КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

11 класс

Задача 11.1

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

На основании второго закона Ньютона, записанного в виде $\dfrac{\Delta p}{\Delta t} = F$, (1)

можно найти изменение импульса тел, произошедшее в результате их взаимодействия за время 2τ:

$$\Delta p = F_{\text{ср}} \cdot 2\tau = \frac{F_0}{2} \cdot 2\tau = F_0\tau . \quad (2)$$

Здесь мы учли, что из условия линейности зависимости силы от времени следует, что $F_{\text{ср}} = F_0/2$ (также как, например, при выводе выражения для энергии сжатой пружины используется линейность закона Гука).

Изменения импульса каждого из шариков в проекциях на начальное направление движения второго шарика: $\Delta p_1 = m_1\upsilon_1 = F_0\tau$, $\Delta p_2 = m_2\upsilon_2 - m_2\upsilon = -F_0\tau$, (3)

Отсюда $\upsilon_1 = \dfrac{F_0\tau}{m_1}$, $\upsilon_2 = \upsilon - \dfrac{F_0\tau}{m_2}$. (4)

Зная конечные и начальные скорости и массы, находим энергию, перешедшую в теплоту:

$$Q = \frac{m_2\upsilon^2}{2} - \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} - \frac{m_1\upsilon_1^2}{2} . \quad (5)$$

(4) → (5): $$Q = \upsilon F_0\tau - \frac{F_0^{\,2}\tau^2}{2}\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} . \quad (6)$$

Примерные критерии оценивания	Баллы
Записан второй закон Ньютона в виде (1)	2
Получено выражение для изменения импульсов шаров (3)	1
Найдены скорости шаров после взаимодействия (4)	2
Записано выражение для количества теплоты (5)	2
Получен окончательный результат (6)	3

Задача 11.2

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

Обозначим через k – искомую часть диссоциировавших молекул (т.е., если m – изначальная масса двухатомного газа, то масса диссоциировавших молекул $k \cdot m$). Согласно определению молярные теплоемкости газов определяются выражениями: одноатомного газа: $C_{1\mu} = \dfrac{3}{2}R$, (1) двухатомного газа: $C_{2\mu} = \dfrac{5}{2}R = C_{\mu V} = 2,5R$. (2)

Тогда удельные теплоемкости этих газов,

одноатомного газа: $c_1 = \dfrac{3}{2}\dfrac{R}{\mu}$, (3) двухатомного газа: $c_2 = \dfrac{5}{2}\dfrac{R}{2\mu}$, (4)

μ – молярная масса одноатомного газа. Для удельной теплоемкости смеси имеем:

$$c = c_1 \cdot k + c_2 \cdot (1-k) = \frac{3}{2}\frac{R}{\mu}k + \frac{5}{2}\frac{R}{2\mu}(1-k) = 1,25\frac{R}{\mu} + 0,25\frac{R}{\mu}k . \quad (5)$$

По условию задачи удельная теплоёмкость всего газа

$$c = 1,08 \cdot c_2 = 1,08 \cdot \frac{5}{2}\frac{R}{2\mu} = 1,35\frac{R}{\mu} . \quad (6)$$

Из (5) и (6): $$1{,}35\frac{R}{\mu}=1{,}24\frac{R}{\mu}-0{,}25\frac{R}{\mu}k\ ,\ k=0{,}4 \qquad (7)$$

Т.о., диссоциация увеличивает удельную теплоёмкость газа, а, поскольку его масса при этом не меняется, запас внутренней энергии также возрастает (за счет внешнего источника).

Примерные критерии оценивания	Баллы
Записаны выражения для молярных теплоёмкостей газов (1) и (2)	1
Записаны выражения для удельных теплоёмкостей газов (3) и (4)	2
Получено выражение для удельной теплоёмкости смеси (5)	3
Записано условие (6)	2
Получен окончательный результат (7)	2

Задача 11.3

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

Обозначим координату снаряда при его движении в стволе x. Уравнение движения снаряда на основании второго закона Ньютона и приближений, оговоренных в условии задачи, имеет вид $$m_0a=F=PS\ , \qquad (1)$$

