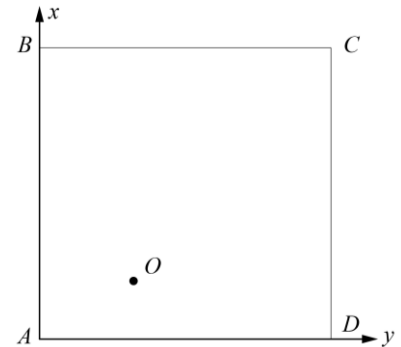


1. Непрямой путь (Кутелев К.)

Печатающая головка 3D-принтера может перемещаться внутри квадратной рабочей области $ABCD$ со стороной $L = 10$ см. Кажущееся непрерывным движение является последовательностью маленьких шагов длиной $l = 0,1$ мм, что является размером пикселя принтера. За раз головка может смещаться **либо** на один шаг вдоль стороны AB (ось x), **либо** на один шаг вдоль стороны AD (ось y). Малость шагов создаёт иллюзию, что головка перемещается с постоянной скоростью $v = 10$ мм/с.



Определите:

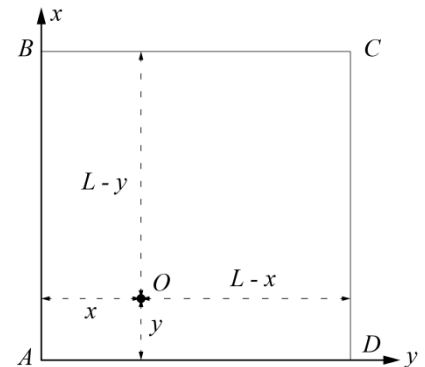
- 1) за какое минимальное время t_{AB} головка может переместиться из точки A в точку B рабочей области;
- 2) за какое минимальное время t_{AC} головка может переместиться из точки A в точку C рабочей области;
- 3) за какое минимальное время t_0 головка принтера сможет пройти через все пиксели рабочей области.

Печатающая головка принтера находится в точке O . Известно, что из точки O в точку A она может переместиться за минимальное время $t_{AO} = 5$ с, из точки O в точку D за минимальное время $t_{DO} = 7$ с.

- 4) Определите координаты точки O . Ответ запишите в см.

Возможное решение

- 1) $t_{AB} = \frac{L}{v} = 10$ с.
- 2) Перемещение по осям может происходить только поочерёдно, значит минимальный путь между точками A и C равен $2L$: $t_{AC} = \frac{2L}{v} = 20$ с.
- 3) Вдоль одной стороны рабочей области помещается $N = L/l = 1000$ пикселей, значит всего их на рабочей поверхности $N^2 = 10^6$. На проход одного пикселя тратится $t_1 = \frac{l}{v} = 0,01$ с. Все пиксели можно обойти последовательно, значит минимальной время $t_0 = \frac{l}{v} N^2 = 10^4$ с.



- 4) Перемещение по осям может происходить только поочерёдно, значит $t_{AO} = \frac{S_{AO}}{v} = \frac{x+y}{v} = 5$ с, и $t_{DO} = \frac{S_{DO}}{v} = \frac{(L-x)+y}{v} = 7$ с.

Откуда $x + y = 5$ см, $L - x + y = 7$ см $\Rightarrow x = 4$ см, $y = 1$ см.

Критерии оценивания

№	Критерий	Балл
1.1	Использован закон для равномерного движения	1
1.2	$t_{AB} = 10$ с	1
2.1	Путь между точками A и C равен $2L$	1
2.2	$t_{AC} = 20$ с.	1
3.1	Верно определено число пикселей $N^2 = 10^6$	1
3.2	Верно найдено время $t_0 = 10^4$ с	1

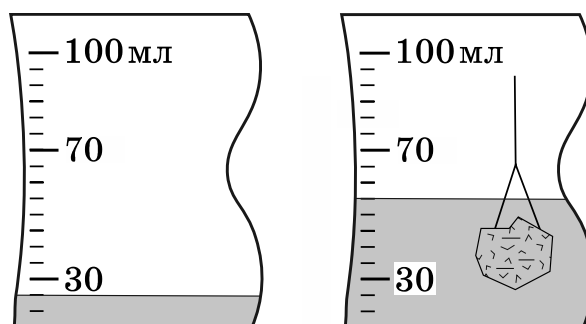
4.1	Использовано уравнение связывающее t_{AO} и координаты точки O	1
4.2	Использовано уравнение связывающее t_{DO} и координаты точки O	1
4.3	Найдено $x = 4$ см	1
4.4	Найдено $y = 1$ см	1

Примечание для жюри

Полностью правильное решение, полученное неавторским методом, оценивается полным баллом. Недопустимо снижать оценку за «неправильное» оформление или неаккуратные записи.

