

8 класс

Задача 8.1. График скорости лодки.

Моторная лодка, отплывшая от пристани на реке, на протяжении 2 часов двигалась вдоль берега в одну сторону, затем развернулась и через 3 часа вернулась обратно на пристань. Скорость лодки **относительно воды** менялась со временем так, как показано на графике (рис. 8.1).

1. Чему равна скорость течения реки?

2. Вверх или вниз по течению вначале плыла лодка?

3. На каком расстоянии от пристани лодка развернулась?

Скорость течения реки считать постоянной. Временем, потраченным на разворот, и шириной реки пренебречь.

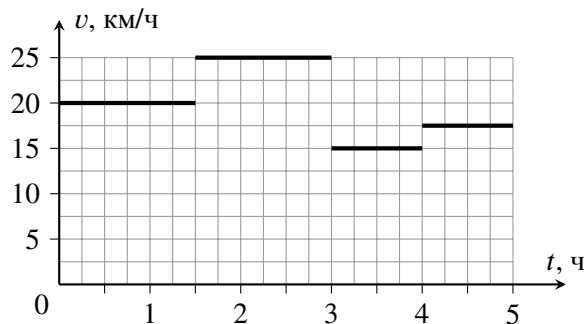


Рис. 8.1.

Ответ: 1) 3 км/ч; 2) вниз по течению; 3) 48,5 км.

Решение: 1. Пусть u — скорость течения реки, причём будем считать, что $u > 0$, если вначале лодка двигалась по течению, и $u < 0$, если вначале она двигалась против него.

Найдём расстояния, которые прошла лодка туда и обратно:

$$s_{\text{туда}} = (20 \text{ км/ч} + u) \cdot 1,5 \text{ ч} + (25 \text{ км/ч} + u) \cdot 0,5 \text{ ч} = 42,5 \text{ км} + u \cdot 2 \text{ ч},$$

$$s_{\text{обратно}} = (25 \text{ км/ч} - u) \cdot 1 \text{ ч} + (15 \text{ км/ч} - u) \cdot 1 \text{ ч} + (17,5 \text{ км/ч} - u) \cdot 1 \text{ ч} = 57,5 \text{ км} - u \cdot 3 \text{ ч}.$$

Оба расстояния равны, поэтому

$$42,5 \text{ км} + u \cdot 2 \text{ ч} = 57,5 \text{ км} - u \cdot 3 \text{ ч} \quad \Rightarrow \quad u \cdot 5 \text{ ч} = 15 \text{ км} \quad \Rightarrow \quad u = 3 \text{ км/ч}.$$

2. Так как $u > 0$, вначале лодка двигалась по течению.

3. Вычислим расстояние, пройденное лодкой от пристани до разворота:

$$L = 42,5 \text{ км} + u \cdot 2 \text{ ч} = 42,5 \text{ км} + 3 \text{ км/ч} \cdot 2 \text{ ч} = 48,5 \text{ км}.$$

Критерии:

- | | |
|--|---------|
| 1) Записано правильное выражение для пути в одну сторону | 2 балла |
| 2) Записано правильное выражение для пути в другую сторону | 2 балла |
| 3) Найдена скорость течения (3 км/ч) | 2 балла |
| 4) Правильно определено первоначальное направление движения лодки (вопрос 2) | 2 балла |
| 5) Найдено расстояние до места разворота (48,5 км) | 2 балла |

Указание проверяющим:

В пп. 1 и 2 знак перед u будет систематически отличаться от приведённого в авторском решении, если участник предположил, что вначале лодка шла против течения. Если всё сделано корректно, баллы ставятся.

Задача 8.2. Раз термометр, два термометр.

Как-то раз, оставшись в школьной лаборатории, девочка Маша взяла два теплоизолированных калориметра. В первый из них она налила немного холодной воды, а во второй — немного горячей, после чего опустила в каждый калориметр один из двух **одинаковых** термометров. Записав показания приборов (5°C и 75°C), девочка быстро вытащила оба термометра и поменяла их местами. Оказалось, что теперь термометр, опущенный в холодную воду, показывает 7°C , в то время как другой — 70°C . Удивившись, Маша решила перелить всю горячую воду в калориметр с холодной, не вынимая оттуда прибор. Определите, какую температуру должен теперь показать термометр, оставшийся в калориметре с водой. Оба прибора исправны, а их показания Маша записывала, дождавшись наступления теплового равновесия. Теплоёмкостью стенок калориметров можно пренебречь, вода из сосудов не выливается.

Ответ: 24°C .

