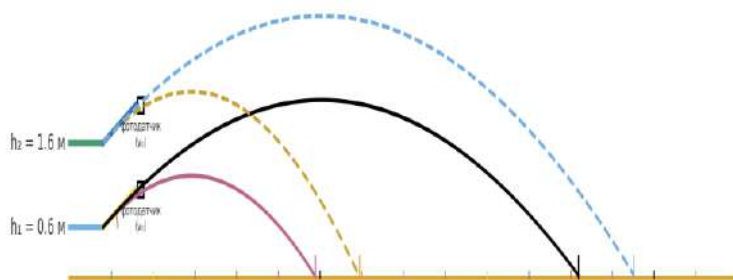


11 класс

Задача 1.

Во время учебной экскурсии в лабораторию по изучению баллистического движения учащимся одиннадцатого класса предложили провести эксперимент по исследованию зависимости максимальной



дальности полета S от начальной скорости v_0 двух одинаковых по форме, но разных по массе маленьких шариков, выпущенных строго под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту из специальной катапульты. Один шарик запускали с высоты $h_1 = 0,6$ м, а другой с высоты $h_2 = 1,6$ м. Из-за спешки в таблицу вперемешку попали данные сразу для двух шариков. Величину дальности полета иногда округляли до порядка $0,1$ м и заносили в таблицу.

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
v_0 , м/с	7,0	10,5	6,0	9,0	8,5	11,5	10,0	6,5	11,0	8,0	9,5	7,5
S , м	5,1	10,5	3,9	7,9	7,2	12,4	10,9	4,5	12,8	7,6	10,0	6,8

1. Постройте графики зависимости $S(v_0)$ для каждого шарика.
2. Укажите номера опытов для высот запуска $h_1 = 0,6$ м, и $h_2 = 1,6$ м.
3. Рассчитайте, во сколько раз различались максимальные высоты подъема шариков над полом в лаборатории?
4. Рассчитайте, на сколько процентов различались максимальные дальности полета шариков?

Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с², сопротивлением воздуха пренебречь, пол в лаборатории считать идеально ровным.

Решение:

Запишем систему уравнений описывающую поведение шарика:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} \\ y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2} \end{cases}$$

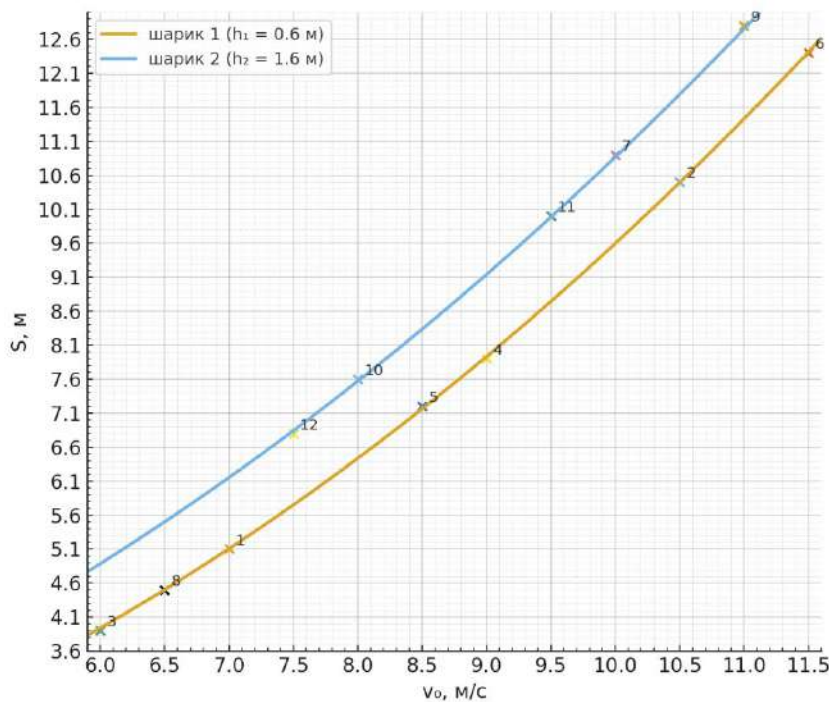
Введем условия движения шарика:

$$\begin{aligned} x=S, \quad x_0 &= 0, \quad a_x = 0, \quad v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ y=0, \quad y_0 &= h, \quad a_y = -g, \quad v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha \end{aligned}$$

