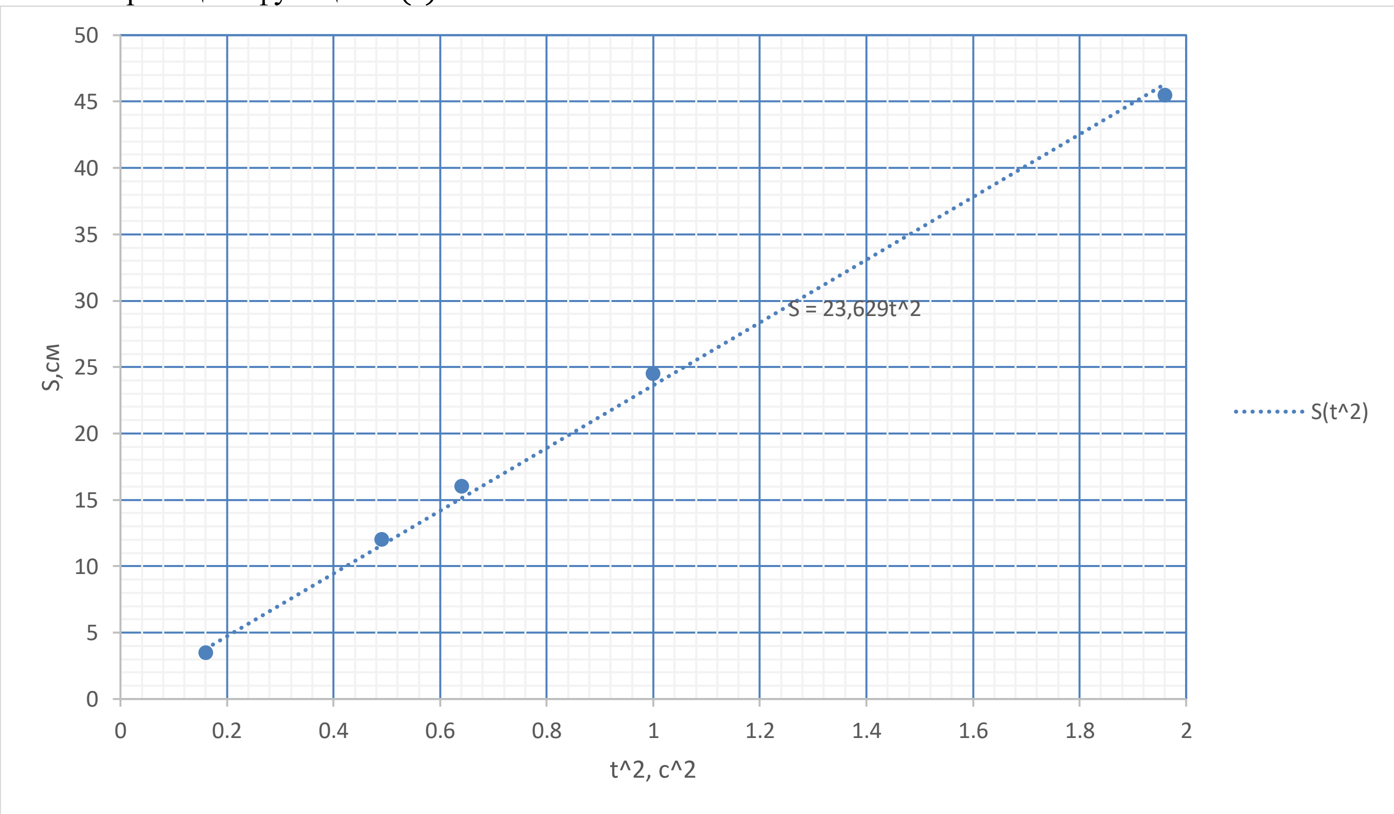
1. В эксперименте по измерению ускорения, с которым скатывается шарик диаметром $d = 3{,}2$ см с наклонной плоскости, было измерено несколько значений пути и времени. Они показаны в таблице S(t). Шарик старались отпускать с нулевой начальной скоростью. Ускорение, с которым должен скатываться шарик, теоретически, определеяется по формуле $a = \frac{g}{1{,}4} * sin\alpha$. По этим данным, пренебрегая трением качения, определите уклон наклонной плоскости и угловую скорость вращения шарика через 5 с после начала движения шарика с данным ускорением.

