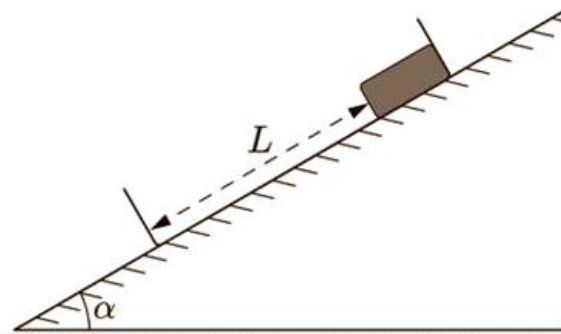


**МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ЧЛЕНОВ ЖЮРИ
(КЛЮЧИ, КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ)**
Максимальное количество баллов – 50 баллов

Задание 1

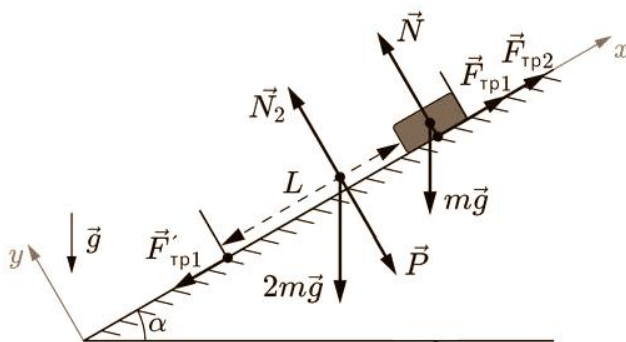
Всего за задание – 10 баллов



Двоечник Петя спускает без начальной скорости с горки с углом наклона к горизонту $\alpha = 45^\circ$ свой жесткий портфель, в котором лежит единственный учебник, касающийся верхней стенки портфеля (смотри рисунок). Через $\tau = 1$ с учебник ударяется о нижнюю стенку портфеля. Коэффициент трения скольжения между портфелем и учебником $\mu_1 = 0,23$, а между портфелем и горкой $\mu_2 = 0,27$. Масса портфеля вдвое больше массы учебника.

На каком расстоянии L от нижней стенки портфеля находился учебник до начала движения?

Решение:



Сделан рисунок (рисунки) с правильным указанием всех векторов сил

– 2 балла

Второй закон Ньютона для учебника:

$$m\vec{a}_1 = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр1}} + \vec{N} \quad - 1 \text{ балл}$$

В проекциях на ось x:

$$ma_1 = mg \cdot \sin\alpha - F_{\text{тр1}} \quad (1)$$

В проекциях на ось y: $0 = N - mg \cdot \cos\alpha$

$$\text{Тогда } F_{\text{тр1}} = \mu_1 N = \mu_1 mg \cdot \cos\alpha$$

Подставим в (1) и выразим ускорение учебника:

$$ma_1 = mg \cdot \sin\alpha - \mu_1 mg \cdot \cos\alpha$$

$$a_1 = g \cdot \sin\alpha - \mu_1 g \cdot \cos\alpha$$

Второй закон Ньютона для портфеля:

$$2m\vec{a}_2 = 2m\vec{g} + \vec{F}'_{\text{тр1}} + \vec{P} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{\text{тр2}} \quad - 1 \text{ балл}$$

$$\text{В проекциях на ось x: } 2ma_2 = 2mg \cdot \sin\alpha + F'_{\text{тр1}} - F_{\text{тр2}} \quad (2)$$

$$\text{В проекциях на ось y: } 0 = N_2 - P - 2mg \cdot \cos\alpha \quad (3)$$

$$\text{По третьему закону Ньютона: } F'_{\text{тр1}} = F_{\text{тр1}} \quad \text{и} \quad P = N \quad - 1 \text{ балл}$$