Решение: Пусть C — теплоёмкость одного термометра, а m_1 и m_2 — масса воды в первом и втором сосуде соответственно. Когда первый прибор, имевший температуру 5°C , перенесли в сосуд с водой при температуре 75°C , там установилась температура 70°C :

$$C(70^\circ\text{C} - 5^\circ\text{C}) = c_{\text{в}} m_2 (75^\circ\text{C} - 70^\circ\text{C}) \quad \Rightarrow \quad m_2 = \frac{C \cdot 13^\circ\text{C}}{c_{\text{в}}}.$$

Наоборот, второй прибор, имевший температуру 75°C , перенесли в сосуд с водой при 5°C , после чего там установилась температура 7°C :

$$C(75^\circ\text{C} - 7^\circ\text{C}) = c_{\text{в}} m_1 (7^\circ\text{C} - 5^\circ\text{C}) \quad \Rightarrow \quad m_1 = \frac{C \cdot 34^\circ\text{C}}{c_{\text{в}}}.$$

Когда же Маша перелила горячую воду, имевшую температуру 70°C , в калориметр с холодной водой и термометром при 7°C , в нём установилась температура t . Найдём её, подставляя в уравнение теплового баланса полученные выражения для m_1 и m_2 :

$$\begin{aligned} C(t - 7^\circ\text{C}) + c_{\text{в}} m_1 (t - 7^\circ\text{C}) &= c_{\text{в}} m_2 (70^\circ\text{C} - t) \quad \Rightarrow \quad (C + 34C)(t - 7^\circ\text{C}) = 13C(70^\circ\text{C} - t) \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow \quad 48t &= 35 \cdot 7^\circ\text{C} + 13 \cdot 70^\circ\text{C} \quad \Rightarrow \quad t \approx 24^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Критерии:

- | | |
|--|---------|
| 1) Правильно записано уравнение теплового баланса для первого сосуда | 2 балла |
| 2) Правильно записано уравнение теплового баланса для второго сосуда | 2 балла |
| 3) Правильно записано уравнение теплового баланса для третьего случая | 3 балла |
| 4) Получено значение установившейся температуры $t \approx 24^\circ\text{C}$ | 3 балла |

Указание проверяющим:

- Участники могут по ходу решения подставить известную им, но не данную в условии удельную теплоёмкость воды ($4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$). Это допустимо.
- Если в каком-либо уравнении (пп. 1-3) перепутаны температуры и/или знаки, баллы за соответствующий пункт не ставить!

Задача 8.3. Пузатый сосуд.

В сообщающиеся сосуды, правый из которых представляет собой вертикальный цилиндр диаметром d , закрытый тяжёлым поршнем, а левый — очень узкую вертикальную трубку с уширением в форме сферы диаметром D , налиты бензин и вода. Бензин полностью находится в сферической части, занимая её нижнюю половину, а поршень расположен на одном уровне с нижней поверхностью бензина (см. рис. 8.2). На поршень сверху поставили груз, масса которого в 2,8 раза больше массы поршня, в результате чего бензин полностью заполнил **верхнюю** половину сферической части левого сосуда. Каково отношение D/d ? Плотность бензина равна 70% от плотности воды. Трением между поршнем и стенками пренебречь.

Примечание: Объём шара вычисляется по формуле $V = 4\pi R^3/3$, где R — радиус шара, а площадь круга — по формуле $S = \pi r^2$, где r — радиус круга.

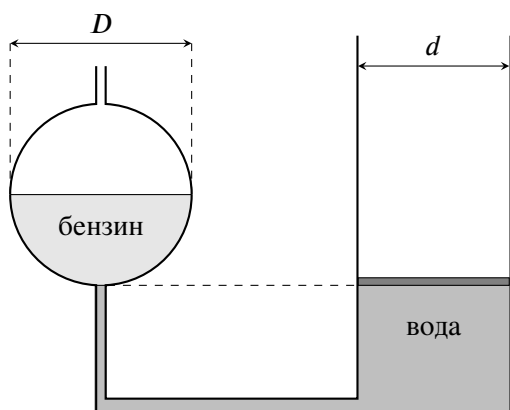


Рис. 8.2.

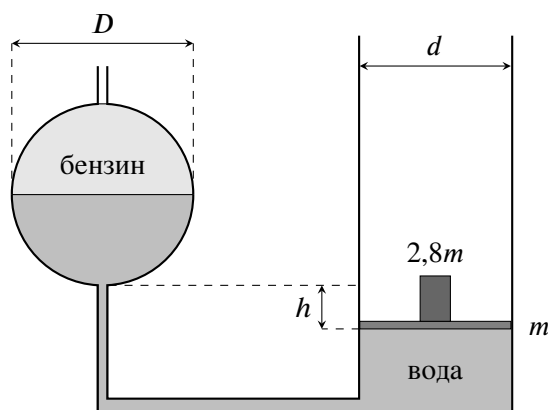


Рис. 8.3.

Ответ: $D/d = 1,2$.

