Задания для обучающихся

Максимальное количество баллов – 50

Задача №1 (10 баллов)

Автобус, подъезжая к перекрестку, стал уменьшать свою скорость с постоянным ускорением от скорости $v_т$ до остановки. После зеленого сигнала светофора, автобус продолжил движение, равноускорено разогнавшись до скорости $v_р$. Определите среднюю скорость на всем участке маневра, если:

а) интервалы времени торможения, стоянки и разгона одинаковы;

б) пути торможения и разгона одинаковы, а время стоянки равно времени движения.

Рассмотрите также частный случай $v_т = v_р = v$ для условий из пунктов (а) и (б).

Возможное решение:

По определению средней скорости:

$$v_{ср} = \frac{S}{t} = \frac{S_т + S_р}{t_т + t_о + t_р},$$

где $S_т$ и $S_р$ – пути торможения и разгона; $t_т, t_о$ и $t_р$ – интервалы времени торможения, стоянки и разгона.

Уравнения равноускоренного движения для участков торможения и разгона:

$$S_т = v_т t_т - \frac{a_т t_т^2}{2} = \frac{v_т t_т}{2}; \quad S_р = \frac{a_р t_р^2}{2} = \frac{v_р t_р}{2}.$$

а) По условию задачи**:** $t_т = t_о = t_р$, тогда

$$v_{ср} = \frac{S_т + S_р}{3t_т} = \frac{v_т t_т + v_р t_р}{6t_т} = \frac{v_т + v_р}{6}.$$

В частном случае при $v_т = v_р = v$:

$$v_{ср} = \frac{v}{3}.$$

б) По условию задачи**:** $S_т = S_р$; $t_о = t_т + t_р$, тогда

$$v_{ср} = \frac{2S_т}{2(t_т + t_р)} = \frac{1}{\frac{t_т}{S_т} + \frac{t_р}{S_р}} = \frac{1}{\frac{2}{v_т} + \frac{2}{v_р}} = \frac{v_т v_р}{2(v_т + v_р)}.$$

В частном случае при $v_т = v_р = v$:

$$v_{ср} = \frac{v}{4}.$$

Критерии оценивания:

№	Критерий оценивания	Балл
1	Записана общая формула для средней скорости: $v_{ср} = \frac{S_т + S_р}{t_т + t_о + t_р}$.	**1**
2	Получено уравнение для пути торможения: $S_т = \frac{v_т t_т}{2}$.	**1**
3	Получено уравнение для пути разгона: $S_р = \frac{v_р t_р}{2}$.	**1**
4	Найдена средняя скорость для условий пункта (а): $v_{ср} = \frac{v_т + v_р}{6}$.	**2**
5	Найдена средняя скорость для условий пункта (б): $v_{ср} = \frac{v_т v_р}{2(v_т + v_р)}$.	**3**
6	Найдена средняя скорость при $v_т = v_р = v$ для пункта (а): $v_{ср} = \frac{v}{3}$.	**1**
7	Найдена средняя скорость при $v_т = v_р = v$ для пункта (б): $v_{ср} = \frac{v}{4}$.	**1**

Задача № 2 (10 баллов)

Для нахождения значения ускорения свободного падения провели следующий эксперимент. По наклонной плоскости с коэффициентом трения скольжения $\mu = 0{,}5$ без начальной скорости пустили брусок. Измеряли зависимость времени движения от пройденного пути. Результаты эксперимента приведены в таблице:

№	1	2	3	4	5	6
S, см	10	20	30	40	50	60
t, с	0,55	0,80	0,95	1,10	1,25	1,35

Определите по данным эксперимента значение ускорения свободного падения, если угол наклона плоскости к горизонту составлял $\alpha = 30°$.