Подставим $N = mg \cdot \cos\alpha$ в (3):

$$N_2 = mg \cdot \cos\alpha + 2mg \cdot \cos\alpha = 3mg \cdot \cos\alpha$$

$F_{\text{тр2}} = \mu_2 N_2 = \mu_2 3mg \cdot \cos\alpha$ - подставим в (2) и выразим ускорение портфеля:

$$2ma_2 = 2mg \cdot \sin\alpha + \mu_1 mg \cdot \cos\alpha - \mu_2 3mg \cdot \cos\alpha$$

$$a_2 = g \cdot \sin\alpha + \mu_1 \frac{1}{2} g \cdot \cos\alpha - \mu_2 \frac{3}{2} g \cdot \cos\alpha = g(\sin\alpha + \frac{1}{2}\mu_1 \cdot \cos\alpha - \frac{3}{2}\mu_2 \cdot \cos\alpha)$$

Закон движения точки переднего края учебника: $x_1 = \frac{a_1 t^2}{2}$

Закон движения точки нижней стенки портфеля: $x_2 = L + \frac{a_2 t^2}{2}$

В момент столкновения координаты точек совпадают, откуда: $L = \frac{(a_1 - a_2)t^2}{2} \quad - 2 \text{ балла}$

$$L = \frac{(g \cdot \sin\alpha - \mu_1 g \cdot \cos\alpha - g(\sin\alpha + \frac{1}{2}\mu_1 \cdot \cos\alpha - \frac{3}{2}\mu_2 \cdot \cos\alpha))t^2}{2} = \frac{3}{4}(\mu_2 - \mu_1)g\tau^2 \cos\alpha \quad - 2 \text{ балла}$$

$$\text{Ответ: } L = \frac{3}{4}(0,27 - 0,23)10 \cdot 1^2 \cos 45^\circ = 20,4 \text{ см} \quad - 1 \text{ балл}$$

Задание 2**Всего за задание – 10 баллов**

Петя постирал свою толстовку, и при влажности воздуха 60% она высохла за 2 часа. Через два дня толстовку снова пришлось постирать, и она высохла за 4 часа при таких же температуре и давлении. Поясните, от чего зависит время высыхания, и определите влажность воздуха.

Решение:

При 100% - й влажности число молекул, вылетающих с поверхности воды, равно числу молекул воды, попадающих из воздуха в воду.

Влажность воздуха пропорциональна парциальному давлению водяных паров, поэтому количество молекул, попадающих из воздуха в воду, пропорционально влажности φ .

Так как количество молекул, попадающих на поверхность воды, зависит только от температуры, скорость испарения (разность между числом вылетевших и числом вернувшихся на поверхность молекул) пропорциональна $(1 - \varphi)$.

- 4 балла за полное пояснение

Следовательно, время высыхания τ : $\tau \sim \frac{1}{1-\varphi}$ **– 3 балла**

Тогда отношение времени высыхания: $\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{1-\varphi_1}{1-\varphi_2}$, **– 2 балла**

где τ_1 и τ_2 – время высыхания при влажности φ_1 и φ_2 соответственно.

Отсюда получаем $\varphi_2 = 1 - (1-\varphi_1) \cdot \frac{\tau_1}{\tau_2}$

Окончательно $\varphi_2 = 1 - (1 - 0,6) \cdot \frac{2}{4} = 0,8$ **– 1 балл**

Ответ: 0,8 (80%)

Задание 3

Всего за задание – 10 баллов

Двоечник Петя сделал кипятильник из подручных материалов, найденных в кладовке. В качестве подводящих он использовал алюминиевый и железный провода с удельными сопротивлениями $\rho_1 = 0,028 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ и $\rho_2 = 0,099 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ соответственно, а в качестве нагревательного элемента – неоднородный провод длиной 30 см, удельное сопротивление которого линейно менялось от ρ_1 до ρ_2 . Все провода цилиндрические, с одинаковым радиусом сечения 0,5 мм. Сколько времени потребовалось Пете, чтобы закипятить 200 г воды с начальной температурой 20 °С, если напряжение на каждом сантиметре алюминиевого провода оказалось равным 0,1 В? Считать, что все выделившееся тепло пошло на нагревание воды. Удельную теплоемкость воды принять равной $4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.

