

8 класс. Решения и критерии.

8-1. Хищник может пробежать со своей максимальной скоростью V расстояние $2s$. Считаем, что хищник сразу бежит с максимальной скоростью и останавливается, пробежав расстояние $2s$. Жертва может пробегать со своей максимальной скоростью v расстояние во много раз превышающее $2s$. Хищник увидел жертву, которая находилась на расстоянии s от него. Жертва тоже увидела хищника. Началась погоня. Жертве не хватило 6 секунд, чтобы спастись. В другой раз хищник заметил другую, более сильную жертву, находящуюся на расстоянии s от него, которая может бежать со скоростью $1,5v$. Другая жертва тоже увидела хищника. Началась погоня. Хищнику не хватило 6 секунд, чтобы догнать эту другую жертву. На сколько хищнику необходимо увеличить свою выносливость (увеличить длину пробега в единицах s с максимальной скоростью), чтобы догнать вторую более сильную жертву?

Решение

Обозначим время нехватки Δt . Рассмотрим все три случая отдельно. В первой ситуации

$$\begin{cases} Vt_1 = 2s \\ v(t_1 + \Delta t) = s \end{cases}$$

или

$$vt_1 = s - v\Delta t$$

Тогда

$$\frac{v}{V} = \frac{s - v\Delta t}{2s}$$

Вторая ситуация

$$\begin{cases} Vt_2 = 2s \\ 1.5vt_2 = s + 1.5v\Delta t \end{cases}$$

Тогда

$$\frac{1.5v}{V} = \frac{s + 1.5v\Delta t}{2s}$$

Третья ситуация

$$\begin{cases} Vt_3 = 2s + x \\ 1.5vt_3 = s + x \end{cases}$$
$$\frac{1.5v}{V} = \frac{s + x}{2s + x} = \frac{1 + x/s}{2 + x/s}$$

Из первых двух ситуаций

$$\begin{cases} 1.5 \frac{s - v\Delta t}{2s} = \frac{s + 1.5v\Delta t}{2s} \\ 1.5s - 1.5v\Delta t = s + 1.5v\Delta t \\ v = \frac{0.5s}{3\Delta t} \end{cases}$$

Из второй и третьей ситуаций

$$\begin{cases} \frac{s + 1.5v\Delta t}{2s} = \frac{1 + x/s}{2 + x/s} \\ \frac{s + 1.5\frac{0.5s}{3\Delta t}\Delta t}{2s} = \frac{1 + x/s}{2 + x/s} \\ \frac{s + 0.25s}{2s} = 0.625 = \frac{1 + x/s}{2 + x/s} \end{cases}$$

Выразим x/s

$$\begin{cases} 0.625 \left(2 + \frac{x}{s}\right) = 1 + \frac{x}{s} \\ 0.375 \frac{x}{s} = 0.25 \\ \frac{x}{s} = \frac{0.25}{0.375} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Ответ: $\Delta s = \frac{2}{3}s$

Критерии оценивания

№ п/п	Содержание критерия	Балл
1	Записаны уравнения для первой ситуации	2
2	Записаны уравнения для второй ситуации	2
3	Записаны уравнения для третьей ситуации	2
4	Составлены системы для первой-второй, второй-третьей ситуаций	2
5	Дано решение систем, получена длина пробега	2
	ИТОГО:	10

8-2. В сосуд с водой кладут чугунную деталь массой 120 г, нагретую до +90°C, в результате чего температура воды повышается от +15° С до +20°C. Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг·°С), удельная теплоёмкость чугуна 500 Дж/(кг·°С). Какая температура установится в сосуде, если положить в него ещё одну такую деталь, не вынимая при этом первую? Какое минимальное количество однотипных деталей нужно положить в сосуд, чтобы в нём установилась температура не менее +50 °С? При опускании гирь вода из сосуда не выливается, теплоёмкостью сосуда и потерями теплоты можно пренебречь.

Решение

Обозначим начальные температуры чугуна и воды через $t_{\text{ч}}$ и $t_{\text{в}}$, а конечную температуру системы через $t_{\text{к}}$. Запишем уравнение теплового баланса для погружения первой детали в сосуд:

$$c_{\text{ч}}m_{\text{ч}}(t_{\text{к}} - t_{\text{ч}}) + c_{\text{в}}m_{\text{в}}(t_{\text{к}} - t_{\text{в}}) = 0.$$

Отсюда масса воды:

$$m_{\text{в}} = \frac{c_{\text{ч}}m_{\text{ч}}(t_{\text{ч}} - t_{\text{к}})}{c_{\text{в}}(t_{\text{к}} - t_{\text{в}})} = 200 \text{ г.}$$

