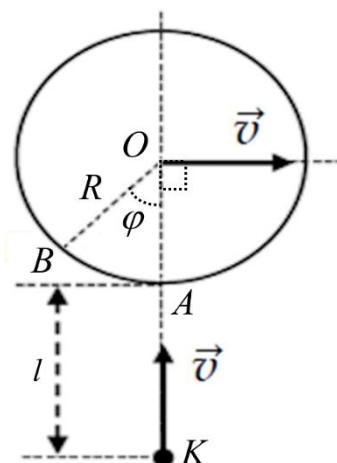
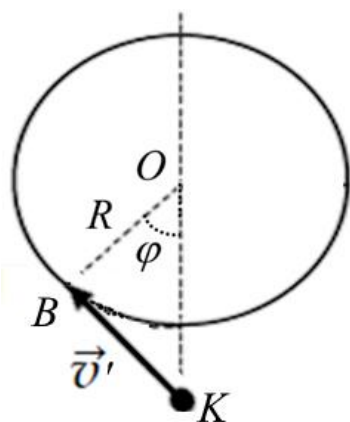


Возможные решения задач 11 класс

Задача 1. По акватории порта со скоростью v дрейфует нефтеналивная цистерна. С такой же скоростью v движется катер с заснувшим капитаном. На рисунке: R - радиус цистерны, $l = 0,4R$. Произойдет ли столкновение? Если да, то найдите угол φ определяющий место возможного удара (точка B). Если нет, то найдите минимальное расстояние между катером и цистерной. (10 баллов)



Возможное решение



1. Перейдем в систему отчета, связанную с цистерной, тогда относительно нее катер будет двигаться со скоростью $v' = \sqrt{2} \cdot v$ под углом 45° к вертикали.

2. Предположим, что столкновение в точке B произойдет, тогда конфигурация начального и конечного положения катера будет задаваться треугольником KBO , где $OK = 1,4 R$, $OB = R$, а угол $\angle OKB = \angle \alpha = 45^\circ$.

3. По теореме синусов найдем угол $\angle KBO = \angle \beta$

$$\frac{OB}{\sin \alpha} = \frac{OK}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \beta = \frac{1,4R}{R} \sin \alpha \approx 0,9899.$$

4. Откуда $\angle \beta \approx 82^\circ$, следовательно, угол $\varphi = 180 - 82 - 45 = 53^\circ$.

5. Отметим, что если бы расстояние OK было бы больше $1,42$ то $\sin \beta > 1$, тогда треугольник KBO со стороной $OB = R$ не существует (то есть в конечной конфигурации максимального сближения OB должно быть больше R) следовательно катер прошёл бы мимо цистерны.

Критерии оценивания решения:

Пункт 1 – 2 балла

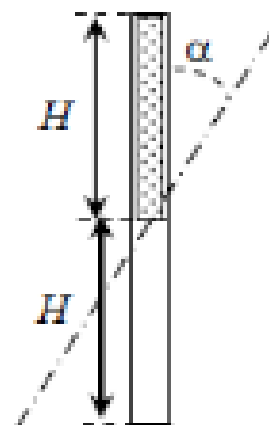
Пункт 2 – 2 балла

Теорема синусов - 3 балла

Пункт 4. – 2 балла

Пункт 5 – 1 балл

Задача 2. Нижний конец вертикальной узкой трубки длиной $2H$ (см) запаян, верхний открыт в атмосферу. В нижней половине трубки находится идеальный газ, а верхняя половина заполнена ртутью. Трубку медленно наклоняют. Определить зависимость длины столбика ртути h , находящегося в трубке, от угла наклона трубки α к вертикали. При каком угле наклона ртуть вся выльется из трубки? Капиллярными эффектами пренебречь. Атмосферное давление H см ртутного столба. Процесс считать изотермическим. (10 баллов)



Возможное решение

1. Давление газа в вертикальной трубке $P_0 = 2\rho gH$, объем $V_0 = HS$.
2. В наклоненной трубке $P_1 = \rho g(H + h \cos \alpha)$, а объем $V_1 = (2H - h)S$.
3. Из закона Бойля-Мариотта следует:

$$2H^2 = (H + h \cos \alpha)(2H - h)$$

4. Откуда $h = H(2 \cos \alpha - 1)$ (тривиальное решение не представляет для нас интереса).
5. Искомый угол находится из условия $h = 0$.

