

Ключи ответов

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 10.

В исключительных случаях допускаются оценки, кратные 0,5 балла.

Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8-9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение
6-7	Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические)
4-5	Найдено решение одного из двух возможных случаев
2-3	Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение
0-1	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)
0	Решение неверное, или отсутствует

Максимальный балл за всю работу – 50.

№ 1 Сосулька.

Сосулька, сорвавшись с крыши, в последнюю секунду движения проходит половину всего пути. С какой высоты h падает сосулька и каково время t её падения?

Решение:

Обозначим половину пути за S , тогда $h = 2S$ (1).

Уравнение движения сосульки: $h = \frac{gt^2}{2}$ (2).

Вторая половина пути $S = vt_2 + \frac{gt_2^2}{2}$, где $v = g(t - t_2)$, где $t_2 = 1$ с.

Тогда $S = g(t - t_2)t_2 + \frac{gt_2^2}{2}$ или, с учетом (1),

$$h = 2gt_2(t - t_2) + gt_2^2 \quad (3).$$

Приравняем (2) и (3):

$$\frac{gt^2}{2} = 2gt_2(t - t_2) + gt_2^2$$

$$t^2 = 4t_2t - 4t_2^2 + 2t_2^2 \quad (4)$$

Учтем, что $t_2 = 1$ с: $t^2 - 4t + 2 = 0$.

Решение $t = 0,6$ с не соответствует условию задачи, тогда $t = 3,4$ с; $h = 5 \cdot 3,4 = 57$ м.

Критерии оценивания:

2 балла – правильно записано уравнение движения тела

2 балла – правильно записано уравнение для определения второй половины пути

4 балла – получено уравнение (4)

2 балла – по одному баллу за каждый правильный ответ

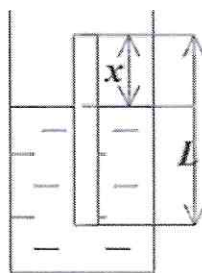
№ 2 Плотность жидкости.

В широкий и глубокий сосуд с водой поверх нее налит слой бензина толщиной $h = 10$ см. Какую плотность покажет ареометр массой $M = 10$ грамм, опущенный в этот сосуд? Как изменятся его показания, если толщину слоя бензина увеличить вдвое? Считайте, что диаметр ареометра намного меньше диаметра сосуда. Плотность воды 1.0 г/см^3 , бензина 0.75 г/см^3 , площадь поперечного сечения ареометра 1 см^2 .

(Прибор для измерения плотности жидкости – ареометр – в простейшем случае представляет собой цилиндрическое тело, внутри нижней части которого закреплен груз, обеспечивающий устойчивое плавание ареометра в вертикальном положении, а на боковую поверхность нанесена шкала плотностей так, что при плавании ареометра в однородной жидкости он погружается точно до отметки, соответствующей ее плотности.)

Решение:

Введем обозначения L – длина ареометра, x – высота, на которую он выступает над поверхностью жидкости, S – площадь его поперечного сечения.



Тогда при погружении в однородную жидкость плотностью ρ имеет место соотношение:

$$M = \rho S(L - x), \text{ из которого получаем градуировочное соотношение } x_\rho = L - \frac{M}{\rho S}.$$

Оно фактически определяет, на каком расстоянии от верхнего края ареометра должна быть нанесена отметка, соответствующая плотности ρ . Из этой формулы следует, что в чистый бензин ареометр погрузился бы на $L - x = 13$ см, следовательно, при толщине слоя $2h > 13$ см ареометр плавает только в бензине и, естественно, показывает его плотность. Если же толщина слоя $h < 13$ см, то часть ареометра погружено в воду. В этом случае условие плавания имеет вид

$$M = S(\rho_0 h + \rho_B(L - h - x_1)) \quad (1),$$

откуда имеем

$$x_1 = L - h \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_B}\right) - \frac{M}{\rho_B S}.$$

В то же время в соответствии с градуировочным соотношением ареометр показывает такую

плотность ρ_x , что $x_1 = L - \frac{M}{\rho_x S}$. Приравнивая эти выражения, получаем

$$\rho_x = \rho_B \frac{M}{hS(\rho_B - \rho_0) + M} \quad (2).$$

Подставляя численные значения, имеем $\rho_x = 0.8 \text{ г/см}^3$.

Критерии оценивания:

2 балла – получено графическое соотношение

3 балла – проанализированы условия, при которых ареометр будет полностью находиться в бензине или частично находиться в воде

2 балла – получено условие плавания (1)

2 балла – получено выражение (2) для вычисления плотности

1 балл – получен правильный ответ

№ 3 Испарение воды.

В технологическую ёмкость, с водой объемом $V_B = 10 \text{ м}^3$ при температуре $t_B = 25^\circ \text{C}$, бросают для остывания только что отлитое изделие из платины массой $m_P = 1 \text{ кг}$ и температурой $t_P = 600^\circ \text{C}$. Оцените, сколько испарилось воды. Удельная теплоемкость платины $c_P = 140 \text{ Дж/кг} \cdot ^\circ \text{C}$, воды $c_B = 4200 \text{ Дж/кг} \cdot ^\circ \text{C}$, удельная теплота парообразования воды $r_B = 2.3 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$

Решение:

