

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ
(МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП)
возрастная группа (11 класс)

ЗАДАНИЕ 1.

П-образная рамка $ABCD$ (рис. 1.) согнута из однородной проволоки. Если ее подвесить за вершину B , то боковая сторона образует с вертикалью угол 45° .

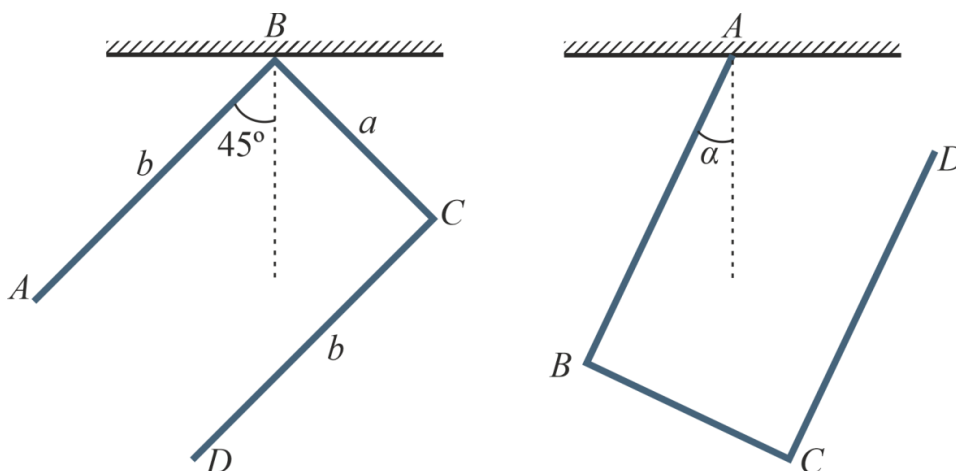


Рис. 1.

Какой угол образует с вертикалью эта сторона, если рамку подвесить за вершину A ?

Решение.

Центр тяжести O лежит на одной вертикали с точкой подвеса, тогда геометрия системы имеет вид, изображенный на рис. P.2.

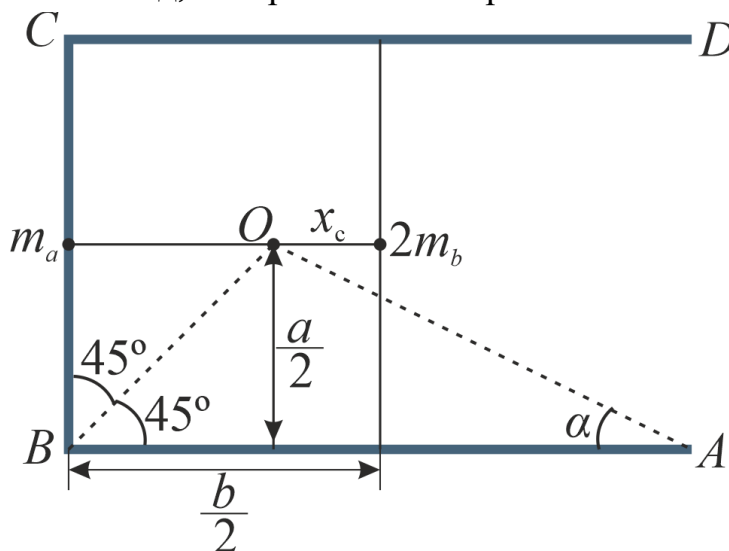


Рис. P.2.

Центры тяжести однородных сторон лежат на их серединах. Из симметрии очевидно, что центр тяжести рамки лежит на оси симметрии, а так как $\angle ABO = 45^\circ$, то и $\angle OBC = 45^\circ$, и следовательно

$$x_c = \frac{b}{2} - \frac{a}{2} \quad (1)$$

(начало отсчета – геометрический центр прямоугольника $ABCD$).