   Уклон – синус угла наклона плоскости. Пройденным путём считается путь, пройденный центром шарика. $g = 9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. *Проскальзывания нет.*

S, см	12,0	3,5	45,5	16,0	24,5
t, с	0,7	0,4	1,4	0,8	1,0

Возможное решение:

1. При равноускоренном движении с нулевой начальной скоростью центр шарика должен двигаться поступательно с ускорением a. Зависимость пути, пройденного центром шарика от времени должно $S(t) = \frac{at^2}{2}$.
2. Для удобного нахождения ускорения, необходимо построить график и провести линеаризацию функции $S(t)$: $S \sim t^2$.



3. По углу наклона находим ускорение центра шарика: $a = 47{,}4\frac{\text{см}}{\text{с}^2}$.
4. Из условия известно, что $a = \frac{g}{1{,}4} * sin\alpha => sin\alpha = \frac{1{,}4a}{g}$ =0,068.
5. Скорость центра шарика от времени будет зависеть так: $v = at$.
6. Скорость точки шарика, контактирующей с наклонной плоскостью, в СО-Земля равна нулю и складывается (векторно) из скорости движения центра шарика и линейной скорости вращения данной точки относительно центра шарика. Так как эти скорости противонаправлены, следовательно, линейная скорость вращения данной точки и скорость движения центра шарика равны по модулю.
7. Линейная скорость вращения точки шарика с угловой скоростью вращения связана формулой: $v = \omega R = \frac{\omega d}{2}$.
8. $\omega = \frac{2at}{d} = 148\frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Система оценивания задачи:

Написано уравнение зависимости пути, пройденного центром шарика, от времени из п.1 – **1 балл**

Проведена линеаризация функции путём построения графика $S(t^2)$ на миллиметровке из п.2:

На графике подписаны оси – **1 балл**

На осях графика указаны корректно числовые значения и размерность пути и квадрата времени в удобном масштабе (так, чтобы график занимал почти весь лист миллиметровой бумаги) – **1 балл**

На графике нанесены точки (точки не должны быть соединены ломаной линией) – **1 балл**

На графике проведена усреднённая прямая – **1 балл**

По графику найдено ускорение – **1 балл**

Найден наклон плоскости в п.4 – **1 балл**

Рассмотрена конкретная точка шарика и показана конкретная связь её скорости со скоростью центра шарика через преобразования Галилея – **1 балл**

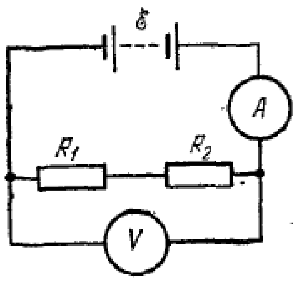
Написана формула из п.7 – **1 балл**

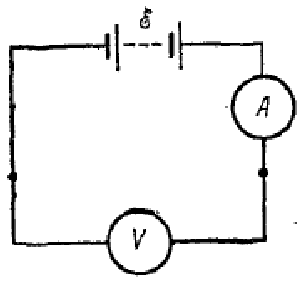
Найдена угловая скорость вращения шарика через 5 с после начала движения с ускорением a – **1 балл**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

2. «Переделанная схема»

Если включить амперметр и вольтметр так, как показано на схеме слева, то их показания будут равны 0,10 А и 50 В соответственно. Определите показания вольтметра и амперметра в схеме, если их подключить последовательно с батареей, как показано на схеме справа. Сопротивления резисторов равны 400 Ом и 600 Ом, батарея выдаёт в цепь напряжение 60 В в обоих случаях.





Возможное решение:

1. Рассмотрим первую схему. В ней на вольтметр подаётся напряжение, которое меньше выдаваемого источником. Следовательно, амперметр обладает сопротивлением и не является идеальным. Логично то же самое предположить про вольтметр: он неидеальный и обладает конечным сопротивлением.
2. $U_a = \varepsilon - U_V = 10\ A, I_a = 0{,}1\ A => R_a = \frac{U_a}{I_a} = 100$ Ом.
3. Общее сопротивление участка с вольтметром и сопротивлениями R_1 и R_2 равно $R_0 = \frac{R_V(R_1+R_2)}{R_V+R_1+R_2} = \frac{U_V}{I_a} => R_V = \frac{U_V}{I_a} * \frac{R_1+R_2}{R_1+R_2-\frac{U_V}{I_a}} = 1000$ Ом.
4. Рассмотрим вторую схему. В ней общее сопротивление цепи равно $R_0' = 1100$ Ом $=> I_a' = \frac{\varepsilon}{R_0'} = \frac{6}{110}\ A = 0{,}06\ A, U'_V = \varepsilon - U'_a = \frac{100}{6}$ В $= 17$ В.