При этом $\cos \alpha = 0.5$, и $\alpha = 60^\circ$

Критерии оценивания решения:

Пункт 1. – 1 балл

Пункт 2 – 4 балла

Закон Бойля-Мариотта – 1 балл

Получено выражение для h – 2 балла

Найден искомый угол – 2 балла

Задача 3. Найти уравнение процесса (в переменных T , V), при котором молярная теплоемкость C идеального газа изменяется по закону: $C = C_v + \alpha p$, где C_v – молярная теплоемкость газа при изохорном процессе, p – давление газа, $\alpha = \text{const}$. (10 баллов)

Возможное решение

1. Из определения теплоемкости газа

$$Q = C \Delta T = C_v \Delta T + \alpha p \Delta T \quad (1)$$

2. По первому закону термодинамики $Q = \Delta U + A = C_v \Delta T + p \Delta V$ (2)

3. Сравнение (1) и (2) дает

$$\Delta V = \alpha \Delta T, \text{ или } \frac{\Delta V}{\Delta T} = \alpha = \text{const}. \quad (3)$$

4. Из соотношения (3) справедливого для любых ΔV и ΔT , следует, искомое уравнение процесса:

$$V - \alpha T = \text{const} \neq 0. \quad (4)$$

5. Константа не может быть равной нулю, т.к. в этом случае получится уравнение изобары, а молярная теплоемкость при изобарном процессе – величина постоянная. И это противоречит условию задачи.

Критерии оценивания решения:

Пункт 1. – 2 балла.

Первый закон термодинамики с расшифровкой работы и изменения внутренней энергии – 1 балл.

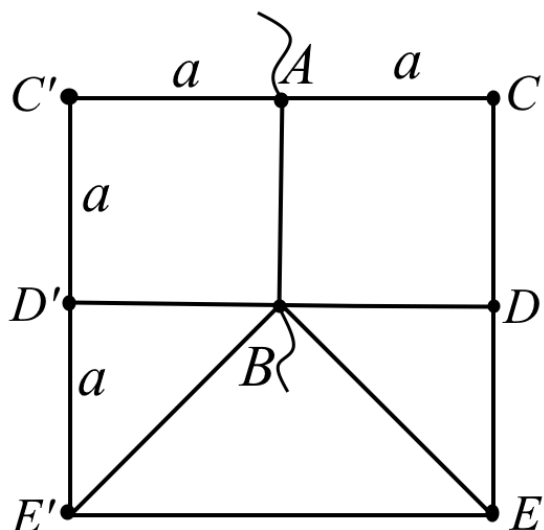
Вывод соотношения (3) – 2 балла.

Получено выражение искомого процесса – 3 балла.

Обоснование отличия от нуля константы – 2 балла.

Задача 4. Участок цепи представляет собой стальной проволоочный каркас, изображенный на рисунке. Сопротивление участка длиной a равно r . Найдите сопротивление между точками A и B . (10 баллов)

Возможное решение



1. Заметим, что предложенная схема симметрична относительно линии, проходящей через проводник AB . Следовательно, токи в соответствующих проводниках равны $I_{AC}=I_{A'C'}$, $I_{CD}=I_{C'D'}$ и т.д. И равны напряжения в симметричных точках (например, относительно т. A) $U_C=U_{C'}$, $U_D=U_{D'}$ и $U_E=U_{E'}$.

2. Если напряжения на концах проводника равны между собой, то разность потенциалов $\Delta U_{EE'}=0$ и по закону Ома ток в этом проводнике отсутствует, следовательно его можно исключить из схемы.

3. Симметрия позволяет упростить схему «складывая» ее вдоль линии AB , напряжения в точках при этом не меняются, а токи складываются. Это можно учесть через изменение сопротивления т.к.

$r = \frac{\rho l}{S}$, то при объединении проводников их длины не меняются, а площади удваиваются, следовательно $r' = r/2$.

