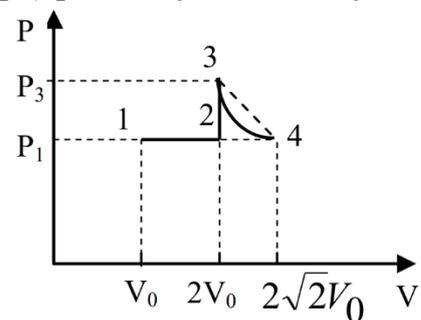
Изобразим процесс на плоскости P, V (см. рис.) Работа газа на участке 1-2 (изобара) равна $A_{12} = P_1 V_0$, а на участке 2-3 (изохора) равна нулю. Работу на изотермическом участке 3-4 оценим сверху как площадь трапеции (площадь под отрезком жирной штриховой прямой):

$$A_{34} < (P_1 + P_3)(2^{\frac{1}{2}} - 1)V_0.$$

Из уравнения Менделеева-Клапейрона для состояний 3 и 4 находим, что $P_3 = 2^{1/2} P_1$.

В итоге получаем $A_{34} < P_1 V_0$.

Таким образом, работа газа максимальна на участке 1-2.



Критерии оценивания:

Верно изображен процесс на плоскости P, V – 4 балла.

Найдена работа на участке 1-2 – 1 балл.

Найдена работа на участке 2-3 – 1 балл.

Найдена работа на участке 3-4 – 2 балла.

Определена на каком участке работа максимальна – 2 балла.

5. Лазер.

Лазерный луч падает из воздуха на толстую стеклянную пластину под углом 50° и, преломляясь, переходит в стекло. Ширина пучка в воздухе 8 см. Определите ширину пучка в стекле. Показатель преломления стекла 1,51.

Решение.

Для решения задачи необходимо выполнить рисунок. Для падающего и преломленного лучей запишем закон преломления.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_2.$$

Отсюда определим угол преломления β .

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n_2} = \frac{\sin 50^\circ}{1.51} \approx 0,507.$$

$$\sin \beta = \arcsin 0,507 \approx 30.46^\circ$$

Из рисунка видно, что прямоугольные треугольники ABC и ABD имеют общую гипотенузу AB.

$$AB = \frac{a}{\cos \alpha}; AB = \frac{b}{\cos \beta}.$$

Приравняв правые части уравнений, получим

$$\frac{a}{\cos \alpha} = \frac{b}{\cos \beta}.$$

отсюда ширина пучка b в стекле будет равна

$$b = \frac{a \cos \beta}{\cos \alpha} = \frac{0,08 \cos 30.46^\circ}{\cos 50^\circ} = 0,107 \text{ м.}$$

Критерии оценивания:

Записан закон преломления – 2 балла.

Сделан верный рисунок – 4 балла.

Определена гипотенуза AB – 2 балла.

Найдена ширина пучка – 2 балла.

