

Материалы для членов жюри (ключи, критерии оценивания)

Максимальное количество баллов – 50 баллов.

Задача №1 (10 баллов)

Для отслеживания состояния атмосферы метеослужбы используют аэростаты, закрепляя на них комплекс датчиков. Какую максимальную массу груза может поднять аэростат, радиусом оболочки 3 м, если поверхностная плотность оболочки 1 кг/м^2 , плотность гелия при нормальных условиях $0,178 \text{ кг/м}^3$, плотность воздуха при нормальных условиях, $1,2 \text{ кг/м}^3$. (Площадь сферы объем сферы $S = 4\pi R^2, V = \frac{4}{3}\pi R^3$). Ответ округлить до десятых.

Возможное решение:

На аэростат действуют следующие силы: сила Архимеда, сила тяжести груза, сила тяжести оболочки, сила тяжести гелия.

Чертеж с силами **2 балла**

В проекциях на вертикальную ось:

$$F_a = m_g g + m_o g + m_{\text{гел}} g \quad \text{2 балла}$$

Где m_g - масса гелия, m_o - масса оболочки, $m_{\text{гел}}$ - масса груза

$$\rho_g \frac{4}{3}\pi R^3 g = \rho_a \frac{4}{3}\pi R^3 g + \sigma 4\pi R^2 g + m_{\text{гел}} g \quad \text{2 балла}$$

Где R - радиус оболочки, ρ_a - плотность воздуха, ρ_g - плотность гелия, поверхностная плотность оболочки

Выражаем массу груза

$$\rho_g \frac{4}{3}\pi R^3 - \rho_a \frac{4}{3}\pi R^3 - \sigma 4\pi R^2 = m_{\text{гел}} \quad \text{2 балла}$$

Подставляем значения

$$m_{\text{гел}} = 2,5 \text{ кг} \quad \text{2 балла}$$

Критерии оценивания:

- | | |
|---|---------|
| 1) Чертеж с силами | 2 балла |
| 2) Проекция сил $F_a = m_c g + m_o g + m_{\text{груза}} g$ | 2 балла |
| 3) Подставлены выражения для силы Архимеда и силы тяжести оболочки
$\rho_{\text{с}} \frac{4}{3} \pi R^3 g = \rho_{\text{с}} \frac{4}{3} \pi R^3 g + \sigma 4 \pi R^2 g + m_{\text{груза}} g$ | 2 балла |
| 4) Получено выражение для массы
$\rho_{\text{с}} \frac{4}{3} \pi R^3 - \rho_{\text{с}} \frac{4}{3} \pi R^3 - \sigma 4 \pi R^2 = m_{\text{груза}}$ | 3 балла |
| 5) Получено значение массы груза $m_{\text{груза}} = 2,5 \text{ кг}$ | 2 балла |

Задача № 2 (10 баллов)

В лаборатории была температура 20°C . Чтобы немного согреться, лаборант Вася Криворучкин решил приготовить себе чай, однако под рукой был лишь медный калориметр массой 500 г., которым он воспользовался. Вася налил 1 литр воды температурой 60°C в калориметр, но по неосторожности столкнул в него со стоявших рядом весов кусок льда температурой -10°C . Лед был массой 448 г. Чтобы понять, получится ли сделать Васе теплый чай, определите температуру воды, которая установилась в калориметре? Удельная теплоемкость меди $385 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}}$, воды $4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}}$, льда $2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}}$, удельная теплота плавления льда $3,4 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$

Возможное решение:

$t_3 - ?$
$c_k = 385 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}}$ -теплоемкость меди
$m_k = 0,5 \text{ кг}$ масса калориметра
$t_k = 20^\circ\text{C}$ - начальная температура калориметра
$c_{\text{с}} = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}}$ теплоемкость воды
$m_{\text{с}} = 1 \text{ кг}$ масса воды
$t_{\text{с}} = 60^\circ\text{C}$ температура воды
$m_{\text{л}} = 0,448 \text{ кг}$ масса воды

Определим общую температуру системы калориметр и вода.

$$c_k m_k (t_2 - t_k) = c_6 m_6 (t_6 - t_2) \quad \text{2 балла (1)}$$

$$t_2 = \frac{c_k m_k t_k + c_6 m_6 t_6}{c_k m_k + c_6 m_6}$$

$$t_2 = \frac{c_k m_k t_k + c_6 m_6 t_6}{c_k m_k + c_6 m_6} = 58,25^\circ\text{C} \quad \text{2 балла (2)}$$