С другой стороны, из условия равновесия, относительно точки O (или по определению центра тяжести), имеем

$$m_a \cdot \frac{a}{2} = 2m_b \cdot x_c, \quad (2)$$

$$m_a \cdot \frac{a}{2} = 2m_b \cdot \left(\frac{b}{2} - \frac{a}{2} \right).$$

Так как проволока однородна, то $m_a = \rho S a$ и $m_b = \rho S b$, где S – площадь поперечного сечения проволоки, тогда $\frac{a^2}{2} = 2b \cdot \left(\frac{b}{2} - \frac{a}{2} \right)$ и $\frac{a^2}{4b} = \frac{b}{2} - \frac{a}{2}$, умножим все выражение на $\frac{4}{b}$ и получим квадратное уравнение, относительно $\frac{a}{b}$:

$$\left(\frac{a}{b} \right)^2 + 2 \left(\frac{a}{b} \right) - 2 = 0, \quad (3)$$

корни которого $\left(\frac{a}{b} \right)_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$. Физический смысл имеет корень со знаком "+". Следовательно $\frac{a}{b} = \sqrt{3} - 1$, $\frac{a}{b} < 1$. Из $\triangle AOF$ можно записать

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{a}{2}}{b - \frac{a}{2}} = \frac{a}{2b - a} = \frac{\frac{a}{b}}{2 - \frac{a}{b}}. \quad (4)$$

Подставляя значение $\frac{a}{b}$, имеем

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3} - 1}{2 - (\sqrt{3} - 1)} = \frac{\sqrt{3} - 1}{3 - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1)} = \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (5)$$

Такому значению тангенса соответствует угол $\alpha = 30^\circ$.

Критерии оценивания

1.	Указано, что центр тяжести рамки лежит на одной вертикали с точкой подвеса.	1 балл
2.	Составлено выражение (1) или аналогичное	2 балла
3.	Составлено выражение (2) или аналогичное	2 балла
4.	Получено квадратное уравнение (3) или аналогичное	2 балла
5.	Получено соотношение (4) для тангенса угла α или аналогичное	2 балла
6.	Определено значение угла α или значение его тригонометрической функции, например (5)	1 балл
Всего		10 баллов

ЗАДАНИЕ 2.

Большую строительную плиту поднимают краном вертикально вверх с постоянной скоростью. Мальчик снизу бросает маленький камень в плиту. Перед ударом о плиту камень имел скорость, направленную под углом α к горизонту. После удара о поверхность плиты камень отскакивает со скоростью $v = 16 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, составляющей угол β с горизонтом (рис. 2). Найдите скорость камня перед ударом о плиту и скорость с которой кран поднимает плиту. Удар считать абсолютно упругим, $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\sin \beta = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

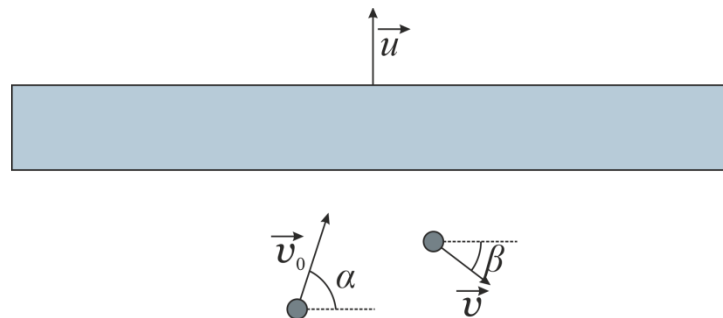


Рис. 2.

Решение.

Удар абсолютно упругий, т.е. если бы плита покоилась, скорость до удара и после него имели бы одинаковое значение, а угол падения, был бы равен углу отражения. Но плита движется.

