

3 А Д А Н И Я и решения
для проведения II муниципального (районного) этапа
Всероссийской олимпиады школьников по физике 2025-2026
11 класс

1. Определите, каким образом должна изменяться со временем угловая скорость вращения ведущей катушки магнитофона для того, чтобы линейная скорость движения ленты была постоянной и равна v . Радиус катушки R . Толщина d . Считать что $d \ll R$, а в начальный момент времени вся лента намотана на другую катушку.

Решение:

Для того, чтобы линейная скорость ленты была постоянна, необходимо, чтобы в любой момент времени выполнялось равенство

$$\omega r = v \quad (26)$$

Явный вид зависимости радиуса катушки с намотанной лентой найдем из следующих соображений: Пусть в момент времени t после начала движения радиус катушки равен r . Тогда на катушке намотана лента объёмом

$$V = \pi(r^2 - R^2)l \quad (46) \quad .$$

l – ширина ленты. В тоже время этот объем ленты прошел мимо считывающей головки со скоростью v , поэтому

$$V = v t l d \quad (36) \quad .$$

Приравнивая эти выражения, находим

$$r(t) = \sqrt{R^2 + \frac{v t d}{\pi}}.$$

Тогда угловая скорость вращения

$$\omega(t) = \frac{v}{\sqrt{R^2 + \frac{v t d}{\pi}}} \quad (16) \quad .$$

2. Подставку, на которой лежит тело, подвешенное на пружине, начинают опускать с ускорением a . В начальный момент пружина не растянута. Через какое время тело оторвется от подставки? Каково максимальное растяжение пружины? Масса тела M , жесткость пружины k

Решение

В течении времени пока тело движется вместе с подставкой второй закон Ньютона имеет вид

$$Ma = Mg - kx - N \quad (26)$$

В момент отрыва тела от подставки обращается в нуль сила реакции опоры. В результате получаем уравнение на величину растяжения пружины.

$$Ma = Mg - kx \quad \Rightarrow \quad x = \frac{M(g - a)}{k} \quad (26)$$

Учитывая, что $x = \frac{at^2}{2}$ для t получаем:

$$t = \sqrt{\frac{2M(g-a)}{ak}} \quad (26)$$

Для расчета максимального растяжения пружины воспользуемся законом сохранения энергии

$$\frac{Mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} - Mgx = \frac{kx_{\max}^2}{2} - Mgx_{\max}$$

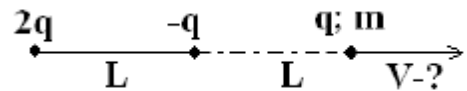
После подстановки x и $v=at$ закон сохранения энергии принимает вид

$$0 = \frac{M^2}{2k}(g-a)^2 + \frac{k}{2}x_{\max}^2 - \frac{2Mg}{k}x_{\max} \quad (26)$$

Решение квадратного уравнения выбираем со знаком $(+)$, что следует из $x_{\max} > x$

$$x_{\max} = \frac{Mg}{k} + \frac{M}{k}\sqrt{a(2g-a)} \quad (26)$$

3. Точечные заряды $2q$ и $-q$ закреплены и находятся на расстоянии L друг от друга. На общей с ними прямой на расстоянии L от заряда $-q$ удерживают точечное тело с зарядом q и массой m .



С какой наименьшей скоростью V нужно толкнуть тело вправо вдоль прямой, чтобы оно неограниченно удалялось?