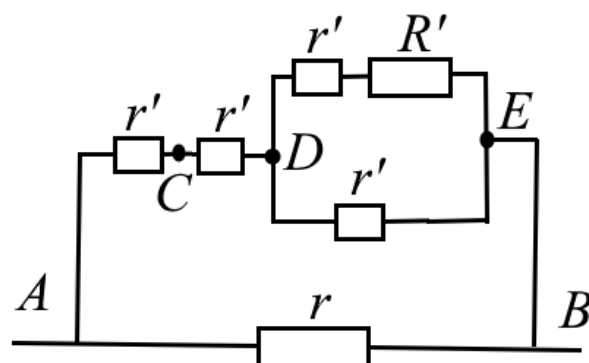
4. Сопротивление участка $R_{EB} = R_{E'B} = \sqrt{2}r$ (диагональ в квадрате), а при объединении диагоналей $R' = \sqrt{2}r/2$.

5. Эквивалентная схема цепи тогда

6. Вычисления:

$$\frac{1}{R_{DE}} = \frac{1}{r'} + \frac{1}{r' + R'} = \frac{2}{r} + \frac{2}{r + \sqrt{2} \cdot r} \Rightarrow R_{DE} = \frac{(1 + \sqrt{2})}{2(2 + \sqrt{2})} r = 0,354r.$$

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{r} + \frac{1}{2r' + R_{DE}} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r + 0,354r} \Rightarrow R_{AB} = \frac{1,354}{2,354} r = 0,575r.$$



Критерии оценивания решения:

Пункт 1 – 2 балла

Пункт 2 – 1 балл

Пункт 3 – 2 балла (решение может быть получено и при его отсутствии, тогда эти баллы назначаются за более разветвленную эквивалентную схему и соответствующие вычисления)

Пункт 4. – 1 балл

Пункт 5 – 2 балла

Пункт 6 – 2 балла

Задача 5. По горизонтально расположенным гладким рельсам с пренебрежимо малым сопротивлением могут скользить два одинаковых стержня массой m и сопротивлением единицы длины ρ каждый. Расстояние между рельсами L . Рельсы со стержнями находятся в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$. В начальный момент времени первому из покоящихся стержню сообщают скорость v_0 вдоль рельс. Какое количество теплоты выделится в стержнях за время движения? Какой заряд пройдет за это время по стержням? Считать, что оба стержня движутся параллельно друг другу и расположены всегда перпендикулярно рельсам. Самоиндукцией контура пренебречь. (10 баллов)



Возможное решение

1. ЭДС индукции, возникающая в контуре при движении стержней:

$$\varepsilon_i = (v_1 - v_2)LB \quad (1)$$

Ток в контуре

$$I = \varepsilon_i / (2\rho L) = (v_1 - v_2)LB / (2\rho L) = (v_1 - v_2)B / (2\rho) \quad (2)$$

2. Второй закон Ньютона для стержней

$$\begin{aligned} 1: \quad ma_1 &= -F_A = -IBL \\ 2: \quad ma_2 &= F_A = IBL. \end{aligned} \quad (3)$$

Значит первый стержень тормозится, а второй ускоряется.

Когда скорости стержней выровняются, ток, согласно (2) прекратится, силы Ампера обратятся в нуль. Далее стержни двигаются равномерно с одинаковыми скоростями. ЭДС в контуре не возникает. Ток отсутствует.

3. Если сложить уравнения (3), то

$$m(a_1 + a_2) = \frac{\Delta(mv_1 + mv_2)}{\Delta t} = 0.$$

Значит, полный импульс системы сохраняется.

По закону сохранения импульса

$$mv_0 = 2mv_{\text{кон}}. \quad v_{\text{кон}} = \frac{v_0}{2}.$$

4. Количество теплоты, выделившееся в проводниках

$$Q = \Delta E_{\text{кин}} = \frac{mv_0^2}{2} - 2 \frac{mv_{\text{кон}}^2}{2} = \frac{mv_0^2}{4}.$$

5. Второй закон Ньютона для второго стержня

$$ma_2 = m \frac{\Delta v_2}{\Delta t} = F_A = IBL = \frac{\Delta q}{\Delta t} BL.$$

Т.к. это соотношение выполняется для любых промежутков времени, суммируя

$$\text{получим } q = \frac{m\Delta v_2}{BL} = \frac{m(v_{2\text{кон}} - 0)}{BL} = \frac{mv_0}{2BL}.$$

Критерии оценивания решения:

Пункт 1. – 1 балл.

Пункт 2 – 2 балла.

Закон сохранения импульса.

получено выражение для установившейся скорости – 2 балла.

Получено выражение для выделившейся теплоты – 2 балла.

Найдена величина протекшего заряда – 3 балла