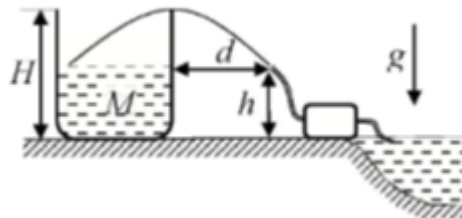


ЗАДАНИЯ
для проведения муниципального (районного) этапа
Всероссийской олимпиады школьников по физике 2025-2026
10кл

1. Электрический насос качает воду из бассейна. Струя воды из конца шланга, расположенного на высоте h от уровня воды в бассейне, направлена в бочку высоты H . Расстояние между концом шланга и бочкой по горизонтали равно d . Сколько электроэнергии нужно затратить, чтобы накачать в бочку количество воды массой M ? Считать, что верхняя точка струи находится непосредственно над краем бочки. Ускорение свободного падения равно g . КПД насоса равно 1, трением воды о шланг и сопротивлением воздуха пренебречь.



Решение.

Искомая энергия E тратится на подъём воды на высоту h и на разгон её до скорости v , с которой вода выходит из шланга, поэтому

$$E = Mgh + \frac{Mv^2}{2}. \quad (3 \text{ б.})$$

Найдём скорость v . Вертикальная компонента этой скорости $v_{\text{верт}}$ равна gt , а горизонтальная $v_{\text{гориз}}$ равна d/t , где t — время пролёта от шланга до верхней точки струи. Найдём t :

$$\frac{gt^2}{2} = H - h \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2(H - h)}{g}}. \quad (1 \text{ б.})$$

Отсюда

$$v_{\text{верт}} = gt = \sqrt{2g(H - h)}, \quad (2 \text{ б.})$$

$$v_{\text{гориз}} = \frac{d}{t} = d \sqrt{\frac{g}{2(H - h)}}. \quad (2 \text{ б.})$$

Найдём v^2 по теореме Пифагора:

$$v^2 = v_{\text{верт}}^2 + v_{\text{гориз}}^2 = 2g(H - h) + \frac{gd^2}{2(H - h)}.$$

Подставляя это выражение в формулу для E , получим:

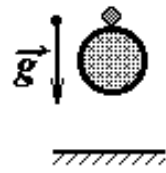
$$E = Mgh + \frac{M}{2} \left(2g(H - h) + \frac{gd^2}{2(H - h)} \right) = Mg \left(H + \frac{d^2}{4(H - h)} \right).$$

$$\text{Ответ: } Mg \left(H + \frac{d^2}{4(H - h)} \right). \quad (2 \text{ б.})$$

**Примечание:* энергия, затраченная насосом, может быть также найдена как энергия воды в верхней точке струи:

$$E = MgH + \frac{Mv_{\text{гориз}}^2}{2}.$$

2. Легкий шарик массой m аккуратно укладывают на массивный шар массой $M \gg m$ и отпускают оба шара без начальной скорости. Система шаров падает, сохраняя вертикальное положение, с высоты h на абсолютно упругую горизонтальную плиту. Определите, на какую предельную высоту поднимется после отскока легкий шарик. Сопротивлением воздуха пренебречь.

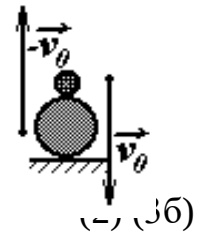


Решение. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдем, что при подлете к плите и большой, и маленький шарики будут иметь одинаковую скорость

$$v_0 = \sqrt{2gh}. \quad (1) \quad (26)$$

Первым испытает упругое соударение с плитой большой шар. Учитывая, что время этого соударения достаточно мало, примем, что маленький шарик за этот период существенно не сдвинулся. Таким образом, следующее соударение происходит между шаром M , движущимся уже вверх с прежней по величине скоростью v_0 , и шаром m , продолжающим движение со скоростью v_0 вниз. Считая это столкновение упругим, запишем законы сохранения энергии и импульса:

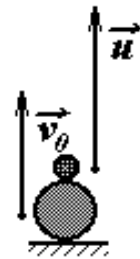
$$\begin{cases} m\vec{v}_0 + M(-\vec{v}_0) = m\vec{U} + M\vec{v} \\ \frac{mv_0^2}{2} + \frac{Mv_0^2}{2} = \frac{mU^2}{2} + \frac{Mv^2}{2} \end{cases} \quad (36)$$



где $\vec{U}$ и $\vec{v}$ скорости, соответственно, малого и большого шаров после второго столкновения.