Решение

Исходно притяжение больше отталкивания и суммарная сила смотрит влево, но в некоторой точке при смещении вправо на x суммарная сила обращается в ноль, дальше сила направлена вправо. (16)

Значит начального толчка должно хватить чтобы достичь точки где сила обращается в 0 (16)

Условие обращения силы в ноль

$$\frac{k2q^2}{(x+2L)^2} = \frac{kq^2}{(x+L)^2}$$

Откуда находим $x = \sqrt{2}L$ (26)

Начальную скорость найдем из закона сохранения энергии

$$\frac{mV^2}{2} = q(\varphi(x) - \varphi(x_0)) \quad (26)$$

Где x_0 начальное положение заряда.

$$\varphi(x_0) = 0 \quad \varphi(x) = \frac{k2q}{x+2L} - \frac{kq}{x+L} \quad (26)$$

$$V^2 = \frac{2kq^2(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)mL} = \frac{2kq^2(3-2\sqrt{2})}{mL} \quad \left(k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right) \quad (26)$$

4. Стеклопаяная, запаяная с одного конца трубка открытым концом опущена в сосуд со ртутью. После подъема трубки уровни ртути в сосуде и трубке совпадают. При этом длина части трубки, занятой воздухом, $l = 100$ см. Затем трубку поднимают на 10 см. Какой будет после этого высота уровня ртути в трубке? (Капиллярными явлениями пренебречь.)

Решение

Так как первоначально уровень ртути в сосуде и трубке совпадают, давление в трубке равно атмосферному. Когда трубку поднимают давление в трубке уменьшается и компенсируется подъемом ртути. Тогда мы можем записать равенство давлений на уровне ртути в сосуде:

$$\rho g x + P = P_0 \quad (36)$$

Здесь P_0 атмосферное давление, P – давление в трубке, $\rho g x$ давление ртути высотой x . Запишем уравнение закона Бойля-Мариотта для газа внутри трубки:

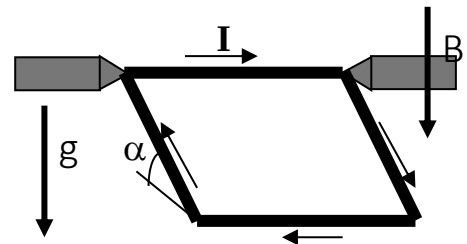
$$P_0 l S = P(l + \Delta l - x) S \quad (36)$$

S – площадь трубки.

Решая совместно эти два уравнения получаем результат:

$$x = \frac{P_0 + \rho g(l + \Delta l) - \sqrt{(P_0 + \rho g(l + \Delta l))^2 - 4\rho g \Delta l P_0}}{2\rho g} \quad (46)$$

5. Квадратная рамка с током со стороной a (масса рамки m) закреплена так что может свободно вращаться вокруг горизонтально расположенной стороны. Рамка находится в вертикальном однородном магнитном поле индукции B . Угол наклона рамки с горизонтом α . Найти ток в рамке.

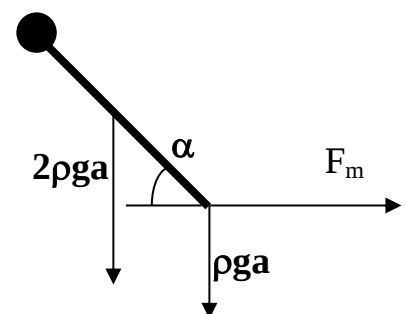


Решение

Согласно закону Ампера отклоняющая сила приложена к горизонтальному участку контура имеет значение (смотри рисунок)

$$F_m = I a B \quad (2\text{балла} + 2\text{балла график})$$

Гравитационная сила состоит из двух слагаемых F_1 и F_2 приложенные к центру масс горизонтального участка рамки и двух наклонных.



$$F_1 = \rho g a \quad \text{и} \quad F_2 = 2\rho g a \quad (2\text{балла})$$

соответственно. Здесь $\rho = \frac{m}{4a}$ – линейная плотность.

Условием равновесия рамки является равенство нулю суммы моментов сил

$$F_m a \sin(\alpha) = F_1 a \cos(\alpha) + F_2 \frac{a}{2} \cos(\alpha) \quad (2\text{балла})$$

Отсюда получаем

$$I = \frac{mg}{2aB} \operatorname{ctg}(\alpha) \quad (2\text{балла})$$