

Решения задач 11 класса

Задача 1.

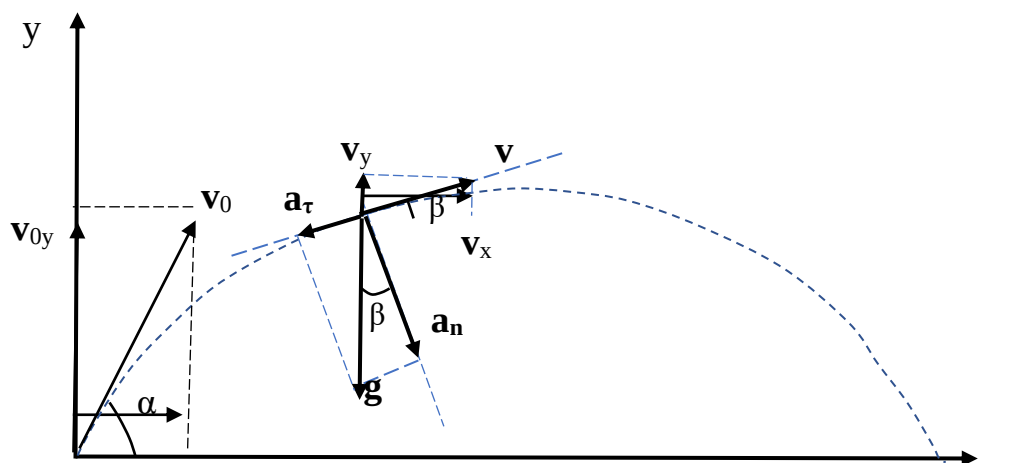
Тело (материальная точка) брошено под углом к горизонту. Ось x направлена горизонтально, а ось y – вертикально вверх. Начало координат совпадает с точкой броска. В приведенной таблице приведены результаты измерения координат x и y от времени наблюдения.

Время, с	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
Координата x , м	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4
Координата y , м	0,35	0,6	0,75	0,8	0,75	0,6	0,35	0

По результатам, приведенным в таблице определить (принять $g=10 \text{ м/с}^2$):

1. Минимальную скорость тела (ответ округлить до целых м/с):
2. Угол под которым брошено тело к горизонту (в градусах) ответ округлить до целых:
3. Начальную скорость тела (ответ округлить до целых м/с):
4. Скорость в момент времени 0,2 с (в м/с) Ответ округлить до десятых.
5. Радиус кривизны траектории в момент времени 0,2 с (м) ответ округлить до десятых.

Решение.



$$1. v_x = \text{const}, v_{x_{\min}} = v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2,4-0,3}{0,8-0,1} = 3 \text{ м/с}$$

Ответ: 3 м/с.

$$2. \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{0y}}{v_x} = \frac{4}{3} = 1,33, \text{ откуда } \alpha = 53^\circ \text{ (} t = 0,4 \text{ с – момент времени,}$$

соответствующий максимальной высоте. Тогда $v_y = 0$, или $0 = v_{0y} - gt$, откуда

$$v_{0y} = gt = 4 \text{ м/с)}$$

Ответ: 53° .

$$3. v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ м/с}$$

Ответ: 5 м/с.

$$4. v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3,6 \text{ м/с. (} t=0,2 \text{ с: } v_y = v_{0y} - gt = 2 \text{ м/с)}$$

Ответ: 3,6 м/с.

$$5. a_n = \frac{v^2}{R}, \text{ откуда } R = \frac{v^2}{a_n},$$

$$a_n = g \cos \beta$$

$$\cos\beta = \frac{v_x}{v}$$

$$R = \frac{v^3}{g v_x} = \frac{\left(\sqrt{v_x^2 + v_y^2}\right)^3}{g v_x} = \frac{3,6^3}{10 \cdot 3} = 1,6 \text{ м}$$