В системе отсчета связанной с землей за время t камень переместится $\vec{v}_0 t$, но плита удалится на $\vec{u} t$, результирующее перемещение $(\vec{v}_0 - \vec{u})t$, при полете после удара камень за время t снова пролетит (удалится от нее на) $\vec{v}_0 t$, а плита удалится от первоначального положения уже на $\vec{u} t$, значит, результирующее перемещение $(\vec{v}_0 + 2\vec{u})t$. Построим скорости в системе отсчета связанной с плитой (рис. P2).

Расположим оси координат, как показано на рисунке (ось Ox – горизонтально вправо, ось Oy – вертикально вниз).

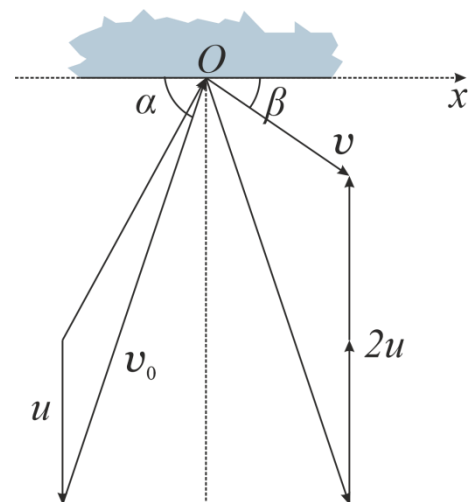


Рис. P2.

Значение проекций скорости камня на ось Ox не изменится

$$v_0 \cos \alpha = v \cos \beta. \quad (1)$$

Из основного тригонометрического тождества $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{3}$, $\cos \beta = \frac{3}{4}$, тогда из (1), имеем

$$v_0 = v \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}. \quad (2)$$

$$v_0 = \frac{9}{4} v = 36 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

В проекции на ось Oy , имеем

$$v_0 \sin \alpha = v \sin \beta + 2u. \quad (3)$$

Откуда

$$u = \frac{v_0 \sin \alpha - v \sin \beta}{2} = \frac{\left(\frac{9}{4} \sin \alpha - \sin \beta\right) v}{2}. \quad (4)$$

$$u = \frac{\left(\frac{9}{4} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{7}}{4}\right) v}{2} = \frac{6\sqrt{2} - \sqrt{7}}{8} v = (12\sqrt{2} - 2\sqrt{7}) \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 11,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Критерии оценивания

1.	Осуществлен переход в систему отсчета связанную с плитой	2 балла
2.	Составлено соотношение (1)	2 балла
3.	Получено выражение (2) для скорости v_0	1 балл
4.	Рассчитана скорость v_0	1 балл
5.	Составлено соотношение (3)	2 балла
6.	Получено выражение (4) (или аналогичный набор выражений) для скорости u	1 балл
7.	Рассчитана скорость u (возможно через корни из целых чисел)	1 балл
Всего		10 баллов

ЗАДАНИЕ 3.

Для определения показателя преломления жидкости в нее поместили тонкую прозрачную сферу. На сферу направили тонкий параллельный пучок лучей света. На противоположной стороне сферы площадь освещенной поверхность в четыре раза отличается от площади поверхности освещенной в месте падения пучка. Определите показатель n преломления жидкости. Диаметр падающего пучка много меньше диаметра сферы.

Решение.

Так как показатель преломления воздуха n_0 меньше показателя преломления n любой жидкости, то площадь S_2 освещенной поверхности от выходящего пучка может быть только в четыре раза больше, а не меньше площади освещенной падающим пучком S_1 .

Площадь пропорциональна квадрату радиуса, значит радиус R_2 выходящего пучка в два раза больше радиуса R_1 падающего пучка, т.е.

