

**11.1. Изменение импульса.** Тело массой  $m$  брошено с обрыва в воду. Через время  $\tau$  тело падает в воду. Найдите изменение импульса тела за время полета. Ускорение свободного падения  $g$ , сопротивление воздуха не учитывать.

**Решение (фольклор)**

Конечная, начальная скорости, время полета и ускорение свободного полета связаны следующим известным соотношением:  $\vec{v}_k = \vec{v}_n + \vec{g}\tau$ .

Тогда изменение импульса  $\Delta\vec{p} = m(\vec{v}_k - \vec{v}_n) = m\vec{g}\tau$ .

**Критерии оценивания (10 баллов)**

1	$\vec{v}_k = \vec{v}_n + \vec{g}\tau$	3 балла
2	$\Delta\vec{p} = m(\vec{v}_k - \vec{v}_n)$	3 балла
3	$\Delta\vec{p} = m\vec{g}\tau$	4 балла

**11.2. Цепочка.** Однородная металлическая цепочка длиной  $L$  частично свисает с горизонтального стола так, что на столе лежит лишь часть цепочки длиной  $x$ . Цепочку отпускают. С каким ускорением  $a$  начнут двигаться точки цепочки в момент ее отпускания, если коэффициент трения цепочки о стол равен  $\mu$ . Начертите график  $a(x)$  с указанием характерных точек.

**Решение (Рубцов Д.)**

Обозначим линейную плотность цепочки за  $\lambda$ , а силу натяжения цепочки в точке перегиба цепочки за  $T$ .

Второй закон Ньютона для свисающей части цепочки (ускорение направлено вниз):

$$\lambda(L - x)a = \lambda(L - x)g - T$$

Второй закон Ньютона для части цепочки, лежащей на столе (здесь ускорение горизонтально):

$$\lambda xg = N$$

$$\lambda xa = T - F_{\text{тр}}$$

В случае скольжения ( $a > 0$ ),  $F_{\text{тр}} = \mu N$ .

Решая эту систему уравнений, получим  $a(x) = g(1 - \frac{\mu+1}{L}x)$ .

Этот ответ не универсален. Он работает лишь в случае  $x < \frac{L}{\mu+1}$ . В ином случае,  $a = 0$ .

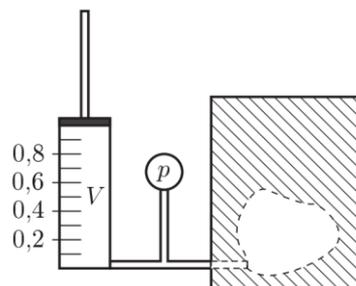
**Ответ:**

$$a(x) = \begin{cases} g\left(1 - \frac{\mu+1}{L}x\right), & x < \frac{L}{\mu+1} \\ 0, & x \geq \frac{L}{\mu+1} \end{cases}$$

**Критерии оценивания (10 баллов)**

1	Второй закон Ньютона для свисающей части цепочки	2 балла
2	Второй закон Ньютона для части цепочки, лежащей на столе $\lambda xg = N$	1 балл
3	Второй закон Ньютона для части цепочки, лежащей на столе $\lambda xa = T - F_{\text{тр}}$	2 балла
4	$F_{\text{тр}} = \mu N$ в случае скольжения	1 балл
5	Указано, что при определенных параметрах, ускорение может быть нулевым	1 балл
6	$a(x) = g(1 - \frac{\mu+1}{L}x)$	2 балла
7	Граница применимости ответа: $x < \frac{L}{\mu+1}$	1 балла

**11.3. Термодинамический черный ящик.** На экспериментальном туре физической олимпиады необходимо было определить объем полости в черном ящике. Для решения этой задачи участник олимпиады с помощью тонкой трубки герметично присоединил полость с манометром и поршневым насосом. Вначале поршень насоса находился в положении  $V_1 = 1,0$  л, а давление в системе насос-полость равнялось атмосферному  $p_1 = 100$  кПа. Когда школьник уменьшил объем насоса до  $V_2 = 0,4$  л, давление в системе равнялось  $p_2 = 150$  кПа. Определите объем полости  $V_0$ . Внутренним объемом манометра пренебречь. Процесс уменьшения объема насоса происходил квазистатически, так что температура в системе сохранялась равной температуре окружающей среды.



**Решение:**

Закон Бойля-Мариотта  $pV = const$

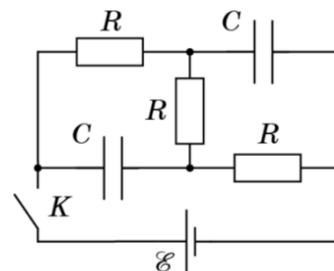
Для нашей задачи  $p_1(V_1 + V_0) = p_2(V_2 + V_0)$

Ответ  $V_0 = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{p_2 - p_1} = 0,8$  л

**Критерии оценивания (10 баллов)**

	$pV = const$	2 балла
	$p_1(V_1 + V_0) = p_2(V_2 + V_0)$	4 балла
	$V_0 = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{p_2 - p_1}$	2 балла
	$V_0 = 0,8$ л	2 балла

**11.4. RC-мост.** Из трех одинаковых резисторов сопротивлением  $R = 1,0$  МОм и двух одинаковых конденсаторов емкостью  $C = 3,0$  мкФ собрана электрическая цепь (мостовая схема) и через ключ подключена к идеальной батарее  $U_0 = 10$  В. Первоначально конденсаторы не заряжены.