где a – ускорение снаряда, m_0 – его масса, P – давление пороховых газов в стволе, S – площадь поперечного сечения ствола. Для определения давления газов запишем уравнение состояния для момента времени, когда координата снаряда стала равна x:

$$P\cdot S\ x=\frac{m}{\mu}RT\ \Rightarrow P=\frac{m}{\mu}\frac{RT}{S\ x}\ , \qquad (2)$$

здесь m – масса газов. Т.к. газы поступают с постоянной скоростью, их масса будет зависеть от времени по закону $$m=\beta t\ , \qquad (3)$$

где по условиям задачи $\beta=2{,}0\cdot 10^3$ кг/с – скорость поступления газов. Т.о., с учётом (2) и (3), уравнение движения (1) приобретает вид

$$m_0a=\frac{\beta RT}{\mu}\cdot\frac{t}{x}\ . \qquad (4)$$

Для решения этого уравнения воспользуемся условием, что закон движения снаряда имеет вид $$x=Ct^{\alpha} \qquad (5)$$

$(C=\mathrm{const})$, тогда скорость снаряда υ и его ускорение могут быть найдены как первая и вторая производные от данной функции:

$$\upsilon=x'=\alpha Ct^{\alpha-1}\ , \qquad a=\upsilon'=\alpha(\alpha-1)Ct^{\alpha-2}\ . \qquad (6)$$

(5), (6) → (4): $$m_0\alpha(\alpha-1)Ct^{\alpha-2}=\frac{\beta RT}{\mu}\cdot\frac{t}{Ct^{\alpha}}\ . \qquad (7)$$

Это выражение должно быть справедливым в любые моменты времени, поэтому показатели степеней t в левой и правой частях данного равенства должны быть одинаковы: $$\alpha-2=1-\alpha\ \Rightarrow\alpha=\frac{3}{2}\ . \qquad (8)$$

(8) → (7), находим константу C: $$C^2=\frac{\beta RT}{\alpha(\alpha-1)m_0\mu}=\frac{4\beta RT}{3m_0\mu}\ \Rightarrow C=\sqrt{\frac{4\beta RT}{3m_0\mu}}\ . \qquad (9)$$

Итак, формулы (8) и (9) определяют закон движения снаряда (5). Обозначим момент вылета снаряда из ствола через τ, при этом координата снаряда станет равной длине ствола, поэтому из (5) и (6), с учётом (8), имеем:

$$\left.\begin{aligned} l &= C\tau^{\frac{3}{2}} \\ \upsilon &= \frac{3}{2}C\tau^{\frac{1}{2}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \ \upsilon = \frac{3}{2}C^{\frac{2}{3}}l^{\frac{1}{3}}. \tag{10}$$

Подставляя (9) в (10), окончательно находим $$\upsilon = \frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{4\beta RT}{3m_0\mu}l}. \tag{11}$$

Подставляя численные значения, получим, $$\upsilon \approx 550\,\text{м/с}. \tag{12}$$

Замечание. Несмотря на правдоподобный результат, оговоренные в условии приближения (пренебрежение силами сопротивления, постоянство температуры и скорости сгорания) являются довольно грубыми. Обратите внимание, согласно полученному решению ускорения снаряда в начальный момент времени стремится к бесконечности, что связано с нулевым объемом газа. Но, по-видимому, кратковременность этой стадии не оказывает определяющего влияния на конечный результат.

Примерные критерии оценивания	**Баллы**
Записан второй закон Ньютона (1)	1
Определено давление газов (2)	1
Получено уравнение движения (4)	1
Определена постоянная α (8)	2
Определена константа C (9)	2
Получено выражение для скорости снаряда (11)	2
Получен численный ответ (12)	1

Задача 11.4

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

При включении нагрузки с сопротивлением $R_\text{н}$ в цепь с ЭДС ε_0 и внутренним сопротивлением источника r_0 по цепи течет ток $$I = \frac{\varepsilon_0}{R_\text{н} + r_0} \tag{1}$$