Максимальная дальность полета рассчитывается по формуле:

$$S = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t, \text{ где } t \text{ — время полета шарика} \rightarrow t = \frac{S}{v_0 \cdot \cos \alpha} \quad (1)$$

$$0 = h + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \rightarrow h = \frac{gt^2}{2} - v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t \quad (2)$$



Рассмотрим 1 шарик и рассчитаем по формулам (1) и (2) время полета шарика и его максимальную высоту подъема:

т.1 из графика: $v_0 = 7,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $S=5,1 \text{ м}$

$$t_1 = \frac{5,1}{7,0 \cdot \cos 30^\circ} \approx 0,841 \text{ с}$$

$$h_1 = \frac{10 \cdot 0,841^2}{2} - 7,0 \cdot \sin 30^\circ \cdot 0,841 \approx 0,6 \text{ м}$$

Таким образом, 1 шарик запустили с высоты 0,6 м. Номера опытов для запуска с этой высоты: 3,8,1,5,4,2,6

Рассмотрим 2 шарик и рассчитаем по формулам (1) и (2) время полета шарика и его максимальную высоту подъема:

т.10 из графика: $v_0 = 8,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $S=7,6 \text{ м}$

$$t_2 = \frac{7,6}{8,0 \cdot \cos 30^\circ} \approx 1,1 \text{ с}$$

$$h_2 = \frac{10 \cdot 1,1^2}{2} - 8,0 \cdot \sin 30^\circ \cdot 1,1 \approx 1,6 \text{ м}$$

Таким образом, 2 шарик запустили с высоты 1,6 м. Номера опытов для запуска с этой высоты: 12,10,11,7,9

Решив систему уравнений (1) и (2) получим: $S = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$ — параболическую зависимость для дальности полета шарика и формулу для расчета максимальной высоты подъема шарика над полом

$$H = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} + h$$

При $\alpha=30^\circ$ и $g=10 \text{ м/с}^2$:

$$H = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 30^\circ}{2 \cdot 10} + h = \frac{v_0^2}{80} + h \quad (3)$$

Для 1 шарика при высоте броска $h=0,6 \text{ м}$, максимальная начальная скорость $v_0 = 11,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ будет в опыте № 6.

$$H_1 = \frac{v_0^2}{80} + h = \frac{11,5^2}{80} + 0,6 \approx 2,253 \text{ м}$$

Для 2 шарика при высоте броска $h=1,6 \text{ м}$, максимальная начальная скорость $v_0 = 11,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ будет в опыте № 9.

$$H_2 = \frac{v_0^2}{80} + h = \frac{11^2}{80} + 1,6 \approx 3,113 \text{ м}$$

Рассчитаем, во сколько раз различались максимальные высоты подъема шариков над полом в лаборатории:

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{3,113}{2,253} \approx 1,38 \text{ раза.}$$

Рассчитаем, на сколько процентов различались максимальные дальности полета шариков.

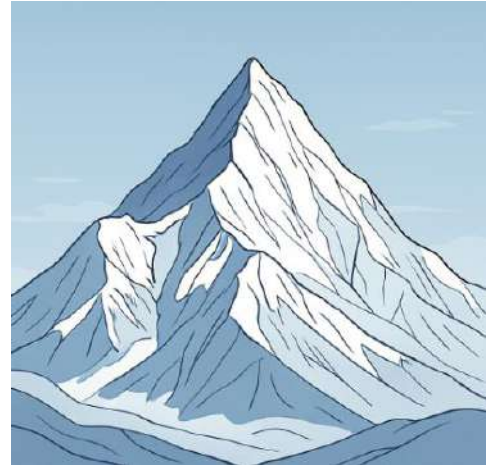
Для 1 шарика максимальная дальность полета в опыте № 6 составляет $S_1 = 12,4 \text{ м}$, а для 2 шарика в опыте № 9 составляет $S_2 = 12,8 \text{ м}$, следовательно $\frac{S_2}{S_1} = \frac{12,8}{12,4} \approx 1,03$. Таким образом, 2 шарик улетит дальше на 3%.