$$\frac{R_2}{R_1} = 2.$$

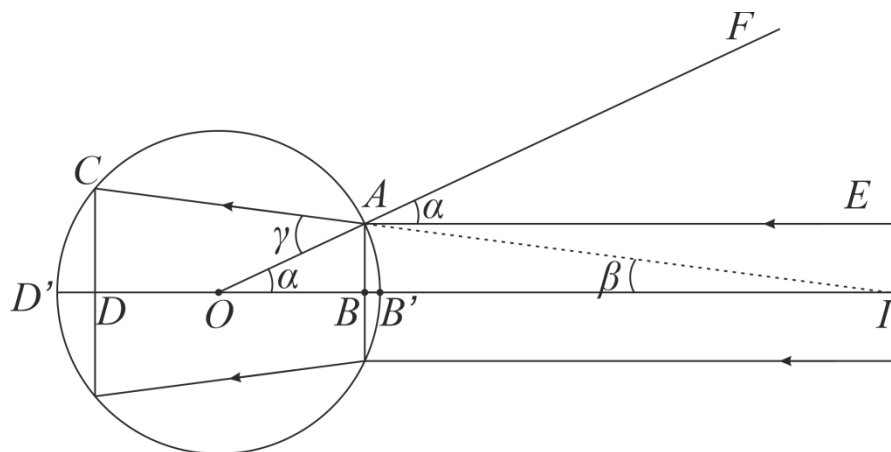


Рис. Р4.

На чертеже (Рис. Р4) $AB = R_1$, $CD = R_2 = 2R_1 = 2AB$, $\angle EAF = \angle FOB = \alpha$, $\angle CAO = \gamma$,

$$\frac{n_0}{n} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}. \quad (1)$$

Радиус падающего пучка R_1 много меньше радиуса сферы R , это позволяет:

а) считать точку B совпадающей с точкой B' , а точку D – с точкой D' , при этом $DB \approx D'B' = 2R$, а так как $CD = 2AB$, то из подобия прямоугольных треугольников $\triangle CID \sim \triangle AIB$, имеем $B'I = 2R$;

б) измерять углы α и β следующим образом:

$$\alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \frac{AB}{OB} \approx \frac{R_1}{R}, \quad \beta \approx \operatorname{tg} \beta \approx \frac{CD'}{D'I} \approx \frac{R_2}{4R} = \frac{2R_1}{4R} = \frac{\alpha}{2},$$

тогда угол γ как внешний для $\triangle OAI$, можно найти из выражения

$$\gamma = \alpha + \beta = \frac{3\alpha}{2};$$

в) заменить в соотношении (1) синусы углов значениями самих углов.

Тогда получаем

$$n = n_0 \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} \approx n_0 \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{3}{2}.$$

Критерии оценивания

1.	Определено, что $\frac{R_2}{R_1} = 2$ или (соотношение для диаметров пучков)	1 балл
2.	Верно записан закон преломления света	1 балл
3.	Построен верный чертеж	3 балла
4.	Выполнен пункт а) или аналогичные рассуждения	2 балла
5.	Выполнен пункт б) или аналогичные рассуждения	2 балла
6.	Выполнен пункт в) и получен верный ответ	1 балл
Всего		10 баллов

ЗАДАНИЕ 4.

В замкнутом вертикальном сосуде с помощью горизонтального поршня газ разделен на две части одинаковой массы. При температуре $T_1 = 310$ К объемы газа над поршнем и под ним определяются отношением 5:1. Если температура газа изменится до $T_2 = 372$ К, каким станет отношение объемов? Трением при движении поршня пренебречь, масса поршня постоянна.

Решение.

Так как поршень неподвижен, то сумма действующих на него сил равна нулю, следовательно давление в нижней части сосуда должно быть больше давления в верхней части сосуда, чтобы уравновесить давление газа сверху и силу тяжести поршня.

Обозначим $V_{в1}$, $V_{н1}$, $p_{в1}$, $p_{н1}$ – объемы и давления в верхней и нижней частях сосуда соответственно при T_1 ; $V_{в2}$, $V_{н2}$, $p_{в2}$, $p_{н2}$ – при T_2 ; $\frac{V_{в1}}{V_{н1}} = \frac{5}{1}$ И пусть новое искомое соотношение объемов $\frac{V_{в2}}{V_{н2}} = \frac{k}{1}$.

