

9.1. Двое. Два тела (одно массой $m_1 = 0,5$ кг и объемом $V_1 = 1$ л, а другое массой $m_2 = 1$ кг и объемом $V_2 = 0,5$ л) опустили в одно из озер Республики Коми. Во сколько раз отличаются силы Архимеда, действующие на первое и второе тело в состоянии равновесия? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³.

Решение (фольклор)

Если средняя плотность тела больше плотности воды, тело утонет в озере. При этом сила Архимеда будет равна $F_A = \rho_{\text{в}} g V$. Иначе – будет плавать, частично погрузившись в озеро. При этом сила Архимеда будет компенсировать силу тяжести $F_A = mg = \rho g V$.

Плотность первого тела $\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} = 0,5 \frac{\text{кг}}{\text{л}} < 1 \frac{\text{кг}}{\text{л}} = \rho_{\text{в}}$, Следовательно, $F_{A1} = \rho_1 g V_1 = 5$ Н.

Плотность второго тела $\rho_2 = \frac{m_2}{V_2} = 2 \frac{\text{кг}}{\text{л}} > 1 \frac{\text{кг}}{\text{л}} = \rho_{\text{в}}$. Следовательно, $F_{A2} = \rho_{\text{в}} g V_2 = 5$ Н.

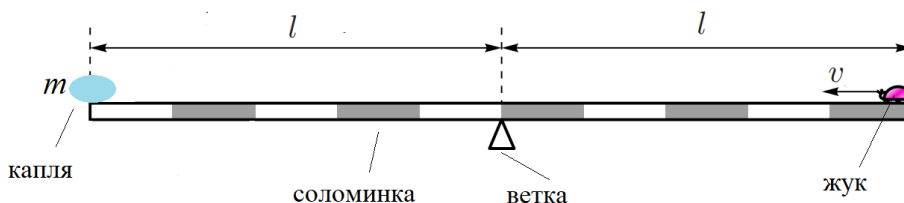
Силы Архимеда в двух случаях равны!

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Указаны два возможных сценария – тело тонет и тело плавает	2 балла
2	Указано, что первое тело будет плавать	1 балл
3	Найдена сила Архимеда $F_{A1} = \rho_1 g V_1 = 5$ Н	2 балла
4	Указано, что второе тело утонет	2 балла
5	Найдена сила Архимеда $F_{A2} = \rho_{\text{в}} g V_2 = 5$ Н	2 балла
6	Сделан вывод о равенстве сил Архимеда	1 балл

9.2. Жук на соломинке. Однородная соломинка лежит горизонтально на ветке, делящей ее на две равны части длиной l . На одном конце соломинки – капля росы массой m , а на другом – жук. Чему равна масса жука?

Начало светить солнце, и капля стала испаряться с массовым расходом μ . С какой скоростью v жуку необходимо ползти к ветке, чтобы равновесие соломинки не нарушалось?



Решение (фольклор)

Т.к. (рычаг равноплечий / из симметрии / из правило моментов) масса жука также равна m . Ответ не зависит от массы соломинки.

Запишем правило моментов через время τ после начала испарения капли относительно оси ветки:

$$(m - \mu\tau)gl = mg(l - v\tau)$$

Откуда следует ответ $v = \frac{\mu l}{m}$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Обосновано, что масса жука также равна m	2 балла
2	Сделан грамотный рисунок с указанием сил	2 балла
3	Выражена масса капли в произвольный момент времени $m - \mu\tau$	1 балл
4	Выражено плечо силы тяжести жука в произвольный момент времени $l - v\tau$	1 балл
5	Записано правило моментов	2 балла
6	ответ $v = \frac{\mu l}{m}$	2 балла

9.3. Электрички. Две электрички, движущиеся по встречным путям, поравнялись головами в начальный момент времени. Первая электричка длиной l_1 в этот момент лишь начинала разгон от станции с ускорением a с нулевой начальной скоростью. Вторая электричка длиной l_2 имела в этот момент скорость v и совершала торможение с ускорением a для того, чтобы сделать остановку на станции. Через какое время τ поравняются хвосты электричек?

Решение (Рубцов Д.):

Пусть начало координат $x = 0$ совпадает с хвостом первого поезда.

Движение хвоста *первой* электрички описывается уравнением: $x_1(t) = \frac{at^2}{2}$.

Движение хвоста *второй* электрички до ее остановки, описывается уравнением: $x_2(t) = l_1 + l_2 - vt + \frac{at^2}{2}$.

Время до полной остановки второй электрички $t_0 = \frac{v}{a}$. Формула тормозного пути: $S = \frac{v^2}{2a}$.