Критерии оценивания

Построен график зависимости $S(v_0)$. 95% точек пересечения графика построены корректно	1
График построен по всем требованиям (см. методические рекомендации по оцениванию графиков)	1
Выведена формула для времени полета шарика (1)	1
Выведена формула высоты подъёма шарика (2)	1
Записано уравнение $S = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 2\alpha}{g}$ и показано, что график функции парабола	1
Получена формула для расчета максимальной высоты подъема шарика над полом (3)	1
Определена высота запуска 1 шарика и указаны номера опытов	1
Определена высота запуска 2 шарика и указаны номера опытов	1
Рассчитано, во сколько раз различались максимальные высоты подъема шариков над полом в лаборатории ($\frac{H_2}{H_1} \approx 1,38$)	1
Рассчитано, на сколько процентов различались максимальные дальности полета шариков (2 шарик улетит дальше нам 3%)	1
ИТОГО	10

Задача 2.

Группа альпинистов поднимается к вершине восьмитысячника. На ночь они разбили лагерь и захотели себе на ужин сварить яйца вкрутую в открытом котелке (без крышки). Известно, что белок свертывается при температуре 80°C . Давление насыщенного пара воды меняется на 10% при изменении температуры на величину $2,5^\circ\text{C}$. Атмосферное давление меняется на 10% при подъеме на высоту 700 м.



На какой минимальной высоте над уровнем моря в горах альпинисты еще смогут сварить яйца в открытом котелке? Графиком зависимости высоты подъема над уровнем моря от температуры свертывания белка будут пользоваться следующие группы альпинистов. Постройте график зависимости высоты подъема над уровнем моря от температуры свертывания белка.

Решение:

Примем уровень моря за начало отсчета высоты. Тогда $p_{\text{атм}}(0) = p_0$, $p_{\text{нас}}(100^\circ\text{C}) = p_0$, $T_{\text{Б}}(0) = 100^\circ\text{C}$ – температура кипения воды.

По условию задачи, при изменении температуры на $\Delta T = 2,5^\circ\text{C}$, $p_{\text{нас}}$ меняется на 10% (умножается на 0,9 при понижении температуры). С увеличением высоты понижается и давление, и температура.

При понижении температуры от 100°C до 80°C : $\Delta T = 100 - 80 = 20^\circ\text{C}$.

При этом, число шагов $N_T = \frac{20}{2,5} = 8$. (8 раз изменяется температура на $2,5^\circ\text{C}$).

Следовательно $p_{\text{нас}}(80^\circ\text{C}) = p_0 \cdot 0,9^{N_T} = p_0 \cdot 0,9^8 \approx 0,4305 \cdot p_0$.

По условию задачи, при подъеме на $\Delta h = 700$ м атмосферное давление уменьшается на 10% (умножается на 0,9).

$$p_{\text{атм}}(h) = p_0 \cdot 0,9^{\frac{h}{700}}$$

Граничный случай (на пределе) – когда кипение воды происходит ровно при

$$80^\circ\text{C}, \text{ тогда } p_{\text{атм}}(h) = p_{\text{нас}}(80^\circ\text{C}), \text{ т. е. } p_0 \cdot 0,9^{\frac{h}{700}} = p_0 \cdot 0,9^8 \quad (1)$$

$$0,9^{\frac{h}{700}} = 0,9^8$$

$$\frac{h}{700} = 8 \rightarrow h = 8 \cdot 700 = 5600 \text{ м} = 5,6 \text{ км}$$

Для построения графика зависимости высоты подъема над уровнем моря от температуры свертывания белка решим систему уравнений:

$$\begin{cases} p_{\text{атм}}(h) = p_0 \cdot 0,9^{\frac{h}{700}} \\ p_{\text{нас}}(T) = p_0 \cdot 0,9^{\frac{100-T}{2,5}} \end{cases}$$

Приравняем $p_{\text{атм}}(h) = p_{\text{нас}}(T_{\text{Б}})$ – условие кипения в открытом сосуде.