Так как объем сосуда неизменен, то $V_{в1} + V_{н1} = V_{в2} + V_{н2}$,

$$\frac{6}{5}V_{в1} = V_{в2} \left(1 + \frac{1}{k}\right),$$
$$V_{в2} = V_{в1} \frac{6}{5 \left(1 + \frac{1}{k}\right)} = V_{в1} \frac{6k}{5(k+1)}, \quad (1)$$

Очевидно, что $k > 1$.

Масса поршня m постоянна, следовательно, из условия равновесия поршня

$$(p_{н1} - p_{в1})S = mg = (p_{н2} - p_{в2})S, \quad (2)$$

где S – площадь поршня.

Так как массы газа с разных сторон от поршня одинаковы и неизменны, то отношение давлений с разных сторон поршня будет обратным к отношению объемов

$$\frac{p_{в1}}{p_{н1}} = \frac{1}{7}, \quad \frac{p_{в2}}{p_{н2}} = \frac{1}{k},$$

тогда из (2) получаем

$$4p_{в1} = p_{в2}(k - 1),$$
$$p_{в2} = p_{в1} \frac{4}{(k - 1)}. \quad (3)$$

Запишем объединенный газовый закон для двух состояний верхней части газа

$$\frac{V_{B1}p_{B1}}{T_1} = \frac{V_{B2}p_{B2}}{T_2},$$

учитывая (1) и (3), имеем

$$\frac{V_{B1}p_{B1}}{T_1} = \frac{V_{B1} \frac{6k}{5(k+1)} p_{B1} \frac{4}{(k-1)}}{T_2},$$

$$\frac{1}{T_1} = \frac{24k}{5(k+1)(k-1)T_2}, \quad 5T_2(k^2 - 1) = 24T_1k$$

$$5T_2k^2 - 24T_1k - 5T_2 = 0.$$

Подставим данные

$$k^2 - 4k - 1 = 0, \quad k = 2 \pm \sqrt{5},$$

Отрицательный корень не подходит, тогда окончательный ответ

$$k = 2 + \sqrt{5} \approx 4,2.$$

Критерии оценивания

1.	Получено соотношение (1) или аналогичное для объемов нижней части	2 балла
2.	Учтена сила тяжести поршня и получено соотношение (2) или аналогичные условия равновесия поршня	2 балла
3.	Получено соотношение (3) или аналогичное для давлений в нижней части, при условии, что в п.1. объемы получены тоже для нижней части	2 балла
4.	Применен объединенный газовый закон для верхней части газа (или нижней) в разных состояниях	2 балла
5.	Составлено и решено квадратное уравнение относительно k	2 балла
Всего		10 баллов

ЗАДАНИЕ 5.

В заметках экспериментатора обнаружилась схема (рис. 5.1) и результаты измерений к ней, представленные в таблице 1.

Таблица 1.

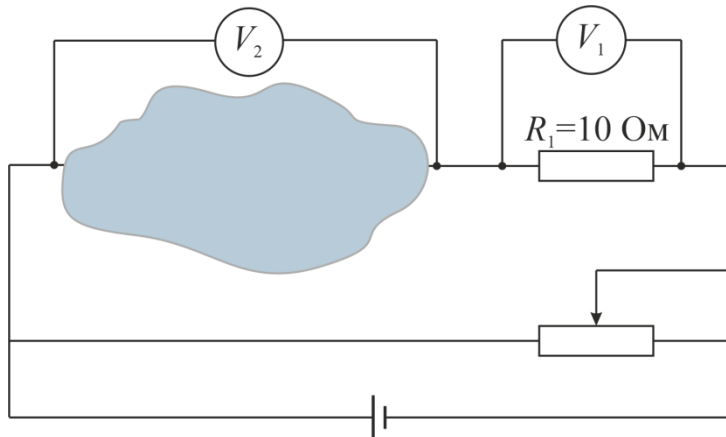
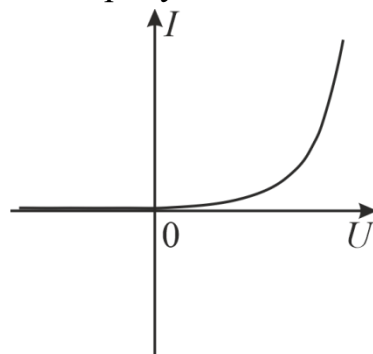


Рис. 5.1.

