

## 7 класс. Решения и критерии.

**7-1.** Навигатор построил маршрут от пункта один до пункта два. Навигатор, **не** подключён к сети Интернет и в таком режиме он не учитывает время, необходимое на проезд автомобильных пробках. Навигатор рассчитал расстояние  $S_1 = 100$  км до места назначения и время прибытия в точку назначения  $t_1 = 14$  ч 16 мин. Сразу после отъезда из пункта один автомобиль попал в пробку. Преодолев эту пробку, водитель посмотрел на навигатор, который показывал, что расстояние до пункта назначения равно  $S_2 = 91$  км, а время прибытия  $t_2 = 14$  ч 33 мин. Считайте, что скорость на выбранном маршруте, заложенная в память навигатора, постоянна на всём протяжении маршрута. Время старта автомобиля от дома  $t_0 = 11$  ч 53 мин. Рассчитайте среднюю скорость движения автомобиля в пробке. Дайте ответ в км/ч с округлением до целого числа.

### Решение

В условии сказано, что расчётная скорость движения не зависит от точки маршрута. Тогда приравняем расчётные скорости движения для начальной и конечной точки, с учётом того, что в пробке автомобиль простоял время  $\Delta t$ :

$$v_0 = \frac{S_1}{t_1 - t_0} = \frac{S_2}{t_2 - t_0 - \Delta t}.$$

Отсюда время, проведенное в пробке:

$$\Delta t = t_2 - t_0 - \frac{S_2}{S_1}(t_1 - t_0).$$

Тогда для поиска средней скорости движения в пробке поделим длину пробки на время, в

$$v_{\text{пр}} = \frac{S_1 - S_2}{\Delta t} = \frac{S_1 - S_2}{t_2 - t_0 - \frac{S_2}{S_1}(t_1 - t_0)} = \frac{9 \text{ км}}{2 + \frac{40}{60} - \frac{91}{100} \cdot \left(2 + \frac{23}{60}\right)} \approx 18 \text{ км/ч}.$$

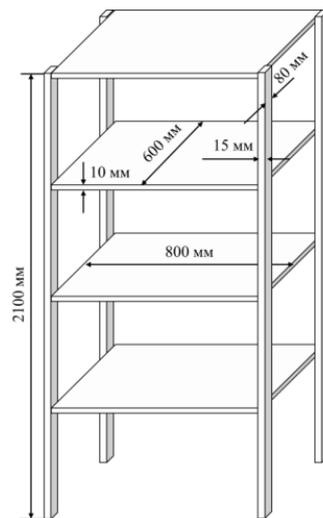
течение которого автомобиль находился в ней:

**Ответ:** 18 км/ч

### Критерии оценивания

№ п/п	Содержание критерия	Балл
1	Приравнены расчётные скорости движения для начальной и конечной точки, с учётом того, что в пробке автомобиль простоял время $\Delta t$ .	3
2	Получено выражение для времени, проведенного в пробке	2
3	Найдено выражение для средней скорости автомобиля в пробке.	3
4	Записан числовой ответ.	2
	<b>ИТОГО:</b>	<b>10</b>

**7-2.** Необходимо произвести окрашивание стеллажа, размеры элементов которого показаны на рисунке. Стеллаж состоит из четырёх опор и четырёх полок. Все эти элементы стеллажа имеют форму прямоугольного параллелепипеда. Каждый элемент должен быть равномерно окрашен отдельно со всех сторон, а потом из всех покрашенных элементов собирается в стеллаж целиком. Для окрашивания стеллажа в один слой, если расход краски при покрытии дерева без использования грунтовки равен  $150 \text{ мл/м}^2$ , расход краски при нанесении вторым слоем поверх краски первого слоя –  $140 \text{ мл/м}^2$ , расход краски при покрытии загрунтованной поверхности –  $120 \text{ мл/м}^2$ , расход грунтовки –  $180 \text{ мл/м}^2$ . Для покраски нужно приобрести материалы. Оказалось, что краска и грунтовка продаются в банках определённого объёма. В таблице указана стоимость материала в зависимости от объёма банки. Какую минимальную сумму нужно потратить, чтобы качественно покрасить стеллаж? Ответ дайте в рублях.