$$p_0 \cdot 0,9^{\frac{h}{700}} = p_0 \cdot 0,9^{\frac{100-T_B}{2,5}}$$

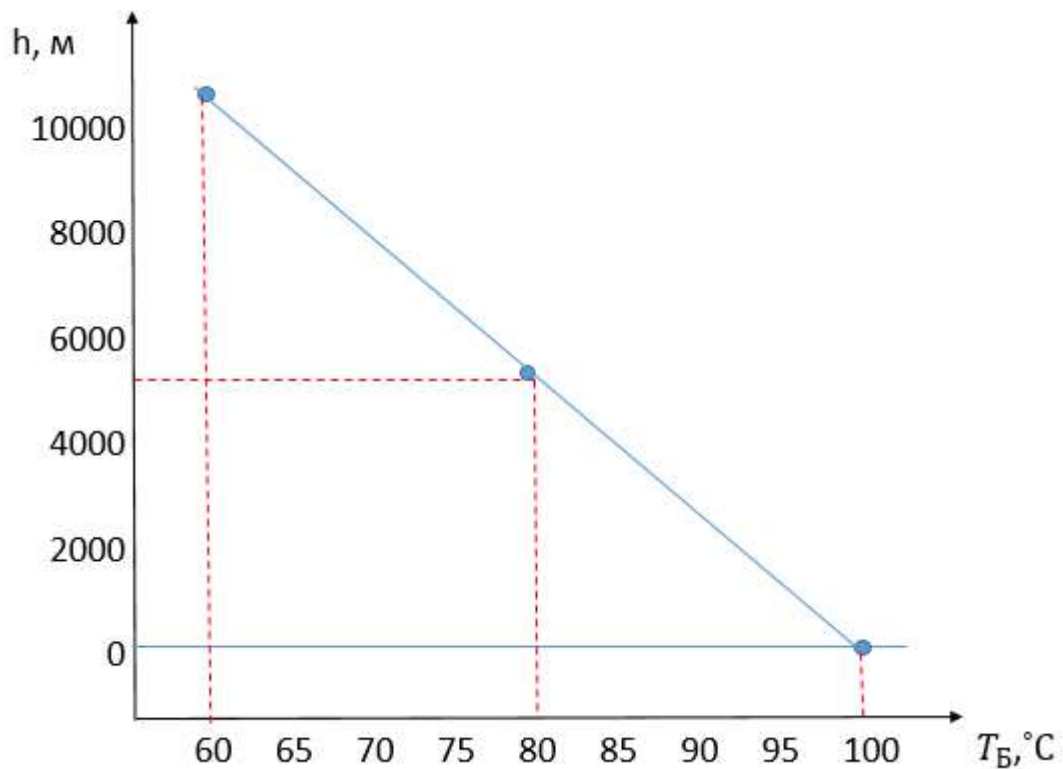
$$0,9^{\frac{h}{700}} = 0,9^{\frac{100-T_B}{2,5}}$$

$$\frac{h}{700} = \frac{100 - T_B}{2,5} \rightarrow h(T_B) = 280 \cdot (100 - T_B) \text{ м — линейная зависимость.}$$

При $T_B = 100 \text{ }^{\circ}\text{C}$ $h = 0 \text{ м}$

При $T_B = 80 \text{ }^{\circ}\text{C}$ $h = 5600 \text{ м}$

При $T_B = 60 \text{ }^{\circ}\text{C}$ $h = 11200 \text{ м}$



Критерии оценивания

Записано условие кипения в открытом сосуде $p_{\text{атм}}(h) = p_{\text{нас}}(T_B)$	1
Показано количество шагов влияющих на изменение температуры	1
Составлено уравнение (1)	2
Записано выражение для функциональной зависимости $h(T_B)$	2
Рассчитаны числовые значения высоты при различных температурах	2
Построен график зависимости $h(T_B)$	2
ИТОГО	10

Задача 3.

Известно, что под действием частиц света – фотонов, электроны покидают изолированную металлическую поверхность. Юный исследователь решил это проверить: он взял незаряженный металлический шар радиуса $R = 10$ см и начал светить на него мощным фонариком, вследствие чего из шара стали вылетать электроны, максимальная скорость которых $v_{max} = 1,9 \cdot 10^6 \frac{м}{с}$.

1. До какого заряда q юный исследователь сможет зарядить шар? (Ответ запишите в нКл и округлите до сотых). Каким по знаку он будет?
2. Найдите максимальный потенциал поверхности шара.
3. Найдите максимальную напряженность на поверхности шара.
4. Сколько электронов вылетело с поверхности шара?
5. Какая энергия запасена в поле заряженного шара?

Принять отношение модуля заряда электрона к его массе $\frac{e}{m} = 1,8 \cdot 10^{11} \frac{Кл}{кг}$, постоянную в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9 \frac{Н \cdot м^2}{Кл^2}$, заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19} Кл$.

Решение:

По мере вылета электронов шар заряжается положительно, и их дальнейший вылет тормозится его потенциалом.