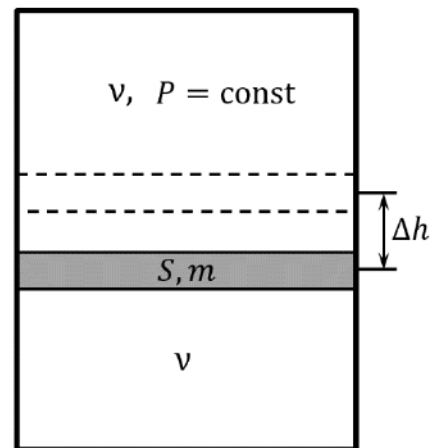
Ответ: 1,6 м/с.

Критерии оценки (10 баллов):

1)	Определена минимальная скорость ($v_{\min} = v_x$)	1
2)	Найден угол, под которым брошено тело к горизонту	1
3)	Определена начальную скорость тела	1
4)	Определена скорость в момент времени 0,2 с	1
5)	Определен радиус кривизны траектории в момент времени 0,2 с	6

Задача 2.

Герметичный цилиндр разделен на две части тяжелым подвижным поршнем массой $m = 20 \text{ кг}$ и площадью поперечного сечения $S = 0.05 \text{ м}^2$. Обе части цилиндра теплоизолированы друг от друга, каждая из них содержит одноатомный идеальный газ в количестве $\nu = 1 \text{ моль}$. Изначально система находится в равновесии. Затем, к газу под поршнем начинают медленно подводить тепло, а газ над поршнем – охлаждать таким образом, что его давление всегда остается постоянным и равным $P = 30 \text{ кПа}$. В результате, поршень сместился вверх на величину $\Delta h = 10 \text{ см}$. Трения нет. Ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ м/с}$.



1. Найти количество теплоты Q_1 , которое было отведено от газа над поршнем.

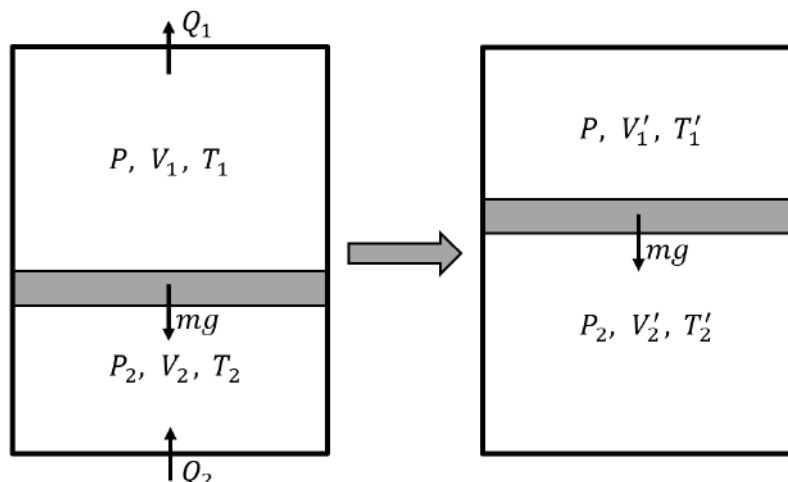
2. Найти количество теплоты Q_2 , которое было сообщено газу под поршнем.

Решение.

1) Так как давление газа над поршнем остается постоянным, он совершает изобарный процесс. Уравнения Менделеева-Клапейрона для начального и конечного состояний газа над поршнем:

$$\begin{aligned} PV_1 &= RT_1 \\ PV'_1 &= RT'_1 \end{aligned}$$

где T_1 и V_1 – начальные значения температуры и объема газа, T'_1 и V'_1 – их конечные значения.