Решение:

По закону Ома для участка цепи сила тока в 1 см алюминиевого провода: $I = \frac{U}{R}$,

где U - напряжение на каждом сантиметре алюминиевого провода, R – сопротивление алюминиевого провода длиной $l = 1 \text{ см}$ и площадью поперечного сечения S и радиусом r .

– 1 балл

$$R = \rho_1 \frac{l}{S}$$

$$S = \pi r^2$$

Тогда $I = \frac{U \pi r^2}{\rho_1 l}$ – 1 балл

Мощность, выделяемая нагревательным элементом: $P = I^2 R_{\text{н}}$ – 1 балл

При линейной зависимости удельного сопротивления нагревательного элемента длиной L его сопротивление $R_{\text{н}} = \frac{(\rho_1 + \rho_2) L}{2 S}$ – 3 балла

Тогда $P = I^2 R_{\text{н}} = I^2 \frac{(\rho_1 + \rho_2) L}{2 S} = \left(\frac{U \pi r^2}{\rho_1 l} \right)^2 \frac{(\rho_1 + \rho_2) L}{2 \pi r^2} = \frac{U^2 \pi r^2 (\rho_1 + \rho_2) L}{2 \rho_1^2 l^2}$ – 1 балл

Количество теплоты, необходимое для нагрева воды до температуры кипения:

$Q = cm(t_2 - t_1) = P\tau$ – 1 балл

$$t_2 = 100^\circ\text{C}, \quad t_1 = 20^\circ\text{C}$$

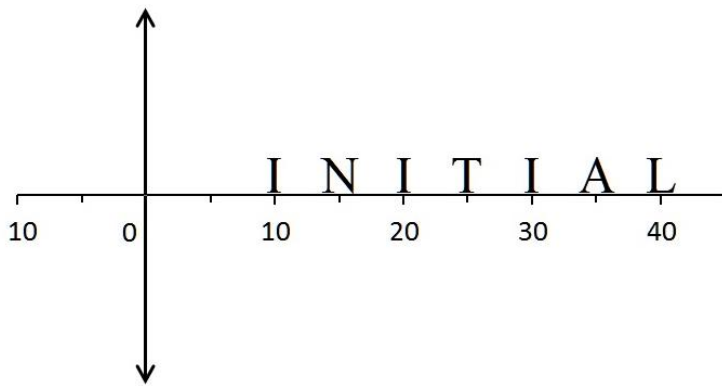
$$\tau = \frac{cm(t_2 - t_1)}{P} = \frac{2\rho_1^2 l^2 cm(t_2 - t_1)}{U^2 \pi r^2 (\rho_1 + \rho_2) L} \quad - 1 \text{ балл}$$

$$\tau = \frac{2 \cdot (0,028 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 0,2(100 - 20)}{0,1^2 \cdot 3,14 \cdot (5 \cdot 10^{-4})^2 (0,028 + 0,099) \cdot 10^{-6} \cdot 0,3} = 35 \text{ с} \quad - 1 \text{ балл}$$

Ответ: 35 с

Задание 4

Всего за задание – 10 баллов



Двоечник Петя нашел в портфеле своего младшего брата карточки с английскими словами высотой 4 см, написанными тонкой перьевой ручкой, и решил рассмотреть через линзу одну из них со словом INITIAL (начальный). Слово по отношению к линзе оказалось расположенным так, как показано

на рисунке (расстояния приведены в сантиметрах), а вот его изображение показалось Пете весьма странным: первую букву I Петя не увидел совсем, буква N оказалась больше, чем на карточке и искажена, а вторая буква I в изображении оказалась «нормальной» высоты 4 см. Какой высоты оказалось изображение третьей буквы I? Решение поясните.

Решение:

Высота изображения второй буквы I равна высоте самой буквы, значит вторая буква I находится в двойном фокусе: $d_1 = 2F$ – 2 балла

Тогда фокусное расстояние $F = 10$ см. – 1 балл

Запишем формулу тонкой линзы для третьей буквы I. Расставим знаки в формуле,

учитывая, что буква расположена за двойным фокусом.