В проекциях на вертикальную ось (2) примет вид:

$$\begin{cases} Mv_0 - mv_0 = mU + Mv \\ mv_0^2 + Mv_0^2 = mU^2 + Mv^2 \end{cases} \quad (3)$$



Из этих уравнений находим

$$\left. \begin{aligned} U &= v_0 \frac{3 - m/M}{1 + m/M} \\ v &= v_0 \frac{1 - 3m/M}{1 + m/M} \end{aligned} \right\} \quad (4) \quad (26)$$

С учетом $m/M \ll 1$, получим

$$\left. \begin{aligned} U &\approx 3v_0 \\ v &\approx v_0 \end{aligned} \right\} \quad (5) \quad (16)$$

Далее:

$$\left. \begin{aligned} h^* &= \frac{U^2}{2g} \approx 9h \\ h^{**} &= \frac{v^2}{2g} \approx h \end{aligned} \right\}, \quad (6) \quad (26)$$

где h^* и h^{**} высоты подскоков после соударения, соответственно, легкого (m) и тяжелого (M) шаров.

3. Стоя на льду, человек пытается сдвинуть тяжелые сани за привязанную к ним веревку. Масса саней 100 кг, человека 60 кг. Коэффициент трения саней о лед 0,20, человека – 0,30. Под каким углом к горизонту нужно тянуть за веревку?

Решение. Если попытаться тянуть сани горизонтально, то у нас ничего не получится: сила трения, удерживающая сани на льду

$$F_1 = \mu_1 Mg = 196 \text{ Н}$$

слишком велика для того, чтобы человек мог их сдвинуть

$$F_2 = \mu_2 Mg = 176 \text{ Н}$$

– он начнет проскальзывать раньше.

Однако если тянуть нить не горизонтально, а под некоторым углом α к горизонту, то выполнение условий задачи возможно, т.к. при этом уменьшается вес саней и увеличивается вес человека. (26)

Таким образом:

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 N_1 &= \mu_1 (Mg - T \sin \alpha) = T \cos \alpha \\ \mu_2 N_2 &= \mu_2 (Mg - T \sin \alpha) = T \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1) \quad (36)$$

где $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$ – сила натяжения веревки, μ_1 и μ_2 N_1 и N_2 – соответственно коэффициенты трения и силы реакции, относящиеся к саням и человеку.

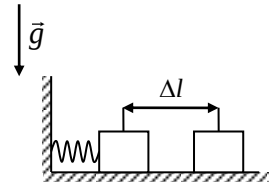
Из (1) следует:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{\mu_1 M}{\mu_2 M} - 1}{\mu_1 + \mu_1 \frac{M}{m}} = \frac{\mu_1 M - \mu_2 m}{\mu_1 \mu_2 (M + m)} = 0,21. \quad (2) \quad (16)$$

Таким образом, человек должен тянуть сани под углом большим чем $\alpha = \arctg(0,21) = 12^\circ$ к горизонту. (26)

Из (2) видно, что при $\mu_2 m > \mu_1 M$ угол становится отрицательным ($\operatorname{tg} \alpha < 0$), в этом случае тянуть сани можно горизонтально. Заметим, что сдвинуть сани возможно при любом малом $\mu_2 \neq 0$, но для этого важно, чтобы руки были сильными настолько, чтобы обеспечить необходимое значение T , которое мы, за отсутствием надобности не вычисляли. (Верхняя оценка для $T = mg$, когда сани станут «невесомыми» для льда; в этом случае нить практически вертикальна.) (26)

4. На горизонтальной поверхности расположен брусок массой $m = 0,10$ кг, прикрепленный к вертикальной стенке с помощью пружины жесткостью $k = 1,0$ Н/см. Коэффициент трения бруска о поверхность $\mu = 0,50$. Пружину растянули на величину $\Delta l = 8,3$ см и отпустили. Найти конечное положение бруска. Сколько раз он пройдет через точку, соответствующую недеформированному состоянию пружины? Ускорение свободного падения считать равным $g = 10$ м/с².