Выполняя почленное вычитание уравнений Менделеева-Клапейрона для конечного и начального состояний газа, получаем:

$$\Delta V_1 = -S\Delta h = V'_1 - V_1 = \frac{R(T'_1 - T_1)}{P},$$

откуда $T'_1 - T_1 = -PS\Delta h/R$. Первый закон термодинамики для газа над поршнем:

$$Q_1 = \frac{3}{2}R(T'_1 - T_1) + P(V'_1 - V_1) = \frac{5}{2}R(T'_1 - T_1) = -\frac{5}{2}PS\Delta h = -375 \text{ Дж.}$$

Таким образом, от газа над поршнем было отведено количество теплоты, равное 375 Дж.

Ответ: 375 Дж.

2) Давление газа под поршнем P_2 является суммой давления газа над поршнем и давления, создаваемого весом поршня, и, следовательно, остается постоянным:

$$P_2 = P + \frac{mg}{S}.$$

Уравнения Менделеева-Клапейрона для начального и конечного состояний газа под поршнем:

$$\begin{aligned} P_2 V_2 &= RT_2 \\ P_2 V'_2 &= RT'_2 \end{aligned}$$

где T_2 и V_2 – начальные значения температуры и объема газа, T'_2 и V'_2 – их конечные значения. Изменения объемов газов равны по значению и противоположны по знаку, $\Delta V_2 = -\Delta V_1$. Выполняя почленное вычитание уравнений Менделеева-Клапейрона для конечного и начального состояний газа под поршнем, и выражая изменение температуры, получаем:

$$\Delta T_2 = \left(P + \frac{mg}{S}\right) \frac{S\Delta h}{R}.$$

Из первого закона термодинамики для газа под поршнем:

$$Q_2 = \frac{5}{2}R\Delta T_2 = \frac{5}{2}\left(P + \frac{mg}{S}\right)S\Delta h = 425 \text{ Дж.}$$

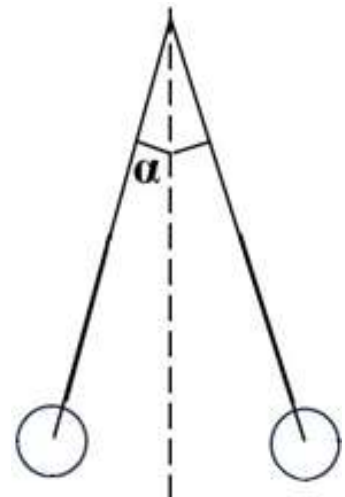
Ответ: 425 Дж.

Критерии оценки (10 баллов):

1)	Записаны уравнения Менделеева-Клапейрона для начального и конечного состояния газа над поршнем	1
2)	Записаны уравнения Менделеева-Клапейрона для начального и конечного состояния газа под поршнем	1
3)	Записано выражение для давления газа под поршнем	2
4)	Найти количество теплоты, которое было отведено от газа над поршнем	3
5)	Найдено количество теплоты, которое было сообщено газу под поршнем	3

Задача 3.

Два одинаковых шарика массой m и с зарядом q каждый, подвешены на непроводящих нитях одинаковой длины l . Шарики находятся в равновесии, и нити образуют с вертикалью одинаковый угол α из-за электростатического отталкивания. Систему сначала наблюдают в воздухе (диэлектрическая проницаемость воздуха равна $\epsilon_{\text{возд}} = 1$), а затем полностью погружают в керосин. Плотность керосина $\rho_k = 800 \text{ кг/м}^3$, а его диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 2$. При какой плотности ρ материала шариков угол расхождения нитей α останется неизменным после погружения в керосин?



Решение.

На каждый из шариков в воздухе действует сила тяжести mg , сила натяжения нити T и сила электрического отталкивания $f = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0(2l\sin\alpha)^2}$ (рис. 1). При равновесии выполняются условия:

$$T \cos \alpha = mg$$

$$T \sin \alpha = f$$

откуда

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{f}{mg}$$

При погружении шариков в керосин, добавится выталкивающая сила F , а сила электрического отталкивания уменьшится в ϵ раз (рис. 2).