2. Кривой стакан (Вергунов А.)

На левом рисунке изображён мерный стакан с жидкостью до погружения в него груза. На правом рисунке – стакан после погружения в него грузика. Чему равен объём грузика?



Возможное решение

Найдём цену одного деления в интервале 0–30 мл. Интервал 30 мл разделён на 3 деления, значит

$$\Delta_1 = 30/3 = 10 \text{ мл}$$

Начальный уровень воды

$$V_{\text{нач}} = 2 \cdot \Delta_1 = 20 \text{ мл.}$$

Найдём цену одного деления в интервале 30–70 мл. Интервал $70 - 30 = 40$ мл разделён на 8 делений, значит:

$$\Delta_2 = 40/8 = 5 \text{ мл}$$

Конечный уровень воды:

$$V_{\text{кон}} = 70 - 3 \cdot \Delta_2 = 70 - 3 \cdot 5 = 55 \text{ мл.}$$

Объём погружённого груза равен объёму вытеснённой воды (разности уровней):

$$V_{\text{груза}} = V_{\text{кон}} - V_{\text{нач}} = 55 - 20 = 35 \text{ мл.}$$

Критерии оценивания

№	Критерий	Балл
1	Правильно найдена цена деления в интервале 0–30 мл	2
2	Правильно определён начальный уровень (20 мл).	2
3	Правильно найдена цена деления в интервале 30–70 мл.	2
4	Правильно определён конечный уровень.	2
5	Правильно определён объём груза.	2

Примечание для жюри

Полностью правильное решение, полученное неавторским методом, оценивается полным баллом. Недопустимо снижать оценку за «неправильное» оформление или неаккуратные записи.

3. Неуравновешенные весы (Зотов М.)

На чаши весов поставили два одинаковых сосуда. В левый насыпали до краёв гальку, а в правый – до краёв песок. Затем в левый сосуд долили до краёв воду, а в правый — керосин. После добавления жидкостей весы перешли в состояние равновесия.

В следующем опыте с теми же сосудами жидкости поменяли: в левый сосуд (с галькой) вместо воды налили керосин, а в правый (с песком) вместо керосина налили воду. После этой замены для достижения равновесия на левую чашу весов пришлось добавить груз массой 4 кг.

Если теперь из обоих сосудов полностью удалить все жидкости, оставив только гальку в левом и песок в правом, то груз какой массы и на какую чашу весов нужно будет положить, чтобы весы снова пришли в равновесие?

Плотность воды $\rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3$, плотность керосина $\rho_k = 800 \text{ кг/м}^3$, а плотность материала гальки равна плотности материала песка и равна $\rho = 2700 \text{ кг/м}^3$.

Возможное решение

Введём обозначения:

- внутренний объём сосуда V (одинаков для обоих).
- объём твёрдой фазы в левом сосуде (галька) V_g .
- объём твёрдой фазы в правом сосуде (песок) V_p .

Запишем равенство масс грузов на чашах весов для первого опыта.

$$\rho V_g + \rho_w (V - V_g) = \rho V_p + \rho_k (V - V_p) \quad (1)$$

Запишем равенство масс грузов на чашах весов для второго опыта.

$$\rho V_g + \rho_k (V - V_g) + m = \rho V_p + \rho_w (V - V_p) \quad (2)$$

Запишем равенство масс грузов без жидкостей.

$$\rho V_g + \Delta M = \rho V_p$$

Сложим (1) и (2):

$$2\rho V_g + (\rho_w + \rho_k)(V - V_g) + m = 2\rho V_p + (\rho_w + \rho_k)(V - V_p) \quad (3)$$

Преобразуем полученное выражение:

$$2\rho(V_g - V_p) + (\rho_w + \rho_k)(V - V_g - V + V_p) + m = 0$$

$$m = 2\rho(V_p - V_g) - (\rho_w + \rho_k)(V_p - V_g) = (V_p - V_g)(2\rho - (\rho_w + \rho_k))$$

$$m = (V_p - V_g)\rho \left(2 - \frac{\rho_w + \rho_k}{\rho} \right) = \Delta M \left(2 - \frac{\rho_w + \rho_k}{\rho} \right)$$

Видно, что песка больше, чем гальки, поэтому песок перевесит и добавочный груз надо ставить на левую чашу.