Запишем уравнение теплового баланса для погружения двух деталей, обозначив

конечную температуру для этого случая через $t_{\text{к2}}$:

$$c_{\text{ч}} \cdot 2m_{\text{ч}}(t_{\text{к2}} - t_{\text{ч}}) + c_{\text{в}}m_{\text{в}}(t_{\text{к2}} - t_{\text{в}}) = 0.$$

Отсюда новая конечная температура:

$$t_{\text{к2}} = \frac{2c_{\text{ч}}m_{\text{ч}}t_{\text{ч}} + c_{\text{в}}m_{\text{в}}t_{\text{в}}}{2c_{\text{ч}}m_{\text{ч}} + c_{\text{в}}m_{\text{в}}} \approx 24,4 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Далее запишем уравнение теплового баланса для случая погружения N деталей:

$$c_{\text{ч}}Nm_{\text{ч}}(t_{\text{кN}} - t_{\text{ч}}) + c_{\text{в}}m_{\text{в}}(t_{\text{кN}} - t_{\text{в}}) = 0.$$

Отсюда

$$N = \frac{c_{\text{в}}m_{\text{в}}(t_{\text{кN}} - t_{\text{в}})}{c_{\text{ч}}m_{\text{ч}}(t_{\text{ч}} - t_{\text{кN}})} = 12,25.$$

Количество деталей должно быть целым, поэтому минимальное количество деталей $N = 13$.

Ответ: $N = 13$.

Критерии оценивания

№ п/п	Содержание критерия	Балл
1	Записано уравнение теплового баланса для погружения одной детали, найдена масса воды	2
2	Записано уравнение теплового баланса для погружения двух деталей, найдена конечная температура для этого случая.	2
3	Записано уравнение теплового баланса для случая погружения N деталей.	2
4	Найдено выражение для минимального количества деталей.	2
5	Правильно посчитано минимальное количество деталей.	2
	ИТОГО:	10

8-3. Бассейн имеет цилиндрическую форму с жёсткими вертикальными стенками, площадь основания которого равна $S = 5 \text{ м}^2$. Ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ Н/кг}$, плотность воды 1000 кг/м^3 . Из бассейна начинают сливать воду со скоростью $v = 9,84 \text{ м}^3/\text{ч}$. Через какое время матрас массой 3 кг с лежащим на нем человеком массой 80

кг коснётся дна? Считайте, что матрас имеет прямоугольную форму, его толщина $H = 20$ см. Первоначальная глубина воды в бассейне $h_1 = 2$ м. Ответ дайте в минутах, округлите до целого числа.

Решение

Будем считать, что под весом человека матрас полностью погружен в воду, тогда для того, чтобы коснуться дна, его нижняя поверхность должна опуститься на высоту $h_3 - H$. Тогда время выливания соответствующего объёма воды:

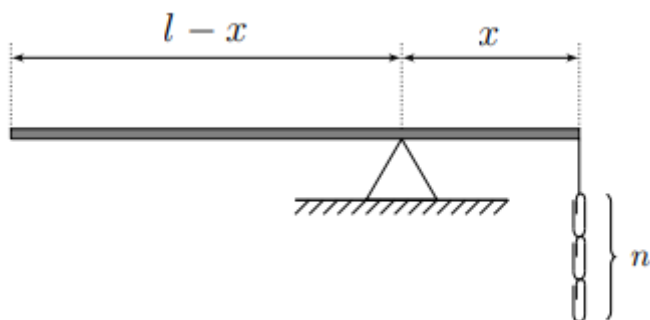
$$t = \frac{(h_3 - H)S}{v} = \frac{\left(h_1 + \frac{(m + m_H)}{\rho S} - H\right)S}{v}$$

Ответ: $t \approx 55$ мин.

Критерии оценивания

№ п/п	Содержание критерия	Балл
1	Выдвинута гипотеза, что под весом человека матрац погружен полностью в воду.	2
2	Найдено на какую высоту должна опуститься нижняя поверхность матраца	2
3	Найден объем вытекшей воды, соответствующий опусканию матраца на дно бассейна.	2
4	Получено выражение для времени истечения воды	2
5	Произведены расчеты, записан числовой ответ	2
	ИТОГО:	10

8-4. Участник смены по физике в образовательном центре "Импульс" изучает зависимость длины x плеча рычага, к которому прикрепляются скрепки, от числа n скрепок, подвешенных на конце карандаша. Длина карандаша $l = 168$ мм.



Результаты измерений приведены в следующей таблице.