Максимальный заряд получится тогда, когда максимальная кинетическая энергия электронов компенсируется работой против поля шара (закон сохранения энергии):

$$W_k = A, \text{ где } W_k = \frac{mv^2}{2}, \text{ а } A = e\varphi, \text{ тогда } \frac{mv^2}{2} = e\varphi.$$

$$\varphi = k \frac{q}{R} - \text{потенциал шара}$$

$$\frac{mv^2}{2} = e \cdot k \frac{q}{R}$$

$$q = \frac{mv^2 R}{2ke} = \frac{v^2 R}{2k \frac{e}{m}} = \frac{(1,9 \cdot 10^6)^2 \cdot 0,1}{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 1,8 \cdot 10^{11}} \approx 1,114 \cdot 10^{-10} Кл \approx 0,11 \text{ нКл}$$

Максимальный потенциал на поверхности шара:

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = e\varphi_{max} \rightarrow \varphi_{max} = \frac{mv_{max}^2}{2e} = \frac{v_{max}^2}{2 \frac{e}{m}} = \frac{(1,9 \cdot 10^6)^2}{2 \cdot 1,8 \cdot 10^{11}} \approx 10,03 \text{ В}$$

Максимальная напряженность на поверхности шара:

$$E_{max} = k \frac{q}{R^2} = \frac{\varphi_{max}}{R} \text{ так как } \varphi_{max} = k \frac{q}{R} \text{ и } q = \frac{\varphi_{max} R}{k}$$
$$E_{max} = \frac{\varphi_{max}}{R} = \frac{10,03}{0,1} \approx 100,3 \frac{В}{м}$$

Количество вылетевших электронов с поверхности шара:

$$q = N \cdot e \rightarrow N = \frac{q}{e} = \frac{1,114 \cdot 10^{-10}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 6,9 \cdot 10^8$$

Энергия поля заряженного шара:

$$W = \frac{q^2}{2C}, \quad C = \frac{R}{k}$$

Снаружи заряженного шара поле и потенциал такие же, как у точечного заряда Q, расположенного в центре шара.

$$\varphi(r) = \frac{kQ}{r} \quad \text{при } r \geq R \quad \varphi(\infty) = 0$$

Потенциал поверхности шар и всего шара эквивалентны:

$$\varphi(R) = \frac{kQ}{R} \quad C = \frac{Q}{\varphi} = \frac{Q}{\frac{kQ}{R}} = \frac{R}{k}$$

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{2 \frac{R}{k}} = \frac{(1,114 \cdot 10^{-10})^2}{2 \frac{0,1}{9 \cdot 10^9}} \approx 5,445 \cdot 10^{-10} \text{ Дж}$$

Или

$$W = \frac{kq^2}{2R} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \varphi_{\max}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{k} \cdot \varphi_{\max}^2$$

Критерии оценивания

Записан закон сохранения энергии $W_k = A$	1
Записана формула для расчета потенциала шара $\varphi = k \frac{q}{R}$	1
Выполнены математические преобразования и получено значение q с указанием знака заряда шара	2
Определен максимальный потенциал на поверхности шара	1
Определена максимальная напряженность на поверхности шара	1
Рассчитано количество вылетевших электронов с поверхности шара	1
Показано, что потенциал поверхности шар и всего шара эквивалентны	1
Рассчитана энергия запасенная в поле заряженного шара	2
ИТОГО	10

Задача 4.

В конце зарядки аккумулятора сила тока через него равна $I_1 = 4$ А. При этом разность потенциалов на его клеммах $U_1 = 12,8$ В. При разрядке того же аккумулятора током силой $I_2 = 6$ А разность потенциалов на его клеммах $U_2 = 11,1$ В.

1. Определите силу тока короткого замыкания.
2. При каком сопротивлении внешней нагрузки R мощность на ней максимальна?
3. Определите максимальную мощность на нагрузке.
4. Вычислите КПД аккумулятора при заданном токе разрядки.
5. Определите допустимый интервал токов разряда этого аккумулятора, чтобы напряжение на его клеммах не опускалось ниже 10,8 В.

Решение:

Будем считать аккумулятор источником, обладающим $\mathcal{E}$ с внутренним сопротивлением r .

Согласно закону Ома для участка цепи $I = \frac{U}{R} \rightarrow U = IR$

Согласно закону Ома для полной цепи $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \rightarrow \mathcal{E} = IR + Ir = U + Ir$

$U = \mathcal{E} - Ir$ – при разрядке аккумулятора ток из «+» полюса источника идет в нагрузку.

$U = \mathcal{E} + I_{\text{зарядки}} r$ – разряд аккумулятора (внешнее зарядное устройство должно создавать $U > \mathcal{E}$, чтобы «подать» ток в аккумулятор).