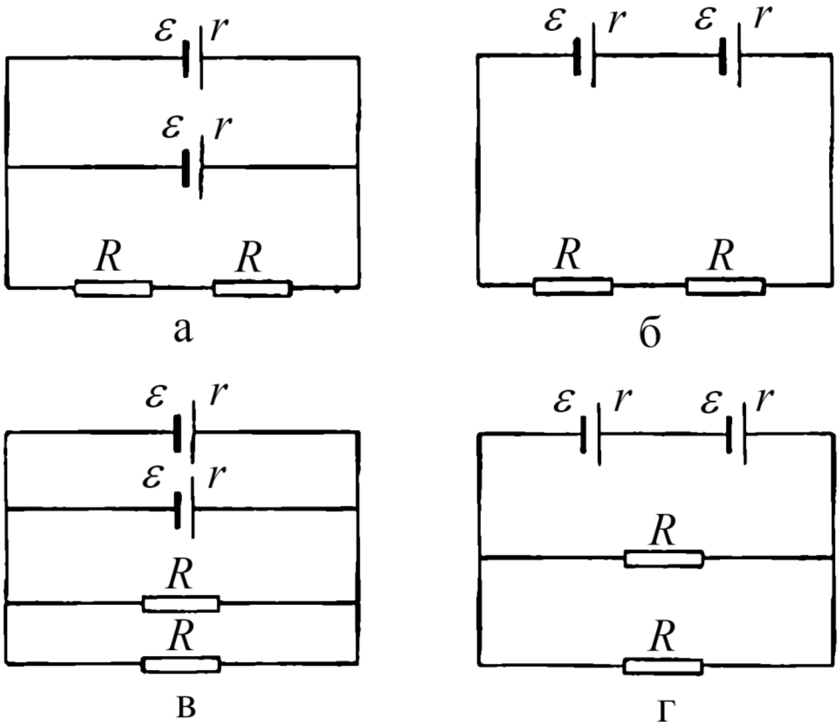
и мощность на нагрузке $$W_\text{н} = I^2 R_\text{н} = \frac{\varepsilon_0^2 R_\text{н}}{\left(R_\text{н} + r_0\right)^2}. \tag{2}$$

Мощность источника $$W = I\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon_0^2}{R_\text{н} + r_0}. \tag{3}$$

Коэффициент полезного действия цепи $$\eta = \frac{W_\text{н}}{W} = \frac{R_\text{н}}{R_\text{н} + r_0} = \frac{1}{1 + \frac{r_0}{R_\text{н}}}. \tag{4}$$

Источники тока и сопротивления нагрузки можно соединять последовательно или параллельно. При этом можно построить четыре различные схемы (см. рис.). Из формулы (4) видно, что максимальный КПД достигается при минимальном значении отношения $r_0/R_\text{н}$. При включении по схеме на рис. а, сопротивление $r_0 = r/2$ минимально, а $R_\text{н} = 2R$ максимально, КПД при этом $$\eta = \frac{1}{1 + \frac{r}{4R}} = 0{,}8. \tag{5}$$

Для ответа на второй вопрос надо вычислить мощности на нагрузке во всех четырёх случаях. Используем формулу (2) и учтём, что по условию задачи $r = R$.



а) Источники тока соединены параллельно, сопротивления – последовательно:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon, \qquad r_0 = \frac{r}{2}, \qquad R_{\text{Н}} = 2R, \qquad W_{\text{а}} = \frac{8}{25}\frac{\varepsilon^2}{R}. \qquad (6)$$

б) Источники и сопротивления соединены последовательно:

$$\varepsilon_0 = 2\varepsilon, \qquad r_0 = 2r, \qquad R_{\text{Н}} = 2R, \qquad W_{\text{б}} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon^2}{R}. \qquad (7)$$

в) Источники и сопротивления соединены параллельно:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon, \qquad r_0 = \frac{r}{2}, \qquad R_{\text{Н}} = \frac{R}{2}, \qquad W_{\text{в}} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon^2}{R}. \qquad (8)$$

г) Источники соединены последовательно, сопротивления параллельно:

$$\varepsilon_0 = 2\varepsilon, \qquad r_0 = 2r, \qquad R_{\text{Н}} = \frac{R}{2}, \qquad W_{\text{г}} = \frac{8}{25}\frac{\varepsilon^2}{R}. \qquad (9)$$