$n, -$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$x, \text{ мм}$	70	68	65	60	58	53	51	49	47	43	42	40	38	36	35

Запишите условие равновесия данного рычага при различном числе n скрепок. Из него получите выражение для длины x в зависимости от длины карандаша l и отношения M/m , где m и M массы скрепки и карандаша, соответственно. Преобразуйте полученное выражение в зависимость $l/(2x)$ от n . Постройте график этой линейной зависимости и определите по нему отношение массы карандаша M к массе скрепки m .

Решение

Условия равновесия рычага в данном случае имеет вид:

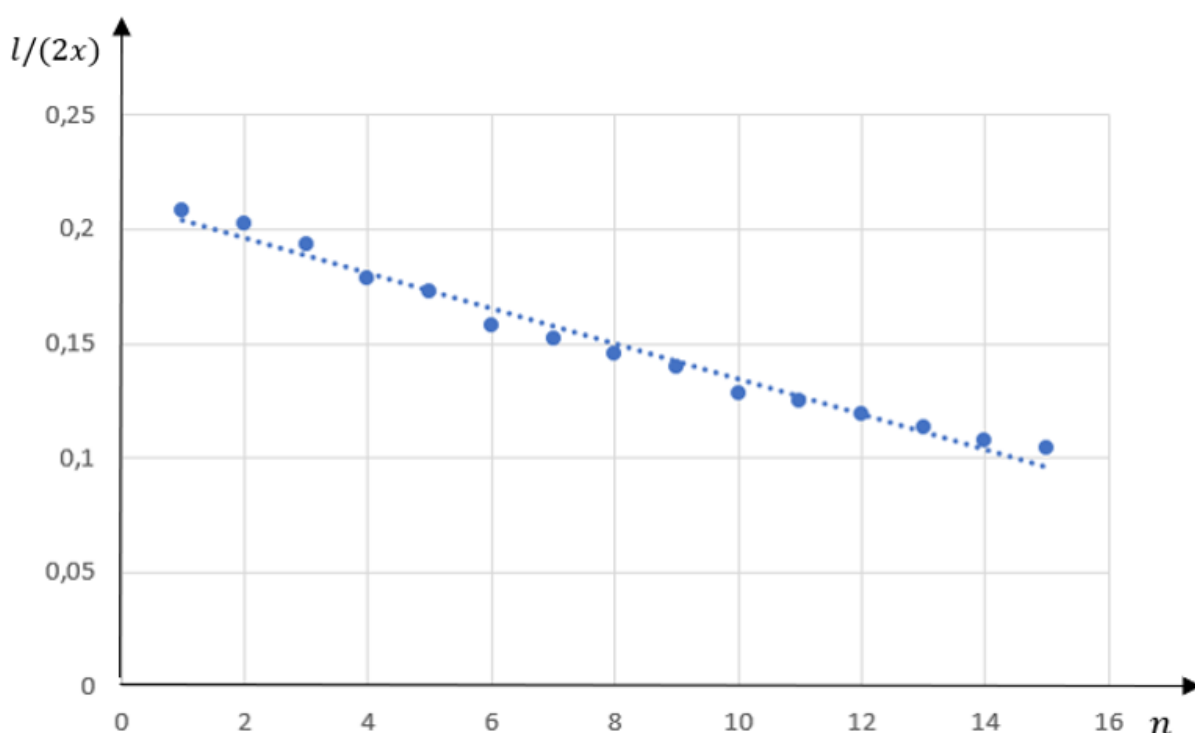
$$\frac{M}{2l}(l-x)^2 = \frac{M}{2l}x^2 + nmx, \quad (1)$$

Из него следует выражение для длины x :

$$x = \frac{l}{2\left(1 + n \frac{m}{M}\right)}, \quad (2)$$

можно привести к линейному виду, удобному для проверки: $\frac{l}{2x} = 1 + n \frac{m}{M}$. (3)

Построен график зависимости (3).



(На нем также приведено уравнение экспериментальной зависимости. Свободный член линейной зависимости в пределах погрешности равен 1, в полном соответствии с теоретическим уравнением (3) это для проверяющих).

Наклон графика равен отношению массы скрепки к массе карандаша. Рассчитанное значение этого отношения $m/M = (7,5 - 8,9)10^{-2}$.

Критерии оценивания

№ п/п	Содержание критерия	Балл
1	Записано условия равновесия рычага (1)	3
2	Получено выражение для длины x (2)	1
3	Приведено к линейному виду (3)	2
4	Построен график зависимости (3)	2
5	Рассчитанное значение этого отношения $m/M = (7,5 - 8,9)10^{-2}$	2
	Отличающиеся от этого значения до 20%	1
ИТОГО:		10