Определим температуру системы лед и результат теплового равновесия вода и калориметр

$$c_k m_k (t_2 - t_3) + c_6 m_6 (t_2 - t_3) = m_l \lambda + c_l m_l (0 - t_l) + c_6 m_6 (t_3 - 0) \quad \text{2 балла (3)}$$

$$c_k m_k t_2 - c_k m_k t_3 + c_6 m_6 t_2 - c_6 m_6 t_3 = m_l \lambda + c_l m_l t_l + c_6 m_6 t_3 \quad \text{(4)}$$

$$c_k m_k t_2 + c_6 m_6 t_2 - m_l \lambda - c_l m_l t_l = c_6 m_6 t_3 + c_6 m_6 t_3 + c_k m_k t_3 \quad \text{(5)}$$

$$t_3 = \frac{c_k m_k t_2 + c_6 m_6 t_2 - m_l \lambda - c_l m_l t_l}{c_6 m_6 + c_6 m_6 + c_k m_k} \quad \text{(6) 2 балла}$$

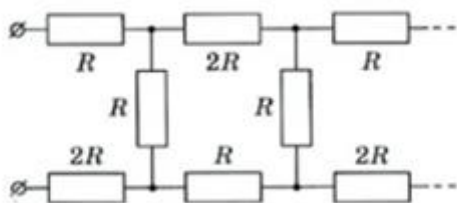
$$t_3 = \frac{c_k m_k t_2 + c_6 m_6 t_2 - m_l \lambda - c_l m_l t_l}{c_6 m_6 + c_6 m_6 + c_k m_k} = 10,95^\circ\text{C} \approx 11^\circ\text{C} \quad \text{(7) 2 балла}$$

Критерии оценивания:

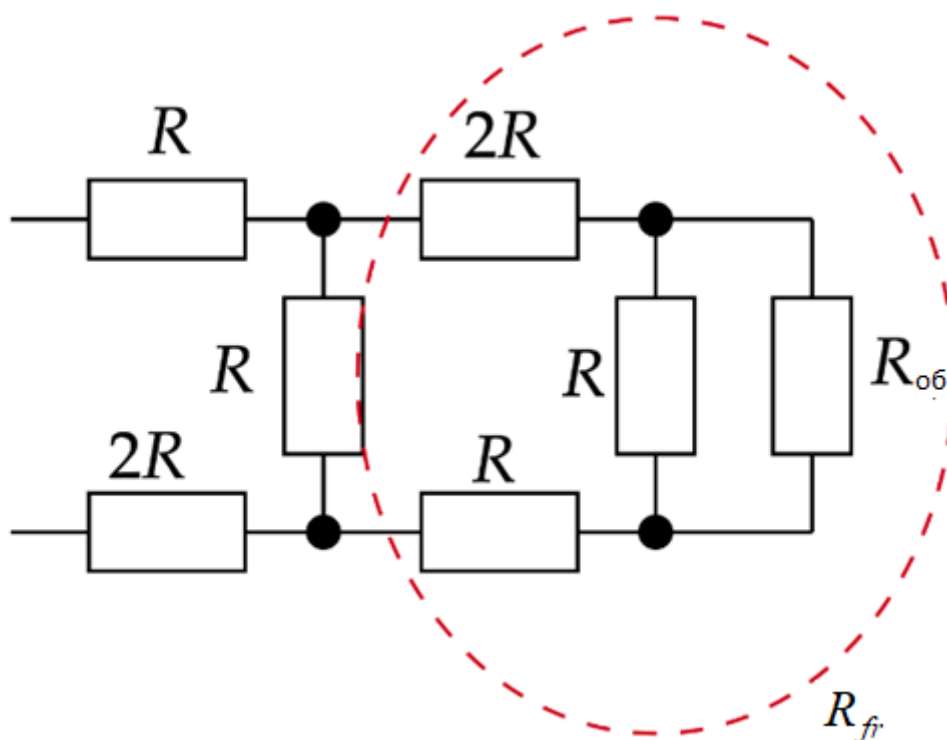
- | | |
|--|---------|
| 1) Получена зависимость (1) | 2 балла |
| 2) Получена температура теплового равновесия калориметр вода | 2 балла |
| 3) Получена зависимость (3) | 2 балла |
| 4) Получена зависимость (6) | 2 балла |
| 5) Найдено значение температуры t_3 | 2 балла |

Задача № 3 (10 баллов)

Для обеспечения бесперебойной работы метеозондов важные узлы делают составными, так чтобы выход из строя одного элемента не повлиял на работу всей конструкции. В результате подключения множества резисторов по схеме, приведенной на рисунке, такая цепь становится условно бесконечной. Определите ее сопротивление, если $R=10$ Ом. Ответ округлите до целых.



Возможное решение:



Выделим из всей цепи фрагмент, обозначим сопротивление фрагмента R_f при этом т.к. цепь бесконечна, то оставшееся часть цепи должна иметь общее сопротивление всей цепи так как она бесконечна, и отбрасывая несколько сопротивлений общее сопротивление не должно меняться.