Возможное решение:

При движении по наклонной плоскости брусок будет двигаться с постоянным ускорением, определяемым выражением:

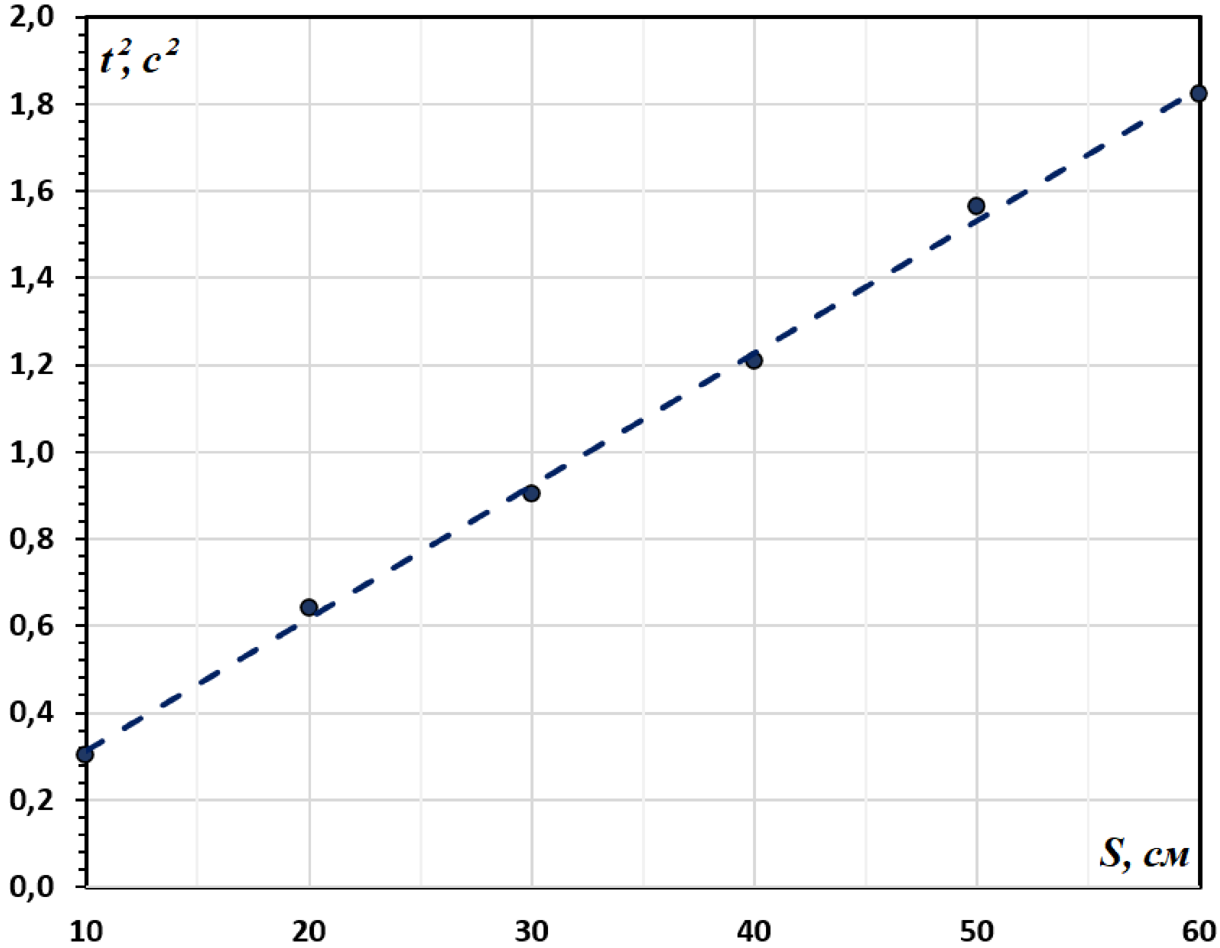
$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).$$

При равноускоренном движении с нулевой начальной скоростью путь, пройденный бруском, определяется как

$$S = \frac{at^2}{2} = \frac{g}{2}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)t^2.$$