Чтобы рассчитать ток короткого замыкания $I_{\text{к.з.}} = \frac{\mathcal{E}}{r}$ при $R = 0$, решим систему:

$$\begin{cases} U_1 = \mathcal{E} + I_1 r \rightarrow \mathcal{E} = U_1 - I_1 r \\ U_2 = \mathcal{E} - I_2 r, \text{ тогда } U_2 = U_1 - I_1 r - I_2 r \end{cases}$$

$$r(I_1 + I_2) = U_1 - U_2$$

$$r = \frac{U_1 - U_2}{I_1 + I_2} = \frac{12,8 - 11,1}{4 + 6} = 0,17 \text{ Ом}$$

$$\mathcal{E} = U_1 - I_1 r = 12,8 - 4 \cdot 0,17 = 12,12 \text{ В}$$

$$I_{\text{к.з.}} = \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{12,12}{0,17} = 71,3 \text{ А}$$

Для расчета максимальной мощности на нагрузке воспользуемся законом Ома для полной цепи и формулой мощности $P = UI$, где $U = \mathcal{E} - Ir$.

$$P = I(\mathcal{E} - Ir) = \mathcal{E}I - I^2 r$$

$$P(I) = \mathcal{E}I - I^2 r$$

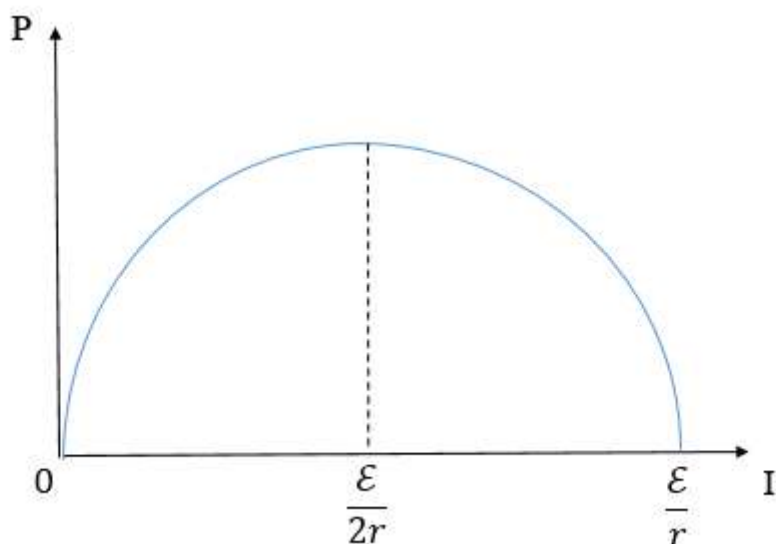
$$P'(I) = 0$$

$$(\mathcal{E}I - I^2 r)' = 0$$

$$\mathcal{E} - 2Ir = 0$$

$$I_{\text{max}} = \frac{\mathcal{E}}{2r}$$

или I_{max} определяется графически.



$$P_{max} = \varepsilon I_{max} - I_{max}^2 r = \varepsilon \cdot \frac{\varepsilon}{2r} - \left(\frac{\varepsilon}{2r}\right)^2 r = \frac{\varepsilon^2}{2r} - \frac{\varepsilon^2}{4r} = \frac{\varepsilon^2}{4r} = \frac{12,12^2}{4 \cdot 0,17} \approx 216 \text{ Вт}$$

Определим сопротивление внешней нагрузки R при которой мощность на ней максимальна. Воспользуемся законом Ома для полной цепи и формулой для I_{max} .

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \text{ и } I_{max} = \frac{\varepsilon}{2r}$$

$$\text{Приравняем токи } \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{\varepsilon}{2r} \rightarrow R+r = 2r \rightarrow R = r \rightarrow R = 0,17 \text{ Ом}$$

Вычислите КПД аккумулятора при заданном токе разрядки.

$$\eta = \frac{IU}{I\varepsilon} = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon - Ir}{\varepsilon} = 1 - \frac{Ir}{\varepsilon} = 1 - \frac{6 \cdot 0,17}{12,12} \approx 0,916 \approx 91,6\%$$