Материал	Фасовка	Стоимость банки
Краска	0,75 л	1050 рублей
	2 л	2300 рублей
	8 л	8300 рублей
Грунтовка	0,6 л	580 рублей
	1,5 л	1100 рублей
	9 л	5600 рублей

### Решение

Определим площадь поверхности одной опоры:

$$S_0 = 2 \cdot (2100 \text{ мм} \cdot 80 \text{ мм} + 2100 \text{ мм} \cdot 15 \text{ мм} + 80 \text{ мм} \cdot 15 \text{ мм}) = 401400 \text{ мм}^2 = 4014 \text{ см}^2.$$

Площадь поверхности одной полочки:

$$S_{\text{п}} = 2 \cdot (600 \text{ мм} \cdot 800 \text{ мм} + 600 \text{ мм} \cdot 10 \text{ мм} + 800 \text{ мм} \cdot 10 \text{ мм}) = 988000 \text{ мм}^2 = 9880 \text{ см}^2.$$

Общая площадь покраски:

$$S = 4S_0 + 4S_{\text{п}} = 55576 \text{ см}^2 = 5,5576 \text{ м}^2.$$

Тогда для покрытия в один слой потребуется  $V = 150 \cdot 5,5576 \approx 834$  мл краски.

Рассчитаем объём краски, который потребуется при окрашивании в два слоя:

$$V_1 = (150 + 140) \cdot 5,5576 \approx 1612 \text{ мл} = 1,612 \text{ л}.$$

Значит, для окрашивания стеллажа краской в два слоя нужно будет приобрести 3 маленькие баночки краски объёмом по 0,75 литра или одну среднюю банку объёмом 2 л. Выгоднее купить одну банку объёмом 2 л. В этом случае будет потрачено 2300 рублей.

В случае использования грунтовки мастеру потребуется

$$V_2 = 120 \cdot 5,5576 \approx 667 \text{ мл} = 0,667 \text{ л} \text{ краски и}$$

$$V_3 = 180 \cdot 5,5576 \approx 1000 \text{ мл} = 1 \text{ л} \text{ грунтовки.}$$

Значит, мастеру нужно будет приобрести 1 банку краски объёмом 0,75 л и 1 банку грунтовки объёмом 1,5 л (это выгоднее, чем приобретать 2 маленькие банки грунтовки). В итоге мастер будет должен потратить минимум 2150 рублей.

**Ответ:** минимум 2150 рублей.

### Критерии оценивания

№ п/п	Содержание критерия	Балл
1	Рассчитана площадь стеллажа.	2
2	Рассчитан объём краски, который потребуется при окрашивании в два слоя и сделан вывод о том банку краски какого объема выгоднее купить	2
3	Рассчитан объём краски, который потребуется при окрашивании в с использованием грунтовки, сделан вывод о том, как выгоднее купить краску и грунтовку.	2
4	Проведено сравнение затрат на покраску только краской и краской с грунтовкой	2
5	Посчитана минимальная сумма, которую нужно потратить, чтобы качественно покрасить стеллаж.	2
	<b>ИТОГО:</b>	<b>10</b>

**7-3.** Человек поднимается по склону горы горной тропой со скоростью на  $\Delta v$  меньшей его средней скорости, а спускался со склона горы уже другой горной тропой со скоростью на  $\Delta v$  большей его средней скорости. Определите  $\Delta v$ , если средняя скорость человека  $v$ , а путь по второй горной тропе с горы в  $k$  раз больше, чем путь по первой горной тропе в гору. Принять при расчетах  $v = 5$  км/ч,  $k = 3$ .

#### Решение

Средняя скорость  $v = l/t$ . Обозначим путь по первой тропе в гору  $x$ . Тогда путь по второй тропе с горы будет  $kx$ , а весь путь  $l = kx + x = (k + 1)x$  или в числах

$$l = 3x + x = (3 + 1)x = 4x.$$

Общее время в

пути тогда

$$t = \frac{x}{v - \Delta v} + \frac{kx}{v + \Delta v}$$

$$t = \frac{(k + 1)v - (k - 1)\Delta v}{v^2 - (\Delta v)^2}x$$

Или, подставив числа

$$t = \frac{x}{5 - \Delta v} + \frac{3x}{5 + \Delta v}$$

$$t = \frac{20 - 2 \cdot \Delta v}{25 - (\Delta v)^2}x$$

Средняя скорость

$$v = \frac{l}{t} = \frac{(k + 1)x}{x} \frac{v^2 - (\Delta v)^2}{(k + 1)v - (k - 1)\Delta v}$$

$$v = (k + 1) \frac{v^2 - (\Delta v)^2}{(k + 1)v - (k - 1)\Delta v}$$

Или в числах

$$5 = \frac{4 \cdot x(25 - (\Delta v)^2)}{(20 - 2\Delta v)x}$$
$$5(20 - 2\Delta v) = 4(25 - (\Delta v)^2)$$