То есть путь, пройденный бруском, пропорционален t^2. Для определения коэффициента пропорциональности построим график зависимости $t^2(S)$. Найдем значения t^2 для различных значений S и запишем их в таблицу:

№	1	2	3	4	5	6
S, см	10	20	30	40	50	60
t, с	0,55	0,80	0,95	1,10	1,25	1,35
t^2, c^2	0,30	0,64	0,90	1,20	1,56	1,82



Для нахождения коэффициента пропорциональности проведем линейную аппроксимацию данных на графике и определим котангенс угла наклона прямой:

$$ctg\theta = \frac{\Delta S}{\Delta(t^2)} = 0{,}328 \text{ м/с}^2.$$

Найдем значение ускорения свободного падения:

$$g = \frac{2ctg\theta}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha} = 9{,}79 \text{ м/с}^2.$$

Критерии оценивания:

№	Критерий оценивания	Балл
1	Получена формула для ускорения бруска: $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$	**2**
2	Получена теоретическая зависимость: $S(t) = \frac{g}{2}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)t^2$	**1**
3	Построен график зависимости $S(t^2)$ или $t^2(S)$	**1**
4	Рационально выбран масштаб графика	**1**
5	На графике отмечены все 6 точек	**1**
6	На осях графика подписаны величины с единицами измерения	**1**
7	Присутствует таблица данных для графика	**1**
8	Построена аппроксимирующая прямая и определен ее наклон	**1**
9	Определено значение ускорения свободного падения	**0,5**
10	Полученное значение попадает в диапазон: $(9{,}8 \pm 0{,}1)$ м/с^2	**0,5**

Примечание:

Если значение ускорения свободного падения получено не по графику, то баллы за пункты 3-8 не ставятся, а максимальный балл за задачу составляет 4 балла.

Задача № 3 (10 баллов)

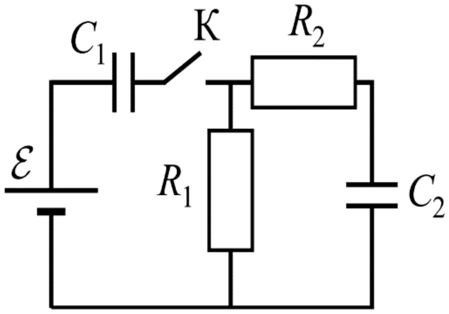
Электрическая цепь содержит:

1) резисторы: $R_1 = 80$ Ом и $R_2 = 20$ Ом;

2) конденсаторы: $C_1 = 50$ мкФ и $C_2 = 100$ мкФ;

3) источник постоянного тока с ЭДС: $\varepsilon = 12$ В.

Изначально конденсаторы разряжены и ключ K разомкнут. Определите, какое количество теплоты выделится в цепи после замыкания ключа.



Возможное решение:

После замыкания ключа конденсатор C_1 зарядится до максимального напряжения $U_{max} = \varepsilon$, и ток в цепи прекратится. Конденсатор C_2 останется разряженным, так как его обкладки соединены между собой через резисторы R_1 и R_2.

Максимальный заряд конденсатора C_1: $q = C_1\varepsilon$. Этот же заряд пройдет через источник тока, при этом работа сторонних сил источника тока:

$$A = q\varepsilon = C_1\varepsilon^2.$$

Энергия заряженного конденсатора C_1:

$$W = \frac{C_1\varepsilon^2}{2}.$$

Работа сторонних сил источника тока идет на сообщение энергии конденсатору C_1 и выделяемую в резисторах теплоту:

$$A = W + Q.$$

Откуда находим количество теплоты, выделившееся в цепи при замыкании ключа:

$$Q = A - W = C_1\varepsilon^2 - \frac{C_1\varepsilon^2}{2} = \frac{C_1\varepsilon^2}{2} = 3{,}6 \text{ мДж}.$$