Решение: Пусть m — масса поршня. Тогда масса груза равна $2,8m$. Когда на поршень поставили груз, тот опустился вниз на расстояние h (рис. 8.3). Так как вода несжимаема, объём воды, убывшей справа, равен объёму половины сферической части левого сосуда:

$$\frac{\pi d^2}{4} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi D^3}{6} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{D^3}{3d^2}.$$

Давление бензина в первом случае равно давлению поршня:

$$\rho_6 g \cdot \frac{D}{2} = \frac{mg}{\pi d^2/4} \quad \Rightarrow \quad m = \rho_6 \cdot \frac{\pi D d^2}{8}.$$

Запишем теперь условие равенства давлений на уровне поршня во втором случае:

$$\begin{aligned} \frac{3,8mg}{\pi d^2/4} &= \rho_6 g \cdot \frac{D}{2} + \rho_{\text{в}} g \left(\frac{D}{2} + h \right) \quad \Rightarrow \quad 3,8\rho_6 g \cdot \frac{D}{2} = \rho_6 g \cdot \frac{D}{2} + \rho_{\text{в}} g \left(\frac{D}{2} + \frac{D^3}{3d^2} \right) \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow \quad 2,8 \cdot 0,7 &= 1 + \frac{2D^2}{3d^2} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{D}{d} \right)^2 = 1,44 \quad \Rightarrow \quad \frac{D}{d} = 1,2. \end{aligned}$$

Критерии:

- 1) Получена правильная связь между h , D и d 2 балла
- 2) Правильно записано условие равенства давлений в первом случае 2,5 балла
- 3) Правильно записано условие равенства давлений во втором случае 2,5 балла
- 4) Получено, что $D/d = 1,2$ 3 балла

Указание проверяющим:

- 1) В пп. 2 и 3 недостаточно просто написать $p_1 = p_2$. Необходимо выразить давления через m , диаметры/радиусы сосудов и плотности.
- 2) Во всех пунктах допустимо вместо диаметров использовать радиусы сосудов.

Задача 8.4. Эксперименты с грузиками.

Готовясь к экспериментальному туру олимпиады по физике, мальчик Паша взял рычаг, снабжённый сантиметровыми делениями и способный вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси, соответствующей делению «35», и два грузика с массами m_1 и m_2 . Положив грузик m_1 на деление «64», Паша обнаружил, что рычаг находится в равновесии, если второй грузик поместить на деление «9». Когда же мальчик передвинул первый грузик на деление «54», второй грузик для восстановления равновесия пришлось сместить на деление «21».

1. Найдите отношение m_1/m_2 .

2. Определите, на какое деление Паше нужно поместить грузик m_2 , чтобы рычаг оказался в равновесии, если грузик m_1 он переложил на деление «19».

Размерами грузиков можно пренебречь. Трение в оси рычага отсутствует.

Ответ: 1) 1,2; 2) 63.

Решение: 1. Запишем правило моментов относительно оси для первого случая, учитывая момент силы тяжести $M_{\text{тяж}}$, действующей на рычаг:

$$m_1 g(64 \text{ см} - 35 \text{ см}) = m_2 g(35 \text{ см} - 9 \text{ см}) + M_{\text{тяж}} \quad \Rightarrow \quad 29m_1 = 26m_2 + M_{\text{тяж}}/(g \cdot 1 \text{ см}).$$

Во втором случае

$$m_1(54 - 35) = m_2(35 - 21) + M_{\text{тяж}}/(g \cdot 1 \text{ см}) \quad \Rightarrow \quad 19m_1 = 14m_2 + M_{\text{тяж}}/(g \cdot 1 \text{ см}).$$

Вычтем оба уравнения друг из друга и получим, что

$$10m_1 = 12m_2 \quad \Rightarrow \quad m_1/m_2 = 1,2.$$

2. Пусть N — деление, на которое нужно положить груз m_2 в третьем случае. Снова запишем правило моментов относительно оси:

$$m_1(35 - 19) + M_{\text{тяж}}/(g \cdot 1 \text{ см}) = m_2(N - 35).$$

Сложим это уравнение с первым:

$$\begin{aligned} 29m_1 + 16m_1 &= m_2(N - 35) + 26m_2 \quad \Rightarrow \quad 45m_1 = m_2(N - 9) \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow \quad 1,2 \cdot 45 &= N - 9 \quad \Rightarrow \quad N = 9 + 1,2 \cdot 45 = 63. \end{aligned}$$

Критерии:

- | | |
|--|-----------|
| 1) Идея о том, что есть момент силы тяжести, который необходимо учитывать | 1 балл |
| 2) Правильно записано первое правило моментов | 1,5 балла |
| 3) Правильно записано второе правило моментов | 1,5 балла |
| 4) Правильно записано третье правило моментов (для ответа на второй вопрос задачи) | 2 балла |
| 5) Найдено, что $m_1/m_2 = 1,2$ | 2 балла |
| 6) Найден правильный ответ на второй вопрос | 2 балла |

Указание проверяющим:

Если за какой-либо из пунктов 2-4 поставлены баллы, балл за п. 1 ставится автоматически.

Максимально возможный балл в 8 классе 40