Найдем сопротивление фрагмента.

$$R_{fr} = R + \frac{R \cdot R_{об}}{R + R_{об}} + 2R = \frac{3R^2 + 4RR_{об}}{R + R_{об}}, \text{ 2 балла}$$

Тогда сопротивление фрагмент и оставшаяся часть будет выражена следующим образом:

$$R_{об} = R + \frac{R \cdot R_{fr}}{R + R_{fr}} + 2R = 3R + \frac{\left(\frac{3R^2 + 4RR_{об}}{R + R_{об}} \right) R}{\frac{3R^2 + 4RR_{об}}{R + R_{об}} + R} \quad \text{2 балла}$$

Упрощаем выражение

$$3R^2 + 4RR_{об} + 12R^2 + 15RR_{об} = 4RR_{об} + 5R_{об}^2 \quad \text{2 балла}$$

$$5R_{об}^2 - 15RR_{об} - 15R^2 = 0$$

Приводим подобные слагаемые

$$R_{об}^2 - 3RR_{об} - 3R^2 = 0$$

Решаем квадратное уравнение

$$R_{об} = \frac{3R \pm \sqrt{9R^2 + 13R^2}}{2} = \frac{3 + \sqrt{21}}{2} R \quad \text{2 балла}$$

Получаем численный ответ

$$R_{об} = \frac{3 + \sqrt{21}}{2} R = \frac{3 + \sqrt{21}}{2} \cdot 10 = 37,91 \text{ Ом} \approx 38 \text{ Ом} \quad \text{2 балла}$$

Критерии оценивания:

1) Найдено сопротивление $R_{fr} = R + \frac{R \cdot R_{об}}{R + R_{об}} + 2R = \frac{3R^2 + 4RR_{об}}{R + R_{об}} \quad \text{2 балла}$

2) Записано общее сопротивление

$$R_{об} = R + \frac{R \cdot R_{fr}}{R + R_{fr}} + 2R = 3R + \frac{\left(\frac{3R^2 + 4RR_{об}}{R + R_{об}} \right) R}{\frac{3R^2 + 4RR_{об}}{R + R_{об}} + R} \quad \text{2 балла}$$

3) $3R^2 + 4RR_{об} + 12R^2 + 15RR_{об} = 4RR_{об} + 5R_{об}^2 \quad \text{2 Балла}$

4) Получено выражение для общего сопротивления

$$R_{об} = \frac{3R \pm \sqrt{9R^2 + 13R^2}}{2} = \frac{3 + \sqrt{21}}{2} R \quad \text{2 Балла}$$

5) $R_{об} \approx 38 \text{ Ом} \quad \text{2 Балла}$

Задача №4 (10 баллов)

Труба, сечение которой является квадратом со стороной $a = 20$ см, закрыта поршнем. К трубе присоединена трубка (см. рисунок). В систему залили масло, так что уровень жидкости в трубке оказался равен $h = 15$ см. Какой величины и направления силу надо прикладывать к поршню, чтобы удерживать его в равновесии? Трение отсутствует. Плотность масла $\rho = 900$ кг/м³, постоянная $g = 10$ Н/кг.

Возможное решение:

На поршень действуют три силы (см. рис.): сила давления воздуха F_1 , сила давления масла F_2 и сила F , с которой его удерживают.

Сила давления воздуха

$$F_1 = p_0 S, \quad (1)$$

где p_0 – атмосферное давление, а $S = a^2$ – площадь поршня.

Давление масла на поршень неодинаково в разных его частях, но общая сила давления может быть вычислена как

$$F_2 = p_{\text{ср}} S, \quad (2)$$

где $p_{\text{ср}}$ – среднее давление масла (давление в середине поршня).

Поскольку на уровне h от дна давление равно атмосферному,

$$p_{\text{ср}} = p_0 + \rho g \left(h - \frac{a}{2} \right). \quad (3)$$

По условию $h > \frac{a}{2}$, т.е. сила F_2 больше F_1 , и для удержания поршня в равновесии необходимо прикладывать к нему силу, направленную вправо. Сила F определяется из уравнения

$$F = F_2 - F_1 = p_{\text{ср}} S - p_0 S = (p_{\text{ср}} - p_0) S = \left(p_0 + \rho g \left(h - \frac{a}{2} \right) - p_0 \right) S, \\ F = \rho g \left(h - \frac{a}{2} \right) a^2 \quad (4)$$