Критерии оценивания:

№	Критерий оценивания	Балл
1	Показано, что напряжение на конденсаторе C_1 равно ЭДС источника.	**2**
2	Обосновано, что конденсатор C_2 останется разряженным.	**1**
3	Получено выражение для заряда конденсатора C_1: $q = C_1\varepsilon$.	**1**
4	Найдена энергия заряженного конденсатора C_1: $W = \frac{C_1\varepsilon^2}{2}$.	**1**
5	Найдена работа сторонних сил источника тока: $A = C_1\varepsilon^2$.	**2**
6	Записан закон сохранения энергии: $A = W + Q$.	**1**
7	Получено выражение для количества теплоты: $Q = \frac{C_1\varepsilon^2}{2}$.	**1**
8	Вычислено значение количества теплоты: $Q = 3{,}6$ мДж	**1**

Задача №4 (10 баллов)

Латунные цилиндр и шар, имеющие одинаковую температуру $t_1 = 80$ °C, погрузили в воду со льдом. Через 20 секунд температура цилиндра стала $t_2 = 50$ °C. Определите, сколько времени охлаждался шар до этой же температуры. Массы шара и цилиндра одинаковы. Высота цилиндра в 4 раза больше его радиуса.

Возможное решение:

При охлаждении тела в окружающую среду за время $\Delta\tau$ будет передано количество теплоты:

$$Q = k(t - t_0)S\Delta\tau, \tag{1}$$

где k – коэффициент теплопроводности, зависящий от свойств веществ и сред; t, t_0 – текущая температура тела и температура окружающей среды (воды со льдом), S – площадь поверхности тела.

Поскольку шар и цилиндр изготовлены из одного и того же материала, и их массы одинаковы, то они имеют равные теплоемкости. Тогда количества теплоты, отдаваемые телами в окружающую среду, будут также одинаковыми:

$$\mathrm{Q_1 = cm(t_1 - t_2) = C(t_1 - t_2) = Q_2}. \tag{2}$$

Коэффициенты теплопроводности для цилиндра и шара одинаковы. Тела будут охлаждаться разное время только потому, что они имеют разные площади поверхности. Из (1) и (2) следует, что

$$S_1\Delta\tau_1 = S_2\Delta\tau_2, \tag{3}$$

откуда получаем время охлаждения шара

$$\Delta\tau_2 = \frac{S_1}{S_2}\Delta\tau_1. \tag{4}$$

Объемы тел также равны, так как тела имеют одинаковые плотности и массы:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \pi r^2 \cdot 4r, \tag{5}$$

где R, r – радиусы шара и цилиндра. Из (5) выразим радиус шара

$$R = r\sqrt[3]{3}. \tag{6}$$

Площадь поверхности цилиндра:

$$S_1 = 2S_{осн} + S_{бок} = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot 4r = 10\pi r^2. \tag{7}$$

Площадь поверхности шара:

$$S_2 = 4\pi R^2. \tag{8}$$

Подставляя (7), (8) в (4) с учетом (6), получим

$$\Delta\tau_2 = \frac{10\pi r^2}{4\pi R^2}\Delta\tau_1 = \frac{5}{2\sqrt[3]{9}}\Delta\tau_1 = 24 \text{ с}. \tag{9}$$

Критерии оценивания:

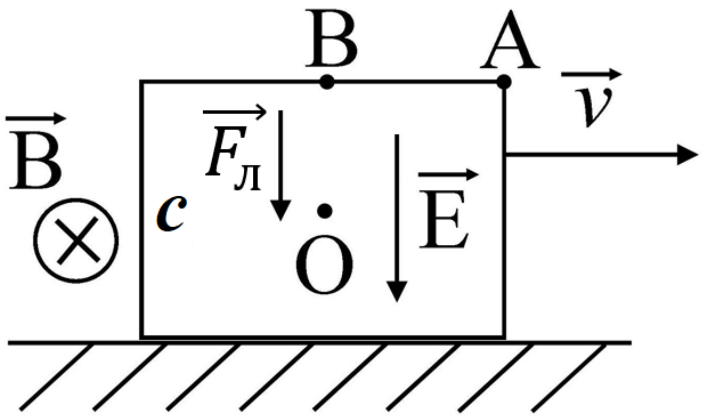
№	Критерий оценивания	Балл
1	Записано уравнение теплопроводности (1)	**1**
2	Обосновано и записано равенство количеств теплоты, отдаваемых цилиндром и шаром (2)	**1**
3	Получено выражение (4) для времени охлаждения шара	**2**
4	Использовано равенство объемов (5) и получено выражение для радиуса шара (6)	**2**
5	Определена площадь цилиндра (7)	**1**
6	Определена площадь шара (8)	**1**
7	Получена формула для расчета времени охлаждения шара (9)	**1**
8	Рассчитано время охлаждения шара	**1**

Задача №5 (10 баллов)

Алюминиевый параллелепипед имеет стороны: $a = b = 5$ см и $c = 3$ см. Касаясь стола плоскостью, образованной сторонами a и b, он скользит по столу с постоянной скоростью $v = 1{,}6$ м/с. Вектор индукции магнитного поля $B = 0{,}25$ Тл направлен горизонтально и перпендикулярен скорости параллелепипеда. Определите модуль вектора напряженности электрического поля, возникающего внутри параллелепипеда и модуль разности потенциалов между центром параллелепипеда и одной из его вершин.

Возможное решение:

В металлическом параллелепипеде, движущемся в магнитном поле, на свободные электроны действует сила Лоренца (см. рисунок).



Так как вектор индукции магнитного поля направлен горизонтально и перпендикулярен скорости параллелепипеда, то сила Лоренца направлена вертикально. Под действием этой силы происходит перераспределение зарядов до тех пор пока сила Лоренца не будет уравновешена силой электростатического отталкивания зарядов. В итоге на верхней и нижней плоскостях параллелепипеда соберутся индуцированные заряды разных знаков. Таким образом, для электрона, находящегося в любой точке параллелепипеда можно записать условие прекращения вертикального отклонения электронов (равенство силы Лоренца и электростатической силы):

$$evB = eE.$$

Модуль вектора напряженности электрического поля:

$$E = vB = 0{,}4 \text{ В/м}.$$

Полученное распределение зарядов на верхней и нижней пластинах параллелепипеда такое же как в плоском конденсаторе, поле которого однородно. Эквипотенциальные поверхности перпендикулярны силовым линиям электрического поля и ориентированы горизонтально. Поэтому разность потенциалов между центром параллелепипеда (точка O) и его вершиной (точка A) равна разности потенциалов между центром параллелепипеда и любой точкой на его горизонтальной поверхности, например точкой над центром параллелепипеда (точка B). Используя связь между разностью потенциалов и напряженностью однородного электрического поля, получим:

$$\Delta\varphi = Ed = E\frac{c}{2} = 6 \text{ мВ}.$$

Критерии оценивания:

№	Критерий оценивания	Балл
1	Описан процесс перераспределения зарядов. Обосновано, в каком направлении и почему в параллелепипеде будут перемещаться свободные электроны (под действием силы Лоренца).	**1**
2	Указано условие, при котором прекращается перераспределение зарядов (компенсация действия силы Лоренца силой Кулона).	**1**
3	Записаны формулы расчета силы Лоренца и электростатической силы	**2**
4	Записано условие прекращения вертикального отклонения электронов	**1**
5	Определена напряженность электрического поля	**1**
6	Указано, что электрическое поле однородно	**1**
7	Описана картина эквипотенциальных поверхностей электрического поля	**2**
8	Определена разность потенциалов между центром параллелепипеда и одной из его вершин	**1**