Отсюда

$$(k + 1) v^2 - (k - 1) v\Delta v = (k + 1) v^2 - (k + 1) (\Delta v)^2$$
$$(k - 1) v\Delta v = (k + 1) (\Delta v)^2$$
$$\Delta v = \frac{(k - 1)}{(k + 1)} v$$

Или при решении в числах

$$\Delta v = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2,5$$

Подставим значения

$$\Delta v = \frac{(3 - 1)}{(3 + 1)} \cdot 5 = 2,5$$

**Ответ:**  $\Delta v = 2,5$  км/ч

#### Критерии оценивания

№ п/п	Содержание критерия	Балл
1	Записано выражение для всего пути	2
2	Найдено выражение для времени за весь путь	2
3	Найдено выражение для средней скорости	2
4	Найдено выражение для величины $\Delta v$	2
5	Сделан расчет $\Delta v$ , записан ответ.	2
	<b>ИТОГО:</b>	<b>10</b>

**7-4.** Как известно, температурные шкалы строятся по одной и более реперным точкам. Реперные точки – это, как правило, тепловые процессы, которые обладают хорошей воспроизводимостью и которым можно приписать определенное значение температуры. К таким процессам можно отнести таяние льда и кипение воды при нормальном атмосферном давлении. Так, процессу таяния льда можно приписать одно значение температуры, а процессу кипения воды какое-то другое значение, разность этих значений нужно поделить на определенное число частей, тогда одна такая часть и будет ценой деления температурной шкалы – градус температурной шкалы. В XVIII веке в России использовалась температурная шкала, изобретенная французским астрономом Жозефом Николя Делилем. В этой шкале за ноль градусов Делиля ( $0^{\circ}D$ ) выбрана температура кипения воды (первая реперная точка). А температуре таяния льда (вторая реперная точка) приписано значение  $150^{\circ}D$ . Во Франции некоторое время использовалась температурная шкала Реомюра. По этой шкале температура таяния льда  $0^{\circ}R$ , а температура кипения воды  $80^{\circ}R$ . Вы располагаете термометром со шкалой Реомюра и измеряете им температуру.

Показания термометра при этом  $40^{\circ}\text{R}$ . Какой будет температура по шкале Делиля в градусах Делиля ( $^{\circ}\text{D}$ )?

**Решение**

Запишем выражения для температур в виде некоторой линейной зависимости

$T = kx + b$ , где  $x$  – число делений, на которое разбивается температурный диапазон от замерзания воды/плавления льда до температуры кипения воды. Тогда для шкалы Реомюра  $R = k_1x + b_1 = k_1x$ . Для шкалы Делиля  $D = k_2x + b_2$ . Разобьём температурный диапазон на 80 частей. Тогда с учетом, что температура кипения воды по шкале Реомюра  $80^{\circ}\text{R}$ , получим  $k_1 = R/x = 80/80 = 1$ .

Для шкалы Делиля  $b_2 = 150$   $k_2 = \frac{D - b_2}{x}$  и .

Тогда  $k_2 = (0 - 150)/80 = -15/8$ . Для температуры  $40^{\circ}\text{R}$  температура по шкале Делиля

$$D_{40} = b_2 + k_2x_{40} = 150 - \frac{15}{8} \cdot 40 = 75^{\circ}\text{D}$$

**Ответ:**  $75^{\circ}\text{D}$

**Критерии оценивания**

№ п/п	Содержание критерия	Балл
1	Записана линейная зависимость температуры от числа делений в разбиении температурного диапазона	2
2	Найдена такая зависимость для шкалы Реомюра	2
3	Найдена такая зависимость для шкалы Делиля	2
4	Записано выражение для перевода градусов по шкале Реомюра в градусы по шкале Делиля.	2
5	Вычислено числовое значение температуры по шкале Делиля.	2
	<b>ИТОГО:</b>	<b>10</b>
	<i>Примечание:</i> если перевод 40 градусов Реомюра в градусы Делиля сделан через шкалу Цельсия, то такое решение оценивается в 1 балл.	