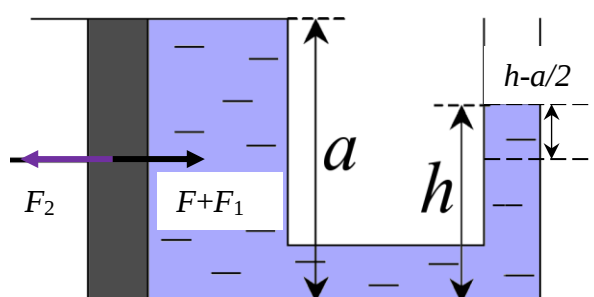
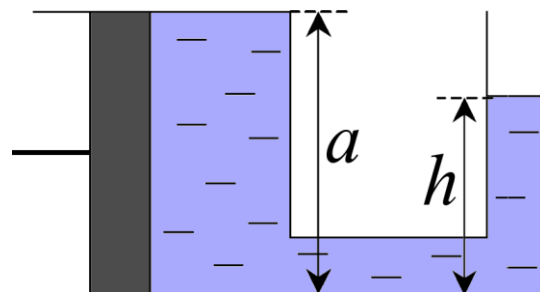
и равна

$$F = 900 \cdot 10 \cdot \left(0,15 - \frac{0,2}{2} \right) \cdot (0,2)^2 = 18(\text{Н})$$

Ответ: $F = 18$ Н, действует направо.

Критерии оценивания:

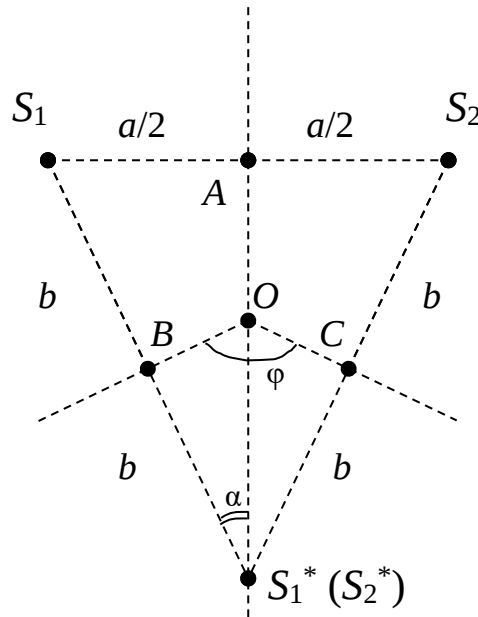
- | | |
|---|----------------|
| 1) Указаны все силы, действующие на поршень | 1 балла |
| 2) Получены выражения для сил давления воздуха и воды (1) и (2) | 2 балла |
| 3) Получено выражение для среднего давления воды (3) | 2 балла |
| 4) Правильно указано и обосновано направление силы F | 2 балла |
| 5) Получено выражение для силы F (4) | 1 балл |
| 6) Вычислено значение силы F | 1 балл |



Задача №5 (10 баллов)

Два источника света S_1 и S_2 находятся на расстоянии $a = 41$ см друг от друга. Два плоских зеркала расположены так, что изображения совпадают, причем расстояния от S_1 до одного зеркала и от S_2 до другого одинаковы и равны $b = 20,5$ см. Определите угол между зеркалами.

Возможное решение:



Построение изображения.

Провести прямую через точки S_1 и S_2 . Через середину A отрезка S_1S_2 провести перпендикуляр, на котором и будет находиться изображение источников $S_1^*(S_2^*)$. Соединить отрезками точки S_1 и S_2 с точкой $S_1^*(S_2^*)$. Перпендикуляры, проведённые через середины B и C отрезков $S_1S_1^*$ и $S_2S_1^*$, пересекутся в точке O , образуя угол φ , который и будет являться углом между плоскостями двух зеркал.

Треугольник $S_1S_2S_1^*$ равнобедренный с основанием длиной a и боковыми сторонами длиной $2b$. Отрезок AS_1^* является высотой, медианой и биссектрисой треугольника. В прямоугольном треугольнике $S_1S_1^*A$ угол при вершине S_1^* равен 30° , так как

$$\sin \alpha = \frac{S_1A}{S_1S_1^*} = \frac{a}{4b} = \frac{1}{2}$$

То есть угол при вершине S_1^* треугольника $S_1S_2S_1^*$ равен $2 \cdot \alpha = 60^\circ$. Тогда из четырёхугольника S_1^*BOC

$$\varphi = 360^\circ - 2 \cdot 90^\circ + 2 \cdot \alpha = 360^\circ - 2 \cdot 90^\circ + 60^\circ = 120^\circ$$

Ответ: угол между зеркалами составляет 120° .

Критерии оценивания:

- 1) Сделан вывод о том, что изображение находится перпендикуляре, проходящем через середину отрезка S_1S_2 **2 балла**
- 2) Сделан вывод о том, что плоскости зеркал образуют угол φ , проходя через середины отрезков $S_1S_1^*$ и $S_2S_1^*$ перпендикулярно им **3 балла**
- 3) Правильно определено значение угла α при вершине S_1^* в треугольнике $S_1S_1^*A$ по соотношению сторон **2 балла**
- 4) Получена расчётная формула **2 балла**
- 5) Правильно определено значение φ между зеркалами **1 балла**