- 4) С какой скоростью  $\frac{dq_C}{dt}$  увеличивается заряд конденсаторов сразу после замыкания ключа? (4 балла)
- 5) Какие заряды  $q_C$  установятся на конденсаторах спустя длительное время после замыкания ключа? (4 балла)
- 6) Оцените (по порядку величины) время  $\tau$  переходного процесса (установления напряжения на конденсаторах) в этой цепи. (2 балла)

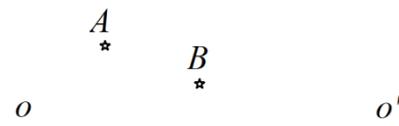
**Решение (фольклор)**

- 1) Сразу после замыкания ключа на конденсаторах нулевое напряжение (они не успели зарядиться). На каждый из резисторов падает напряжение  $U_0$ , следовательно через каждый из них течет ток силой  $I_1 = \frac{U_0}{R}$ . Тогда ток через конденсаторы (= скорость увеличения заряда)  $\frac{dq_C}{dt} = 2I_1 = \frac{2U_0}{R} = 20$  мкА.
- 2) Спустя длительное время, ток через конденсаторы обнулится. Тогда ток через резисторы  $I_2 = \frac{U_0}{3R}$ . Напряжение на конденсаторах  $U_C = 2I_2R = \frac{2U_0}{3}$ , а заряд  $q_C = CU_C = \frac{2}{3}CU_0 = 20$  мкКл.
- 3) Время переходного процесса в RC-цепях  $\tau \sim RC = 3$  с, то есть порядка нескольких секунд.

**Критерии оценивания (10 баллов)**

1	Указано, что вначале – напряжение на конденсаторах 0.	1 балл
2	Найдена сила тока через резисторы сразу после замыкания ключа $I_1 = \frac{U_0}{R}$	1 балл
3	Связь сил токов через резисторы и конденсаторы $\frac{dq_C}{dt} = 2I_1$	1 балл
4	$\frac{dq_C}{dt} = \frac{2U_0}{R} = 20$ мкА	1 балл
5	Указано, что в установившемся режиме напряжение на конденсаторах установится (или ток = 0)	1 балл
6	Найдена сила тока через резисторы в установившемся режиме $I_2 = \frac{U_0}{3R}$	1 балл
7	Связь напряжения на конденсаторах и резисторах $U_C = 2I_2R$	1 балл
8	$q_C = \frac{2}{3}CU_0 = 20$ мкКл	1 балл
9	$\tau \sim RC$	1 балл
10	$\tau$ порядка нескольких секунд	1 балл

**11.5. Оптика.** В архиве Снеллиуса нашли чертеж оптической схемы, на которой были изображены линза, точечный источник света и его изображение в линзе. От времени чернила выцвели и на чертеже остались видны лишь главная оптическая ось линзы  $OO'$ , точечный источник света и его изображение.



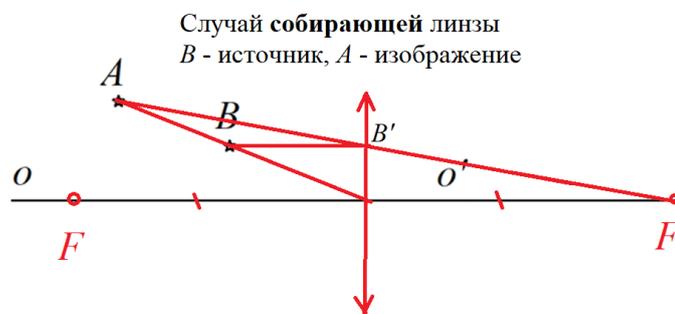
Последние обозначены точками  $A$  и  $B$ , однако неизвестно, какая из точек является источником, а какая – изображением. Перечертите (схематично) чертеж в бланк решений и восстановите тип линзы (собирающая/рассеивающая), а также расположение линзы и ее фокусов.

**Решение (фольклор)**

Возможны два случая: собирающая или рассеивающая линза.

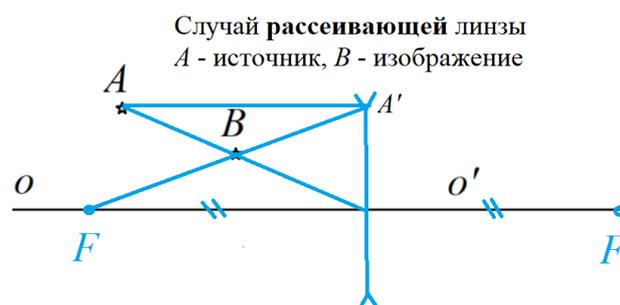
*Общее для обоих случаев.* Пересечение линий  $AB$  и  $OO'$  - оптический центр линзы  $C$ . Плоскость, проходящая через точку  $C$  перпендикулярно главной оптической оси – плоскость линзы.

В случае *собирающей* линзы изображение и источник могут быть по одну сторону от главной оптической оси лишь в случае мнимого увеличенного изображения. И так,  $A$  – изображение,  $B$  – источник. Проведем через точку  $B$  прямую, параллельную  $OO'$  до точки пересечения с линзой  $B'$ .



Пересечение  $AB'$  с  $OO'$  дает фокус линзы. Второй фокус восстанавливается тривиально.

В случае *рассеивающей* линзы, изображение – мнимое и уменьшенное. И так,  $B$  – изображение,  $A$  – источник. Проведем через точку  $A$  прямую, параллельную  $OO'$  до точки пересечения с линзой  $A'$ . Пересечение  $A'B$  с  $OO'$  дает фокус линзы. Второй фокус восстанавливается тривиально.



**Критерии оценивания**

1	Восстановлен оптический центр	2 балла
2	Восстановлена плоскость линзы	1 балл
3	Указано, что возможны два случая	1 балл
4	Восстановлен хотя бы один фокус собирающей линзы	3 балла
5	Восстановлен хотя бы один фокус рассеивающей линзы	3 балла