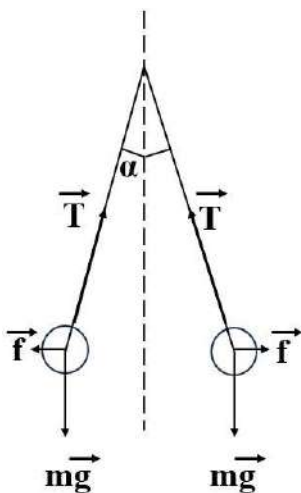


Рис. 1

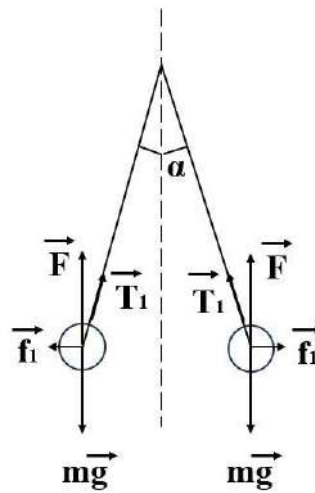


Рис. 2

Сила натяжения нити также изменится и станет равной T_1 . Условия равновесия запишутся теперь следующим образом:

$$T_1 \cos \alpha + F = mg$$

$$T_1 \sin \alpha = \frac{f}{\epsilon}$$

откуда

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{f}{\epsilon(mg - F)}$$

Поскольку по условию задачи угол должен оставаться постоянным, приравнявая выражения для тангенсов углов отклонения в воздухе и керосине, получаем:

$$\frac{1}{mg} = \frac{1}{\epsilon(mg - F)}.$$

Выразим массу шариков через их плотность и радиус: $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$. Тогда сила Архимеда равна $F = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_k g$. После подстановки полученных выражений для m и F в выведенное ранее равенство, получаем:

$$\rho = \epsilon(\rho - \rho_k),$$

откуда

$$\rho = \frac{\epsilon \rho_k}{\epsilon - 1} = 1600 \text{ кг/м}^3$$

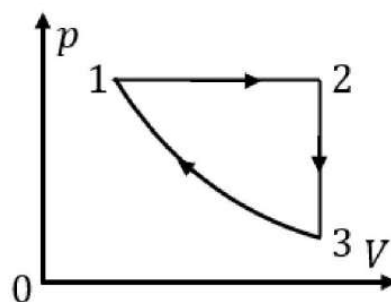
Ответ: 1600 кг/м³.

Критерии оценки (10 баллов):

1)	Найдена конечная скорость стержней	2
2)	Указано, что конечные скорости стержней одинаковы	2
3)	Найдено количество теплоты, выделившееся в проводниках	3
4)	Найден суммарный заряд, который прошел через стержень	3

Задача 4.

С двухатомным идеальным газом проведен цикл, показанный на рисунке. Участок 3-1 – адиабата. КПД цикла $\eta = 1/7$. Найти отношение работы A_{12} , совершаемой газом при изобарном расширении, к работе A_{31} , совершаемой над газом в процессе адиабатного сжатия.



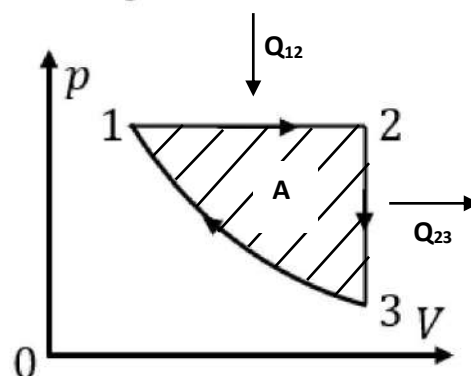
Решение.

При изобарном процессе

$$A_{12} = p_1(V_2 - V_1).$$

КПД цикла: $\eta = \frac{A}{Q_{12}},$

где A – работа газа за цикл, равная площади цикла.