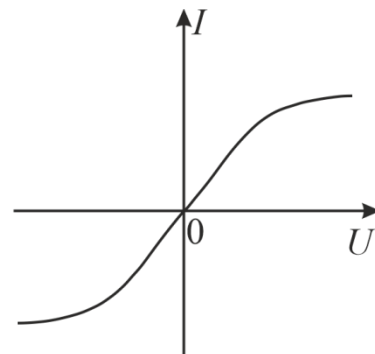
U_1 , мВ	U_2 , В	U_1 , мВ	U_2 , В
2,5	1	-9,3	-4,2
3,0	1,1	-7,8	-3,5
3,5	1,2	-6,2	-2,8
4,5	1,3	-4,9	-2,2
6,8	1,5	-3,5	-1,6
10,5	1,7	-3,1	-1,4
17,9	2,1	-1,8	-0,8
38,3	3,2	-1,1	-0,5
56,8	4,2	-0,7	-0,3

Чертеж был поврежден, на одном участке была клякса. Но экспериментатор вспомнил, что в нем находилось не более трех элементов, и это могли быть резисторы, диоды, лампочки, но только один из элементов в схеме нелинейный.

Вольт-амперные характеристики нелинейных элементов схематически представлены на рисунке 5.2.



ВАХ диода



ВАХ лампочки

Рис. 5.2.

Задание.

1) Изобразите вольт-амперную характеристику для утраченного участка цепи на графике (миллиметровая бумага для графика – Приложение 1 сдается вместе с работой).

2) Объясните, какой нелинейный элемент находится на участке цепи под кляксой.

3) Предложите и обоснуйте все возможные варианты схемы электрической цепи, которая находится под кляксой.

4) Определите сопротивление(я) резистора(ов) в схеме под кляксой.

Решение.

1) Силу тока через участок цепи под кляксой найдем из закона Ома для резистора R_1 , так как участки соединены последовательно,

$$I = \frac{U_1}{R_1}.$$

Результаты представлены в таблице.

№ пп	U_1 , мВ	U_2 , В	I , мА	№ пп	U_1 , мВ	U_2 , В	I , мА
1.	-9,3	-4,2	-0,93	10.	2,5	1	0,25
2.	-7,8	-3,5	-0,78	11.	3,0	1,1	0,3
3.	-6,2	-2,8	-0,62	12.	3,5	1,2	0,35
4.	-4,9	-2,2	-0,49	13.	4,5	1,3	0,45
5.	-3,5	-1,6	-0,35	14.	6,8	1,5	0,68
6.	-3,1	-1,4	-0,31	15.	10,5	1,7	1,05
7.	-1,8	-0,8	-0,18	16.	17,9	2,1	1,79
8.	-1,1	-0,5	-0,11	17.	38,3	3,2	3,83
9.	-0,7	-0,3	-0,07	18.	56,8	4,2	5,68

Вольт-амперная характеристика схемы под кляксой представлена на рис. Р5.1.

2) Характерный изгиб ВАХ и разный вид графика при различной полярности говорят о наличии диода.

3) Ветвь для отрицательных напряжений соответствует закрытому состоянию диода. Поскольку ток при этом течет и зависимость $I(U_1)$ линейна, делаем вывод, о том, что параллельно, диоду присоединен резистор.

Правая ветвь ВАХ после открытия диода идет не слишком круто, что свидетельствует о наличии резистора, соединенного последовательно с диодом.