Ответ: $\Delta M = \frac{m}{2 \cdot \frac{\rho_w + \rho_k}{\rho}} = 3 \text{ кг}$

Критерии оценивания

№	Критерий	Балл
1	Записано, что из условия равновесия следует, что масса 2 всего, что стоит на правой чаше равна массе всего, что стоит на левой чаше (учитывая сосуды). ИНАЧЕ Без указания равенства масс сосудов сразу записано равенство масс их содержимых и дополнительных грузов.	1 0.5
2	Формула $M = \rho V$	0.5
3	Получена формула 1	1.5
4	Получена формула 2	1.5
5	Записана формула 3, описывающая равновесие чаш без жидкостей.	1.5
6	Выражена разность объемов из формул 1 и 2	1.5
7	Выражена разность объемов из формулы 3	0.5
8	Обосновано, что груз надо ставить на левую чашу.	1
9	Верно найдена масса груза (с единицами измерения) ИНАЧЕ Верное числовое значение без единиц измерения	1 0

Примечание для жюри

Полностью правильное решение, полученное неавторским методом, оценивается полным баллом. Недопустимо снижать оценку за «неправильное» оформление или неаккуратные записи.

4. Амфора (Бит-Давид Е.)

Амфора – это древний керамический сосуд, который использовался для хранения и транспортировки различных жидкостей и сыпучих продуктов. Объём амфор мог быть разным — от 5 до 50 литров.

Определите в литрах объём жидкости, заполняющий одну амфору, если в десяти одинаковых амфорах содержится 5 метрет. Один метрет содержит 5 хус и 84 котилы. В одном хусе 12 котил. В одной котиле содержится 0,27 л.

За какое время жидкость выльется из амфоры, если скорость ее вытекания равна $\mu = 8 \frac{\text{котил}}{\text{с}}$.



Возможное решение

1. Определим сколько котил содержится в 5 хусах.

$$\begin{aligned} 1 \text{ хус} &= 12 \text{ котилам} \\ 5 \text{ хус} &= 5 \times 12 \text{ котил} = 60 \text{ котил} \end{aligned}$$

2. Определим сколько котил содержится в 5 метретах.

$$1 \text{ метрет} = 5 \text{ хус} + 84 \text{ котилы} = 60 \text{ котил} + 84 \text{ котилы} = 144 \text{ котилы}$$

$$5 \text{ метрет} = 144 \text{ котилы} \times 5 = 720 \text{ котил}$$

3. Переведем полученный объем в литры

$$V = 720 \text{ котил} = 720 \times 0,27 \text{ л} = 194,4 \text{ л.}$$

4. Тогда в одной амфоре $V_1 = \frac{V}{10}$; $V_1 = 19,44 \text{ л.}$

5. Найдем объемный расход в л/с. Переведем котилы в литры.

$$8 \text{ котил} = 8 \times 0,27 \text{ л} = 2,16 \text{ л.}$$

$$\text{Следовательно, } \mu = 2,16 \text{ л/с}$$

6. Время вытекания жидкости: $t = \frac{V_1}{\mu}$, $t = 9 \text{ с.}$

Критерии оценивания

№	Критерий	Балл
1	Определено количество котил в хусах $5 \text{ хус} = 60 \text{ котил}$	1
2	Определено количество котил в метретах $5 \text{ метрет} = 144 \text{ котилы} \times 5 = 720 \text{ котил}$	2
3	Полученный объем выражен в литрах $V = 720 \text{ котил} \times 0,27 \text{ л} = 194,4 \text{ л}$	1
4	Верно определен объем жидкости, содержащийся в одной амфоре. $V_1 = 19,44 \text{ л}$	1
5	Объемный расход выражен в л/с. $\mu = 2,16 \text{ л/с}$	2
6	Записана формула для определения времени вытекания жидкости: $t = \frac{V_1}{\mu}$	2
7	Верно определено время вытекания жидкости $t = 9 \text{ с}$	1

Примечание для жюри

Полностью правильное решение, полученное неавторским методом, оценивается полным баллом. Недопустимо снижать оценку за «неправильное» оформление или неаккуратные записи.