– 2 балла

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}$$

– 1 балл

$$f_2 = \frac{d_2 F}{d_2 - F}$$

– 1 балл

$$f_2 = \frac{30 \cdot 10}{30 - 10} = 15 \text{ см} - \text{расстояние до изображения третьей буквы I}$$

– 1 балл

$$\text{Увеличение: } \frac{H_2}{h} = \frac{f_2}{d_2}$$

– 1 балл

H_2 – высота изображения третьей буквы I, h – высота буквы

$$H_2 = h \frac{f_2}{d_2} = 4 \frac{15}{30} = 2 \text{ см}$$

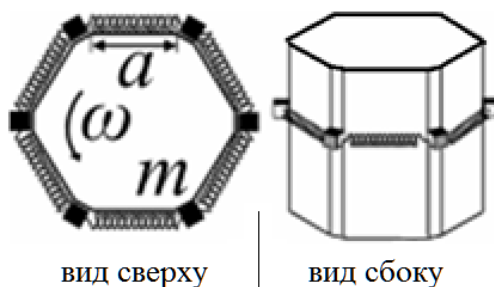
– 1

балл

Ответ: 2 см

Задание 5

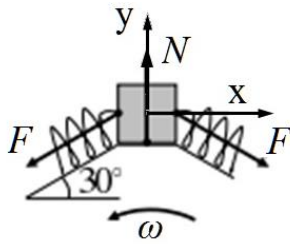
Всего за задание – 10 баллов



5 (10 баллов). Петя сделал браслет из одинаковых легких пружинок, соединяющих одинаковые маленькие кубики массой m каждый. Он решил оригинально преподнести браслет подруге, для чего надел его на вертикальную шестигранную подставку с шириной стороны a (смотри рисунок).

Острые углы шестигранника спилены так, что каждый кубик касается маленькой плоской площадки на подставке (смотри вид сверху), причем все углы шестигранника, показанные на виде сверху, одинаковы. Коэффициент трения кубиков о подставку равен μ , сила упругости, возникшая в пружинах, равна F . Подставка может вращаться вокруг вертикальной оси, совпадающей с ее осью симметрии. При каких значениях угловой скорости ω подставки и коэффициента трения μ браслет будет съезжать вниз?

Решение:



На кубики действуют одинаковые силы, поэтому рассмотрим один кубик. Силы, действующие на него в горизонтальной плоскости, показаны на рисунке. —

1 балл

N – сила реакции опоры, F – сила упругости.

Размерами кубика можно пренебречь, поэтому будем считать, что его масса сосредоточена на расстоянии a от оси подставки.

Центростремительное ускорение кубика: $a_{ц} = \omega^2 a$

Запишем 2 закон Ньютона для кубика в проекциях на ось y :

$$N - 2F \sin 30^\circ = -m\omega^2 a \quad - 2 \text{ балла}$$

$$N = F - m\omega^2 a$$

Рассмотрим условие равновесия кубика вдоль вертикальной оси. Чтобы браслет не сползал, сила тяжести mg , действующая на кубик, должна уравниваться силой трения покоя $F_{тр}$, которая, в свою очередь, не должна превосходить максимального значения, равного μN .

Очевидно, что браслет будет сползать при условии $mg \geq \mu N$ — 2 балла

$$\text{Или } mg \geq \mu(F - m\omega^2 a)$$

$$\text{Откуда } \omega \geq \sqrt{\frac{F}{ma} - \frac{g}{\mu a}}$$

– 2 балла

Это справедливо, если подкоренное выражение неотрицательно, т.е. когда $\frac{g}{\mu a} \leq \frac{F}{ma}$

$$\text{или } \mu \geq \frac{mg}{F} \quad - 1 \text{ балл}$$

Если $\frac{g}{\mu a} > \frac{F}{ma}$, то есть $\mu < \frac{mg}{F}$, то браслет будет съезжать даже при отсутствии вращения, значит и при любой ω . — 2 балла

Ответ: браслет будет съезжать вниз при $\omega \geq \sqrt{\frac{F}{ma} - \frac{g}{\mu a}}$, если $\mu \geq \frac{mg}{F}$

Если $\mu < \frac{mg}{F}$, то браслет будет съезжать при любой ω