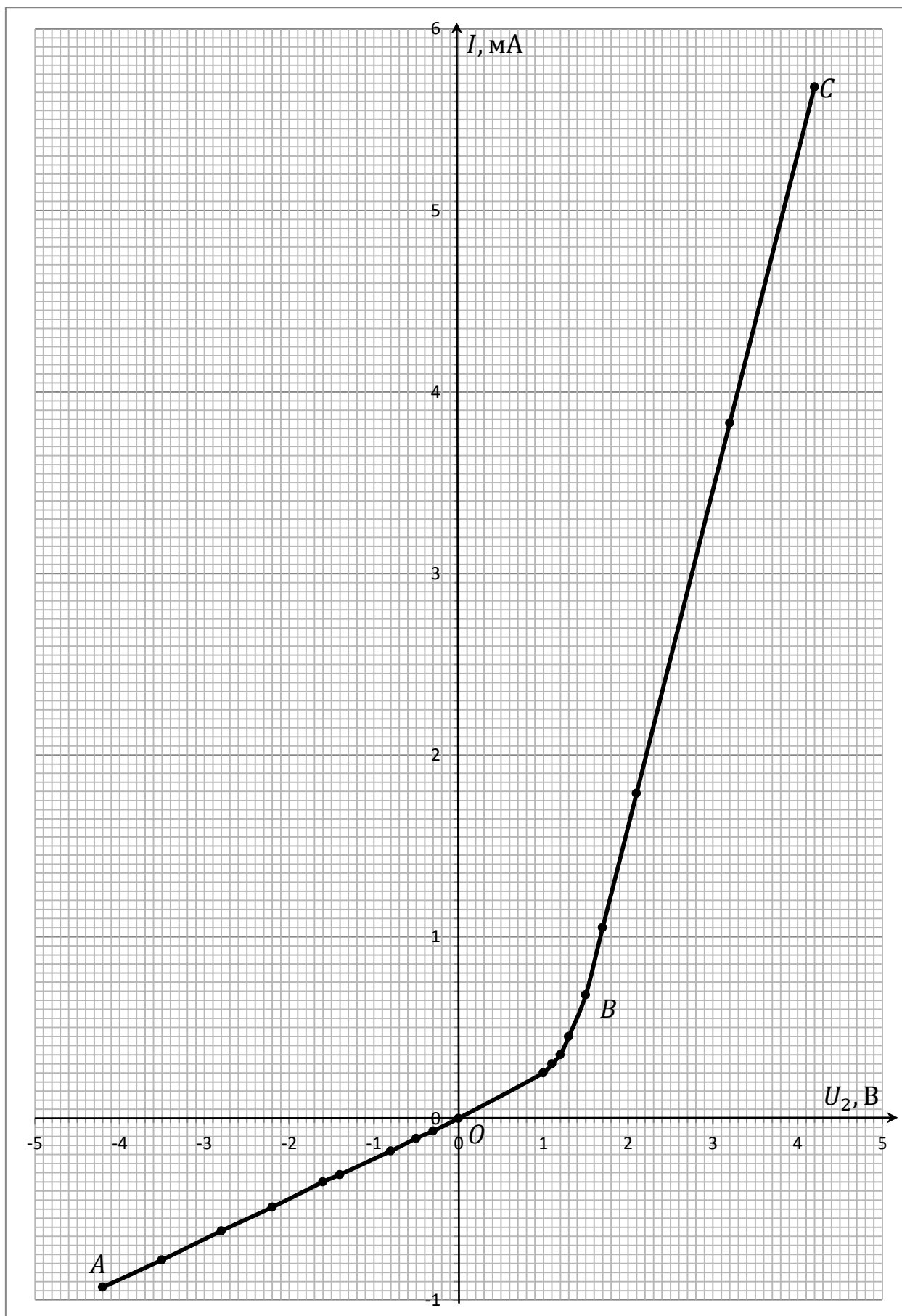


Рис. P5.1.