Система оценивания задачи:

Сделан вывод о том, что амперметр и вольтметр обладают конечным сопротивлением, которым нельзя пренебрегать или считать бесконечно большим соответственно – **2 балла**

Найдено сопротивление амперметра – **2 балла**

Найдено сопротивление вольтметра – **2 балла**

Найдены показания амперметра во второй схеме – **2 балла**

Найдены показания вольтметра во второй схеме – **2 балла**

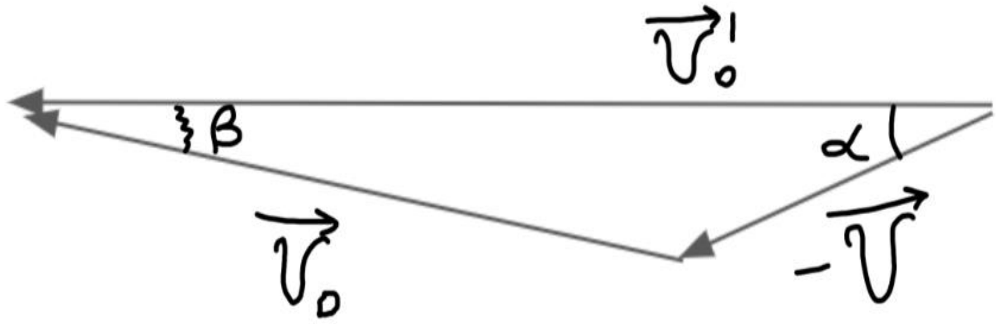
Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

3. «Стрельба по тарелочкам»

Кеша пришёл на стрельбище и решил попробовать сбивать из рогатки тарелочки, которые со скоростью $v = 20\frac{\text{м}}{\text{с}}$ выбрасываются автоматическим устройством под углом $\alpha = 30°$. С какой скоростью и в каком направлении должен стрелять Кеша, чтобы попасть в тарелочку? Расстояние между Кешей и устройством равно $L = 200$ м. Максимальная скорость снаряда рогатки равна $v_1 = 120\frac{\text{м}}{\text{с}}$, стрелять Кеша умеет во всех направлениях.

Возможное решение:

1. Перейдём с СО, связанную с тарелочкой. Тогда движение снаряда рогатки будет равномерным и прямолинейным с некоторой скоростью $\overrightarrow{v'}_0$.
2. $L = v'_0 t,$ где t – время полёта снаряда рогатки до встречи с тарелочкой.
3. Преобразования Галилея для скоростей из СО-Земля в СО-тарелочка в векторном виде: $\overrightarrow{v'}_0 = \overrightarrow{v_0} - \vec{v}$, где v_0 – скорость снаряда в СО-Земля, v'_0 – скорость снаряда в СО-тарелочка.
4. Стрелять Кеша должен так, чтобы в СО-тарелочка скорость $\overrightarrow{v'}_0$ была направлена на тарелочку:



5. Тогда максимальная скорость снаряда, при которой он попадёт в тарелочку $v_{0max} = v_1$ должна быть направлена под углом β_{min} таким, что $sin\beta_{min} = \frac{vsin\alpha}{v_1} = 0{,}083$.
6. При этом максимальное время полёта снаряда, при котором он ещё попадёт в тарелочку равно времени полёта тарелочки от пуска до падения на поверхность земли. Из уравнений движения следует, что $t = \frac{2vsin\alpha}{g} = 2$ с.
7. $v'_{0min} = \frac{L}{\frac{2vsin\alpha}{g}} = 98\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ – минимальная скорость снаряда в СО-тарелочка, при которой ещё будет попадание.
8. По теореме синусов $\frac{v}{sin\beta_{max}} = \frac{v_{0min}}{sin\alpha}$ и по теореме косинусов $v_{0min} = \sqrt{v^2 + v'^2_{0min} - 2v'_{0min}vcos\alpha}$.
9. Решая систему уравнений, получим $sin\beta_{max} = 0{,}124$, $v_{0min} = 81\frac{\text{м}}{\text{с}}$.
10. Таким образом, Кеша должен стрелять со скоростями от 81 м/с до 120 м/с под углами β такими, что $sin\beta$ от $0{,}083$ до $0{,}124$ и при этом (из теоремы синусов), чтобы $v_0 sin\beta = vsin\alpha$.