Вспомним, что вода обладает плохой теплопроводностью, а платина – очень хорошей. Будем считать, что нагревается и испаряется только та часть воды массой Δm_B , которая непосредственно контактирует с платиновой отливкой. В этом случае

$$Q_{\text{ПОЛ}} = c_B \Delta m_B (t_0 - t_B) + r \Delta m_B.$$

Количество теплоты, которое отдаёт изделие при остывании

$$Q_{\text{ОТД}} = c_P m_P (t_P - t_0).$$

Из уравнения теплового баланса $Q_{\text{ОТД}} = Q_{\text{ПОЛ}}$ получаем:

$$\Delta m_B = \frac{c_P m_P (t_P - t_0)}{c_B (t_0 - t_B) + r}$$

$$\Delta m_B \approx 0.027 \text{ кг}.$$

Критерии оценивания:

2 балла – правильно записано выражение для количества теплоты, которое отдает изделие при остывании

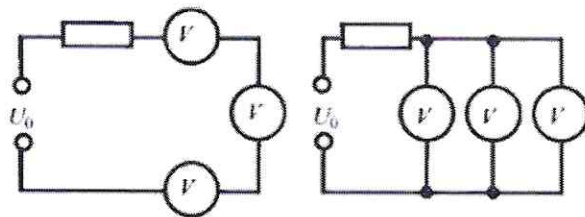
5 баллов – правильно записано выражение для количества теплоты, которое получает вода массой Δm_B

2 балла – получена формула для вычисления Δm_B

1 балл – получен правильный ответ

№ 4 Соединение вольтметров

Три одинаковых вольтметра включены в цепь сначала последовательно, а затем параллельно. В обоих случаях каждый из них показывает одинаковое напряжение. Определите показания вольтметров, если на входе напряжение равно $U_0 = 12\text{ В}$.



Решение:

В первом случае общее напряжение можно выразить как сумму напряжений на резисторе и на каждом из вольтметров:

$$U_0 = U_R + 3U_V.$$

Общее сопротивление равно $R_1 = R + 3R_V$.

$$\text{Сила тока в цепи } I = \frac{U_0}{R + 3R_V}.$$

$$\text{Получаем } U_0 = \frac{U_0}{R + 3R_V} R + 3U_V.$$

$$\text{Откуда } U_0 R_V = U_V R + 3U_V R_V \quad (1).$$

Во втором случае общее напряжение можно выразить как сумму напряжений на резисторе и на одном из вольтметров: $U_0 = U_R + U_V$.

Общее сопротивление равно $R_1 = R + \frac{1}{3}R_V$.

$$\text{Сила тока в цепи } I = \frac{U_0}{R + \frac{1}{3}R_V}.$$

$$\text{Получаем } U_0 = \frac{3U_0}{3R + R_V} R + U_V.$$

$$\text{Откуда } U_0 R_V = 3U_V R + U_V R_V \quad (2).$$

Объединив уравнения (1) и (2), получаем систему двух уравнений с тремя неизвестными. Чтобы найти одну из неизвестных величин, две другие замени на одну. Пусть $R/R_V = \alpha$.

$$\text{Тогда } \begin{cases} U_0 = \alpha U_V + 3U_V \\ U_0 = 3\alpha U_V + U_V \end{cases}$$

Из этих уравнений получаем, что $U_V = \frac{1}{4}U_0$ и $U_V = 3\text{ В}$.

Критерии оценивания:

3 балла – получено уравнение (1)

3 балла – получено уравнение (2)

3 балла – решена система уравнений (1) – (2)

1 балл – получен правильный ответ

№ 5 Велосипедная гонка

Велосипедист двигался по трассе. Пятую часть времени всего времени движения велосипедист ехал со скоростью 60 м/с. Затем он устал, и скорость его снизилась до 20 м/с. Так он проехал третью часть гоночной трассы. Весь оставшийся путь спортсмен проехал со скоростью 10 м/с. Определите скорость велосипедиста на всем пути.

Решение:

Средняя скорость $v_{cp} = s/t$.

Разобьем весь путь на три участка $s = s_1 + s_2 + s_3$.

$$\text{Тогда } v_{cp} = \frac{v_1 t_1 + s_2 + s_3}{t} = \frac{1}{5} v_1 + \frac{s_2 + s_3}{t} \quad (1).$$

Учтем, что $s_2 + s_3 = \frac{1}{3} s + v_3 t_3 = \frac{1}{3} s + v_3 (t - t_1 - t_2)$ или

$$s_2 + s_3 = \frac{1}{3} s + v_3 \left(\frac{4}{5} t - \frac{s_2}{v_2} \right) = \frac{1}{3} s + v_3 \left(\frac{4}{5} t - \frac{s}{3v_2} \right).$$

Весь путь можно выразить через произведение средней скорости на все время движения $s = v_{cp} t$, поэтому

$$s_2 + s_3 = \frac{1}{3} v_{cp} t + \frac{4}{5} v_3 t - v_3 \frac{v_{cp} t}{3v_2} \quad (2)$$

Следовательно, можно записать, что

$$v_{cp} = \frac{1}{5} v_1 + \frac{1}{3} v_{cp} + \frac{4}{5} v_3 - \frac{v_3}{3v_2} v_{cp}.$$

Откуда получаем, что

$$v_{cp} = \frac{3v_2(v_1 + 4v_3)}{5(2v_2 + v_3)} = 24 \text{ м/с.}$$

Критерии оценивания:

2 балла – правильная запись выражения (1) для средней скорости

3 балла – получена формула (2)

3 балла – получено выражение для вычисления средней скорости

2 балла – получен правильный ответ