Возможные варианты схем под кляксой представлены на рисунке Р5.2.

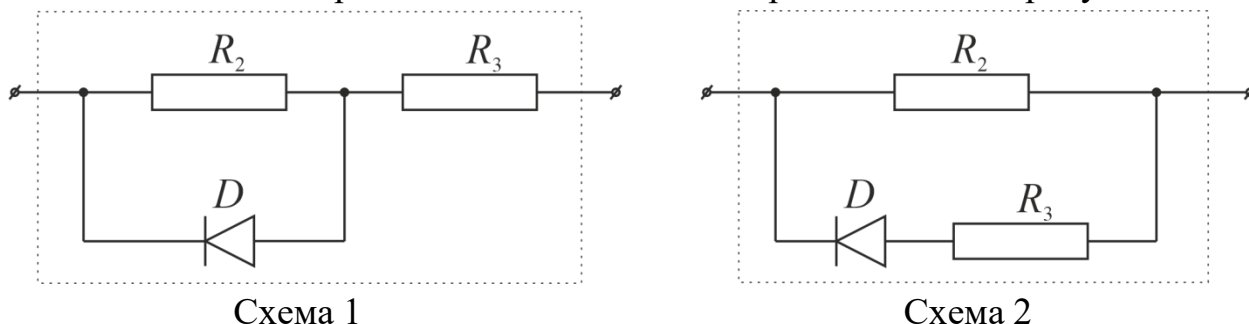


Рис. Р5.2.

4) Из графика обратные наклоны прямолинейных участков

- участок AO $R_{AO} = 4,5 \text{ кОм}$;
- участок BC $R_{BC} = 0,54 \text{ кОм}$.

Для схемы 1.

При $U > 0$ (участок BC), диод открыт, ток через резистор R_2 не идет, поэтому отношение $\frac{\Delta U_2}{\Delta I} = R_{BC} = R_3$, откуда $R_3 = 0,54 \text{ кОм}$.

При $U < 0$ (участок AO) ток через диод не идет, поэтому общее сопротивление цепи $R_{AO} = R_2 + R_3$, откуда $R_2 = R_{AO} - R_3 = 4,5 \text{ кОм} - 0,54 \text{ кОм} = 3,96 \text{ кОм}$.

Для схемы 2.

При $U < 0$ (участок AO) ток через диод не идет, $\frac{\Delta U_2}{\Delta I} = R_{AO} = R_2$, откуда $R_2 = 4,5 \text{ кОм}$

При $U > 0$ (участок BC), диод открыт, имеем $R_{BC} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$, откуда

$$R_3 = \frac{R_2 R_{BC}}{R_2 - R_{BC}} = \frac{4,5 \text{ кОм} \cdot 0,54 \text{ кОм}}{4,5 \text{ кОм} - 0,54 \text{ кОм}} = 0,61 \text{ кОм}.$$

Таким образом имеем.

	Схема 1	Схема 2
$R_2, \text{кОм}$	3,96кОм	4,5 кОм
$R_3, \text{кОм}$	0,54 кОм	0,61 кОм

Критерии оценивания

1.	Верно построен график зависимости I от U_2 . 1.1. Рассчитаны необходимые данные для построения (1 балл); 1.2. Оси подписаны и отложены единицы измерения по осям (0,5 балла); 1.3. Выбран рациональный масштаб по осям (0,5 балла);	3 балла
----	--	---------

	1.4. Нанесены шкалы на оси (0,5 балла); 1.5. Соответствие точек, нанесённых на график, табличным значениям, проведена линия $I(U_2)$ (0,5 балла).	
2.	Верно определен нелинейный элемент	1 балл
3.	Приведены две возможные схемы (по 1 баллу за схему)	2 балла
4.	Верно определены сопротивления R_2 и R_3 для каждой схемы (по 1 баллу за сопротивление в схеме).	4 балла
Всего		10 баллов