Так как процесс 1-2 изобара, то для двухатомного газа:

$$Q_{12} = c_p(T_2 - T_1) = \frac{7}{2} \nu R(T_2 - T_1) = \frac{7}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

Работа на участке 3-1: $A_{31} = A_{12} - A = p_1(V_2 - V_1) - \eta Q_{12}.$

Если в выражении для Q_{12} учесть, что $p_2 = p_1$, то:

$$A_{31} = p_1(V_2 - V_1) - \frac{7}{2} \eta p_1(V_2 - V_1) = p_1(V_2 - V_1)(1 - \frac{7}{2} \eta).$$

Таким образом:

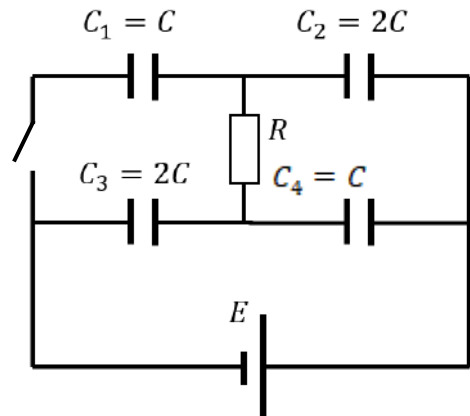
$$\frac{A_{12}}{A_{31}} = \frac{2}{2 - 7\eta} = 2 \quad \text{при } \eta = \frac{1}{7}.$$

Критерии оценки (10 баллов):

1)	Записано выражение для работы на участке 1-2	1
2)	Записано выражение для КПД цикла	1
3)	Дано объяснение, что работа за цикл определяется площадью фигуры	1
4)	Найдено выражение для количества теплоты на участке 1-2 для 2-х атомного газа	2
5)	Найдено выражение для работы газа на участке 3-1	2
6)	Получено выражение и значение для A_{12}/A_{31}	3

Задача 5.

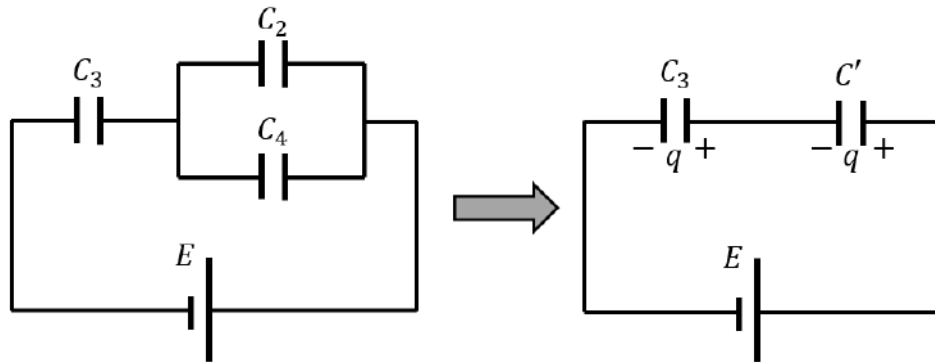
В электрической цепи, изображенной на рисунке, все элементы являются идеальными. Источник выдает напряжение $E = 15 \text{ В}$, сопротивление резистора $R = 3 \text{ Ом}$, а емкости конденсаторов соответствуют обозначенным на рисунке, где $C = 4 \text{ мкФ}$. Изначально ключ разомкнут, токи в цепи не текут, а конденсаторы заряжены. Затем ключ замыкают.



1. Найти заряд конденсатора C_3 до замыкания ключа.
2. Найти силу тока через резистор сразу после замыкания ключа.
3. Найти работу, совершенную источником после замыкания ключа.

Решение.

1) До замыкания ключа схема может быть эквивалентно представлена в виде, показанном на рисунке ниже. Конденсаторы C_2 и C_4 подключены параллельно, и могут быть заменены одним конденсатором емкостью $C' = C_2 + C_4 = 3C$. Так как в этом случае конденсаторы C_3 и C' подключены последовательно, на них скапливается одинаковый заряд q .