Движение хвоста *второй* электрички после остановки: $x_2(t) = l_1 + l_2 - S = l_1 + l_2 - \frac{v^2}{2a}$.

Условие встречи хвостов: $x_1(\tau) = x_2(\tau)$

Ответ:

$$\tau = \begin{cases} \frac{l_1 + l_2}{v}, & \text{если } \frac{v^2}{2a} > l_1 + l_2 \\ \sqrt{\frac{2(l_1 + l_2)}{a} - \frac{v^2}{a^2}}, & \text{если } \frac{v^2}{2a} < l_1 + l_2 \end{cases}$$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Уравнение движения первой электрички	1 балл
2	Уравнение движения второй электрички до остановки	2 балла
3	Найдено время остановки второй электрички	1 балл
4	Найден тормозной путь второй электрички	1 балл
5	Ответ $\tau = \frac{l_1 + l_2}{v}$	1 балл
6	Ответ $\tau = \sqrt{\frac{2(l_1 + l_2)}{a} - \frac{v^2}{a^2}}$	2 балла
7	Границы применимости ответов $\frac{v^2}{2a} < ? > l_1 + l_2$	2 балла

9.4. Лунка. Стакан с теплым чаем ($t = 36^\circ\text{C}$) поставили на плотный снег, имеющий температуру $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Когда стакан с чаем остыл до t_0 , он растопил лунку снега размером со стакан. Чему равна пористость снега ε , т.е. отношение объема, занятого воздухом, к общему объему снежного пласта? Удельная теплоемкость воды $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 336000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, плотность воды $\rho_v = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, плотность льда $\rho_l = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Теплоемкостью и объемом стакана, а также тепловыми потерями пренебречь.

Решение (Рубцов Д.)

Пусть объем стакана V , а объем растаявшего льда V_l .

Масса воды в стакане $m = \rho_v V$, масса растаявшего льда $m_l = \rho_l V_l$.

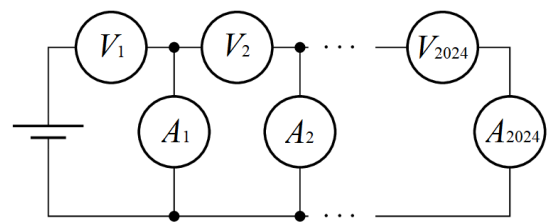
Уравнение теплового баланса $cm(t - t_0) = m_l \lambda$.

Пористость $\varepsilon = \frac{V - V_l}{V} = 1 - \frac{\rho_v m_l}{\rho_l m} = 1 - \frac{\rho_v c(t - t_0)}{\rho_l \lambda} = 0,5$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Уравнение теплового баланса $cm(t - t_0) = m_l \lambda$	3 балла
2	Соотношения между массами и объемами $m = \rho_v V$, $m_l = \rho_l V_l$.	2 балла
3	Пористость $\varepsilon = \frac{V - V_l}{V}$	2 балла
4	$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_v c(t - t_0)}{\rho_l \lambda} = 0,5$	3 балла (2 балла – формула, 1 балл - число)

9.5. 2024. Цепь состоит из 2024 разных амперметров и 2024 одинаковых вольтметров. Показания первого вольтметра U_1 , второго вольтметра U_2 , первого амперметра I_1 . Определите сопротивление вольтметра R_V , а также сумму показаний всех амперметров I_0 .



Решение (фольклор)

Сила тока через первый вольтметр $J_1 = \frac{U_1}{R_V}$, а через второй вольтметр $J_2 = \frac{U_2}{R_V}$.

По закону сохранения заряда сила тока через первый вольтметр $I_1 = J_1 - J_2 = \frac{U_1 - U_2}{R_V}$.

Откуда сопротивление вольтметра $R_V = \frac{U_1 - U_2}{I_1}$.

Сумма показаний всех амперметров равна общей силе тока в цепи, т.е. силе тока, протекающей через первый вольтметр $I_0 = J_1 = \frac{U_1}{R_V} = I_1 \frac{U_1}{U_1 - U_2}$

Ответы: $R_V = \frac{U_1 - U_2}{I_1}$, $I_0 = I_1 \frac{U_1}{U_1 - U_2}$.

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Найдены силы токов через вольтметры $J_1 = \frac{U_1}{R_V}$ и $J_2 = \frac{U_2}{R_V}$	2 балла
2	Закон сохранения заряда $I_1 = J_1 - J_2$	2 балла
3	Сопротивление вольтметра $R_V = \frac{U_1 - U_2}{I_1}$	2 балла
4	Сумма показаний всех амперметров равна силе тока, протекающей через первый вольтметр	2 балла
5	$I_0 = I_1 \frac{U_1}{U_1 - U_2}$	2 балла