При определении допустимого интервала токов разряда для аккумулятора, чтобы напряжение на его клеммах не опускалось ниже 10,8 В учтем, что $U \geq U_{min}$ при $U_{min} = 10,8 \text{ В}$, тогда $U = \varepsilon - Ir \geq U_{min}$

$$I \leq I_{max}, \text{ где } I_{max} = \frac{\varepsilon - U_{min}}{r}, \text{ тогда } I \leq \frac{\varepsilon - U_{min}}{r} \leq \frac{12,12 - 10,8}{0,17} \approx 7,76 \text{ А}$$

$$I \in [0; 7,76] \text{ А}$$

Критерии оценивания

Записаны закон Ома для участка цепи и закон Ома для полной цепи, и на их основе получена зависимость для разрядки аккумулятора $U = \varepsilon - Ir$	1
Записана зависимость для заряда аккумулятора $U = \varepsilon + I_{зар}r$	1
Решена система уравнений и рассчитан ток короткого замыкания $I_{к.з.} = \frac{\varepsilon}{r} = 71,3 \text{ А}$	1
Записана зависимость для $I_{max} = \frac{\varepsilon}{2r}$	1
Рассчитана максимальная мощность на нагрузке $P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} = \frac{12,12^2}{4 \cdot 0,17} \approx 216 \text{ Вт}$	1

Определено сопротивление внешней нагрузки R при которой мощность на ней максимальна $R = r \rightarrow R = 0,17 \text{ Ом}$	1
Вычислено КПД аккумулятора при заданном токе разрядки по формуле $\eta = 1 - \frac{Ir}{\varepsilon} \approx 0,916 \approx 91,6\%$	1
При определении допустимого интервала токов разряда для аккумулятора показано, что $I \leq I_{max}$	1
Верно указан интервал токов $I \in [0; 7,76] \text{ А}$	1
Рассчитана максимальная величина тока при напряжении 10,8В $I \leq \frac{\varepsilon - U_{min}}{r} \approx 7,76 \text{ А}$	1
ИТОГО	10

Задача 5.

Магнитное поле, пронизывающее квадратную тонкую проводящую рамку, нормально к рамке меняется со временем по закону, график которого представлен на рисунке. Сторона рамки $a=25 \text{ см}$, сопротивление рамки $R=0,02 \text{ Ом}$. Индуктивностью контура можно пренебречь. Получите уравнение $B(t)$ представленной зависимости.

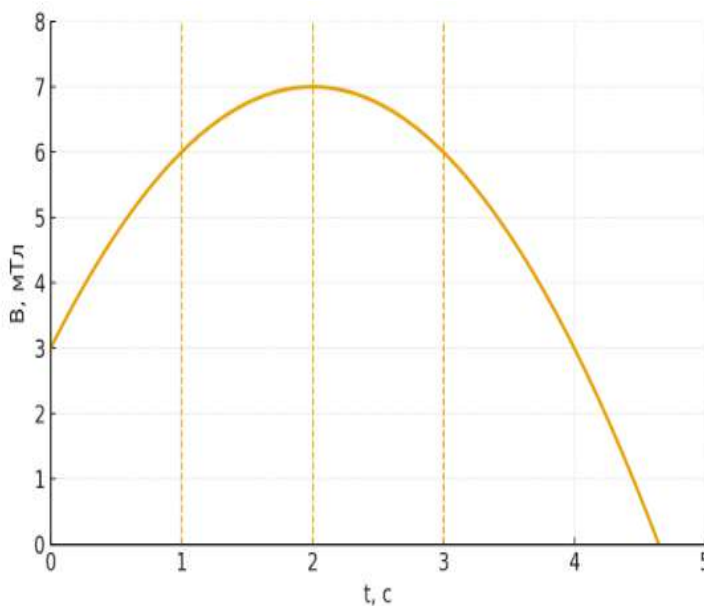
Определите величину электрического заряда, протекшего в рамке за **вторую** секунду.

Какое количество теплоты выделится в рамке за вторую секунду?

Примечание.

Если функция $f(x)$ линейна на отрезке $[x_1, x_2]$, то расчет среднего значения квадрата по отрезку осуществляется по формуле:

$$f_{cp}^2 [x_1, x_2] = (f_1^2 + f_1 f_2 + f_2^2) / 3.$$



Решение:

$B(t) = At^2 + Bt + C$ – уравнение параболы

Из графика:

$$t=0 \text{ с} \quad B(0)=3 \rightarrow C=3$$

$$t=1 \text{ с} \quad B(1)=6 \rightarrow A+B+C=6$$

$$t=2 \text{ с} \quad B(2)=7 \rightarrow 4A+2B+C=7$$

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} A+B+C=6 \\ 4A+2B+C=7 \\ C=3 \end{cases} \quad \begin{cases} A+B=3 \\ 4A+2B=4 \end{cases} \quad \begin{aligned} A &= 3 - B \\ 4(3-B) + 2B &= 4 \\ 12 - 4B + 2B &= 4 \\ -2B &= -8 \\ B &= 4 \\ A &= 3 - 4 = -1 \end{aligned}$$