Система оценивания задачи:

Показано, что рационально решать задачу в СО-тарелочка – **1 балл**

Связаны скорость в СО-тарелочка, время полёта снаряда и дальность его полёта из п.2 – **1 балл**

Написаны преобразования Галилея из п.3 – **1 балл**

Нарисован треугольник скоростей так, как показано в п.4 – **1 балл**

Найдено максимальное время полёта снаряда из п.6 – **1 балл**

Найдена минимальная скорость снаряда из п.7 – **1 балл**

Записана теорема синусов для треугольника скоростей – **1 балл**

Записана теорема косинусов для треугольника скоростей – **1 балл**

Найдены значения максимального и минимального угла и скорости, при которых будет попадание – **1 балл**

Записано условие связи скорости и синуса угла выстрела снарядом $v_0 sin\beta = vsin\alpha$ из п.10 – **1 балл**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

4. «Случай на производстве»

На производстве раскалённая железная деталь падает в воду массой $m_2 = 10$ кг и температурой $t_2 = 20$°C. Масса детали равна $m_1 = 400$ г, а равна $t_1 = 500$°C. Какой оказалась температура воды и детали, если $m_3 = 20$ г воды испарилось? Удельная теплоёмкость железа $c_1 = 450\frac{\text{Дж}}{\text{кг}*°\text{C}}$, удельная теплоёмкость воды $c_2 = 4200\frac{\text{Дж}}{\text{кг}*°\text{C}}$, теплоёмкостью сосуда пренебречь, удельная теплота парообразования воды равна $L = 2{,}3\frac{\text{МДж}}{\text{кг}}$, температура кипения воды равна $t_3 = 100$°C. Теплопотерями пренебречь.

Возможное решение:

1. Количество теплоты, полученное водой $(m_2 - m_3)$ на нагревание, $Q_1 = (m_2 - m_3)\, c_2(\tau - t_2)$;
2. Количество теплоты, полученное водой m_3 на нагревание до температуры кипения, $Q_2 = m_3c_2(t_3 - t_2)$;
3. Количество теплоты, полученное водой m_3 на парообразование, $Q_3 = m_3L$;
4. Количество теплоты, выделенное деталью при охлаждении, $Q_4 = m_1c_1(\tau - t_1)$;
5. Уравнение теплового баланса для данной системы $Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$
6. Решая систему уравнений из п.1-5 получим: $\tau = \frac{(m_2-m_3)\, c_2t_2 + m_1c_1t_1 - (m_3c_2(t_3-t_2)+m_3L)}{m_1c_1 + (m_2-m_3)\, c_2} = 20{,}8$°C

Система оценивания задачи:

Записано выражение из п.1 – **1 балл**
Записано выражение из п.2 – **1 балл**
Записано выражение из п.3 – **1 балл**
Записано выражение из п.4 – **1 балл**
Записано выражение из п.5 – **2 балла**
Записано выражение из п.6 – **3 балла**
Получен верный численный ответ из п.6 – **1 балл**
Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

5. «Сообщающиеся сосуды»

Два вертикальных сосуда разной площади поперечного сечения S_1 и S_2 соответственно соединили тонкой трубкой у дна. В сосуды налили воду, а после установления равновесия сосуд S_1 подключили к насосу и уменьшили давление воздуха над столбом жидкости в нём на Δp. На сколько при этом изменятся уровни воды в каждом сосуде? Плотность воды равна ρ, ускорение свободного падения равно g.

Возможное решение:

1. Пусть в первом сосуде уровень жидкости опустился на Δh_1, а во втором поднялся на Δh_2.
2. Из первого во второй сосуд перешло воды $\Delta V = S_1\Delta h_1 = S_2\Delta h_2 => \Delta h_2 = \frac{\Delta h_1 S_1}{S_2}$.
3. Условие равновесия жидкости: $p_1 = p_2 + \rho g(\Delta h_1 + \Delta h_2)$.
4. По условию задачи $p_1 = p_2 + \Delta p$.
5. Из п.3, 4 и п.5 следует, что $\Delta h_1 = \frac{\Delta p S_2}{\rho g(S_1+S_2)}$; $\Delta h_2 = \frac{\Delta p S_1}{\rho g(S_1+S_2)}$.

Система оценивания задачи:

Сказано, что объём жидкости в левом сосуде уменьшился на ту же величину, на которую увеличился в правом – **2 балла**
Записано условие равновесия жидкости из п.3 – **3 балла**
Записано условие из п.4 – **2 балла**
Решена система уравнений и получены ответы в п.5 – **3 балла**
Максимальный балл за полное решение – 10 баллов