Согласно законам последовательного соединения, сумма напряжений на конденсаторах C_3 и C' равна ЭДС источника:

$$E = \frac{q}{2C} + \frac{q}{3C} = \frac{5q}{6C'}$$

откуда может быть найдено искомое значение заряда:

$$q = \frac{6CE}{5} = 72 \text{ мкКл.}$$

Ответ: 72 мкКл.

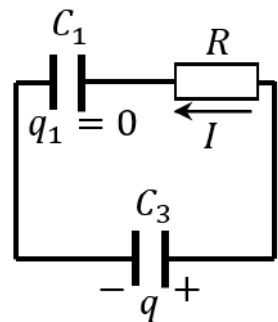
2) Сразу после замыкания ключа конденсатор C_1 все еще остается незаряженным и напряжение на нем равно $U_1 = 0 \text{ В}$. Напряжение на конденсаторе C_3 равно $U_3 = q/C_3 = 0.6E$. Если через резистор течет ток I , напряжение на нем равно $U_R = IR$. Так как конденсатор C_1 и резистор R подключены параллельно конденсатору C_3 , суммарное напряжение на них должно быть равно напряжению U_3 :

$$U_3 = U_1 + U_R.$$

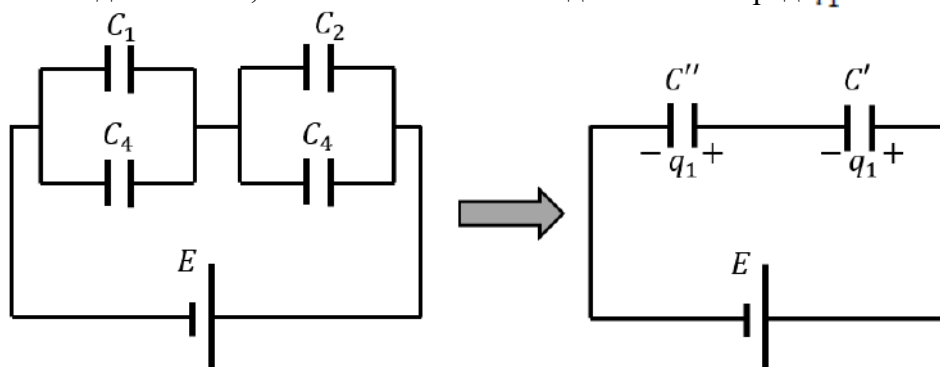
Подставляя выражения для соответствующих напряжений и выражая искомую силу тока, получаем:

$$I = 0.6 \frac{E}{R} = 3 \text{ А.}$$

Ответ: 3 А.



3) После замыкания ключа схема может быть эквивалентно представлена в виде, показанном на рисунке ниже. Конденсаторы C_1 и C_3 подключены параллельно, и могут быть заменены одним конденсатором емкостью $C'' = C_1 + C_3 = 3C = C'$. Конденсаторы C' и C'' подключены последовательно, на них скапливается одинаковый заряд q_1 .



Аналогично п. 1, получаем:

$$E = \frac{q_1}{3C} + \frac{q_1}{3C} = \frac{2q_1}{3C}, \quad q_1 = \frac{3CE}{2} = 90 \text{ мкКл.}$$

Работа источника A определена суммарным зарядом, который прошел через него после замыкания ключа:

$$A = (q_1 - q)E = 270 \text{ мкДж.}$$

Ответ: 270 мкДж.

Критерии оценки (10 баллов):

1)	Найден заряд на конденсаторе C_3 до замыкания ключа	2
2)	Указано, что конденсатор C_1 и резистор подключены параллельно конденсатору C_3	2
3)	Найдена сила тока через резистор сразу после замыкания ключа	2
4)	Определен заряд, прошедший через источник после замыкания ключа	2
5)	Найдена работа, совершенная источником после замыкания ключа	2