Решение. Для решения задачи воспользуемся законом сохранения энергии с учетом отрицательной работы силы трения. Предположим, что, миновав положение равновесия, груз дошел до точки, находящейся на расстоянии Δl_1 от него, в которой его скорость стала равна нулю. Понятно, что $\Delta l_1 < \Delta l$ т.к. работа силы трения уменьшила механическую энергию системы пружина – брусок (пружинного маятника). Работа силы трения при таком перемещении:

$$A_{тр} = -\mu mg (\Delta l + \Delta l_1) \quad (16)$$

Она же равна изменению механической энергии системы:

$$A_{тр} = \Delta E^{мех} = E_2^{мех} - E_1^{мех} \Rightarrow E_1^{мех} = E_2^{мех} - A_{тр}.$$

Раскрывая выражение для механической энергии получаем:

$$\frac{k\Delta l^2}{2} = \frac{k\Delta l_1^2}{2} + \mu mg(\Delta l + \Delta l_1). \quad (1) \quad (26)$$

Преобразовав (1) к виду:

$$\frac{k}{2}(\Delta l^2 - \Delta l_1^2) = \frac{k}{2}(\Delta l - \Delta l_1)(\Delta l + \Delta l_1) = \mu mg(\Delta l_1 + \Delta l),$$

найдем

$$\Delta l_1 = \Delta l - \frac{2\mu mg}{k}. \quad (2) \quad (26)$$

Представляя в (2) численные значения, получаем: $\Delta l_1 = 7,3$ см.

Рассуждая далее аналогично, заметим, что соотношение (2) сохранится и в последующем движении, только роль Δl будет играть уже Δl_1 . После N прохождений положения равновесия

$$\Delta l_N = \Delta l - \frac{2\mu mg}{k} N \quad (26) \quad (3)$$

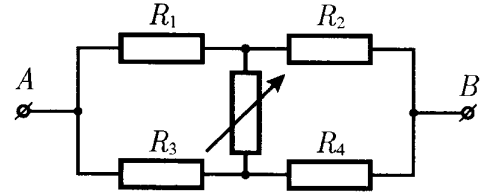
Однако при малых отклонениях возможна ситуация, когда сила трения покоя сможет удержать груз на некотором расстоянии, это положение определяется условием:

$$\Delta l_N \leq \frac{\mu mg}{k} \quad (26) \quad (4)$$

Решая совместно (3) и (4), получим

$$N = \frac{\Delta l k}{2 \mu m g} - \frac{1}{2}. \quad N = 7,8. \text{ Данный результат показывает, что положение равновесия будет пройдено 8 раз.} \quad (16)$$

5. Электрическая цепь состоит из трех резисторов с известными сопротивлениями $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 50 \text{ Ом}$, $R_3 = 80 \text{ Ом}$, одного резистора с неизвестным сопротивлением R_4 и одного переменного резистора (см. рис.) При измерении сопротивления R_{AB} между точками А и В этой электрической цепи выяснилось, что оно не зависит от сопротивления переменного резистора. Найдите величины сопротивлений неизвестного резистора R_4 и всей цепи R_{AB} .



Решение:

Чтобы переменный резистор не влиял на сопротивление цепи необходимо чтобы потенциалы точек его подключения к цепи были одинаковы. (36)

В этом случае ток через сопротивление R_1 и R_2 (R_3 и R_4) одинаков и равен I_1 (I_2) (16)

Тогда имеем равенства согласно закону Ома для участка цепи.

$$I_1 R_1 = I_2 R_3 \quad (36)$$

$$I_1 R_2 = I_2 R_4$$

Делим одно уравнение на другое получаем:

$$R_4 = \frac{R_3 R_2}{R_1} = 200 \text{ Ом} \quad (36)$$