Получим уравнение параболы данной в условии задачи на рисунке:

$$B(t) = -t^2 + 4t + 3$$

Площадь квадратной тонкой проводящей рамки $S = a^2 = 0,25^2 = 0,0625 \text{ м}^2$

Магнитный поток пронизывающий рамку: $\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha = B(t) \cdot S$

$$\text{Сила тока в контуре: } I = \frac{\mathcal{E}_i}{R} \quad I = \frac{q}{\Delta t} \rightarrow q = I \cdot \Delta t$$

$$\text{ЭДС индукции в контуре: } \mathcal{E}_i = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{S(B(1)-B(2))}{\Delta t}$$

Определим величину электрического заряда, протекшего в рамке за **вторую** секунду.

$$q = I \cdot \Delta t = \frac{\mathcal{E}(t)}{R} \cdot \Delta t = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \cdot \frac{1}{R} \cdot \Delta t = \frac{\Delta \Phi}{R} = \frac{S(B(1) - B(2))}{R}$$

$$q = \frac{0,0625(6 - 7)}{0,02} = -3,125 \text{ мКл}$$

Примечание для экспертов:

Знак «-» задает направление. За ответ по модулю, оценку не снижаем!

Определим количество теплоты, выделившееся в рамке за вторую секунду.

$$Q = W = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \cdot \Delta t = \frac{\Delta t}{R} \cdot \frac{\mathcal{E}_1^2 + \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_2^2}{3}$$

Примечание:

Участникам олимпиады приводить доказательства полученного выражения для количества теплоте не обязательно!

Для экспертов:

Пусть $x = \frac{t-t_1}{\Delta t} \in [0; 1]$, тогда $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_1 + (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1) \cdot x$

$$\int_0^1 [\mathcal{E}_1 + (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1) \cdot x]^2 dx = \mathcal{E}_1^2 + \mathcal{E}_1(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1) + \frac{(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)^2}{3} = \frac{\mathcal{E}_1^2 + \mathcal{E}_1\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_2^2}{3}$$

отсюда $Q = \frac{\Delta t}{R} \cdot \frac{\mathcal{E}_1^2 + \mathcal{E}_1\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_2^2}{3}$.

В задаче $B(t)$ – парабола, значит $B'(t)$ – линейная функция.

Следовательно $\mathcal{E}(t) = -S \cdot B'(t)$ – тоже линейна на любом отрезке.

Тогда $\mathcal{E}(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -S \frac{dB}{dt} = -S(-t^2 + 4t + 3)' = -S(-2t + 4) = 2tS - 4S$

$\mathcal{E}(t) = 2S(t - 2)$ мВ

$\mathcal{E}(t) = 2 \cdot 0,0625(t - 2) = 0,125(t - 2)$ мВ = $1,25 \cdot 10^{-4}(t - 2)$ В

$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}(1) = 0,125(1 - 2) = -1,25 \cdot 10^{-4}$ В = $-0,125$ мВ

$\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}(2) = 0,125(2 - 2) = 0$ В.

Тогда $Q = W = \frac{\Delta t}{R} \cdot \frac{\mathcal{E}_1^2 + \mathcal{E}_1\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_2^2}{3} = \frac{1}{0,2} \cdot \frac{(-1,25 \cdot 10^{-4})^2 + (-1,25 \cdot 10^{-4}) \cdot 0 + 0}{3} \approx$

$\approx 2,6 \cdot 10^7$ Дж $\approx 0,26$ мкДж

Критерии оценивания

Получена функциональная зависимость для параболы данной в условии задачи на рисунке $B(t) = -t^2 + 4t + 3$	2
Записан закон Фарадея (в любом виде)	1
Записана формула магнитного потока	1
Выполнены математические преобразования с основными формулами (законами) и получена формула для расчета величины электрического заряда, протекшего в рамке за вторую секунду	2
Получено значение величины электрического заряда, протекшего в рамке за вторую секунду (без учета знака)	1
Показано, что зависимость $\mathcal{E}(t)$ – линейная	1
Записана формула для расчета количества теплоты, выделившегося в рамке за вторую секунду	1
Определено количество теплоты, выделившееся в рамке за вторую секунду	1
ИТОГО	10