Итак, мощность на нагрузке максимальна, когда включение произведено по схемам на рис. б или в:

$$W_{\text{б}} = W_{\text{в}} > W_{\text{а}} = W_{\text{г}}. \qquad (10)$$

Примерные критерии оценивания	**Баллы**
Проведён анализ и сделан вывод о том, что КПД максимален при схеме на рис. а	2
Вычислен максимальный КПД (5)	2
Получено выражение (6) для мощности на нагрузке в случае а)	1
Получено выражение (7) для мощности на нагрузке в случае б)	1
Получено выражение (8) для мощности на нагрузке в случае в)	1
Получено выражение (9) для мощности на нагрузке в случае г)	1
Сделан окончательный вывод (10)	2

Задача 11.5

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

Выясним сначала, почему стержень начнёт вращаться. Рассмотрим воображаемый круговой контур, по которому движутся заряды при вращении стержня вокруг вертикальной оси, проходящей через его середину. При выключении магнитного поля магнитный поток через этот контур уменьшается, что приводит к возникновению вихревого электрического поля. Это поле действует на заряды и разгоняет их. Данный процесс для простоты понимания можно представлять себе так, как будто вместо воображаемого контура имеется проводящее кольцо, содержащее всего два носителя заряда. Тогда при выключении магнитного поля в проводнике будет возникать ЭДС индукции, и потечёт ток, то есть заряды придут в движение. Для решения задачи прежде всего найдём ЭДС индукции ε_i. По условию однородное магнитное поле в любой момент времени сосредоточено между полюсами электромагнита и строго вертикально. По закону электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -S\frac{\Delta B}{\Delta t}. \quad (1)$$

Здесь $\Phi = BS$ – магнитный поток через контур, $S = \pi d^2/4$ – площадь торцевого сечения полюса электромагнита, B – мгновенное значение индукции магнитного поля. По условию магнитное поле равномерно уменьшается от значения B_0 до нуля. Пусть это происходит за время τ, тогда:

$$B(t) = B_0 - \frac{B_0}{\tau}t. \quad (2)$$

Отсюда для произвольного промежутка времени Δt имеем

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = -\frac{B_0}{\tau}, \quad (3)$$

и, подставляя это соотношение в (1), для ЭДС индукции получаем:

$$\varepsilon_i = S\frac{B_0}{\tau} = \frac{\pi d^2 B_0}{4\tau}. \quad (4)$$

С другой стороны, ЭДС по определению есть отношение работы $A_{\text{стор}}$, совершаемой сторонними силами $F_{\text{стор}}$ при перемещении пробного заряда, к его величине $q_{\text{проб}}$. В нашем случае появление ЭДС индукции связано с возникновением вихревого электрического поля, которое и совершает работу. Значит,

$$\varepsilon_i = \frac{A_{\text{стор}}}{q} = \frac{F_{\text{стор}}}{q}\cdot\pi L = E\pi L. \quad (5)$$

Здесь πL – длина окружности, по которой перемещаются заряды, E – напряжённость вихревого электрического поля. Приравнивая два полученных выражения для ε_i в (4) и (5), найдём E:

$$E = \frac{d^2 B_0}{4\tau L}. \quad (6)$$

Т.к. система симметрична, то для нахождения угловой скорости вращения стержня можно рассмотреть только один заряд. На этот заряд в вихревом электрическом поле действует сила $F = qE$, направленная по касательной к окружности, по которой он движется. В соответствии со вторым законом Ньютона эта сила приводит к появлению тангенциального (касательного) ускорения

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = \frac{qd^2 B_0}{4m\tau L}. \quad (7)$$

В течение времени τ, за которое происходит уменьшение магнитного поля, заряды движутся по окружности с этим ускорением и приобретают линейную скорость

$$\upsilon = a\,\tau = \frac{qd^2 B_0}{4mL}. \qquad (8)$$

Этой линейной скорости зарядов соответствует искомая угловая скорость стержня

$$\omega = \frac{\upsilon}{L/2} = \frac{qd^2 B_0}{2mL^2}. \qquad (9)$$

Примерные критерии оценивания	**Баллы**
Указана причина начала вращения стержня при выключении поля	1
Записан закон (2)	1
Записано выражение (4)	2
Записано выражение (5) для ЭДС индукции через напряжённость вихревого электрического поля	2
Получено выражение (6) для E	1
Получено ускорение заряда (7)	1
Получена скорость заряда (8)	1
Получен окончательный результат (9)	1