

Ключи ответов

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 10.

В исключительных случаях допускаются оценки, кратные 0,5 балла.

Максимальный балл за всю работу – 40.

Задача 1. Уборка снега

Участок дороги первая снегоуборочная машина убирает за 2 часа. Вторая снегоуборочная машина этот же участок убирает за 1 час 20 минут. Сколько времени будут убирать этот участок две машины, если они будут двигаться навстречу друг другу с разных концов этого участка? Считать, что каждая машина во время уборки движется с постоянной скоростью.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Обозначим V_1 – скорость движения первой машины, V_2 – скорость движения второй машины, L – длина участка. Тогда, если работает только первая машина, то

$$L = V_1 \cdot t_1.$$

Если работает только вторая машина, то

$$L = V_2 \cdot t_2.$$

Из записанных отношений находим скорости движения машин

$$V_1 = \frac{L}{t_1};$$

$$V_2 = \frac{L}{t_2}.$$

Если работают обе машины, одновременно начиная движение с концов участка, то

$$L = (V_1 + V_2) \cdot t.$$

Подставив в последнее уравнение скорости, проведя небольшие математические преобразования, получим ответ

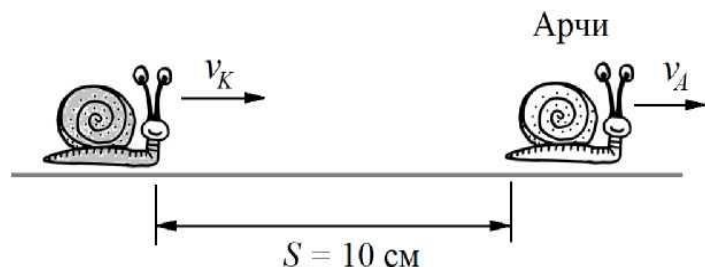
$$t = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2};$$

Критерии проверки:

1	Записаны выражения, связывающие скорости движения машин, длину участка и время уборки	2 балла
2	Записано аналогичное выражение для одновременной уборки обеих машин	2 балла
3	Проделаны математические преобразования, найдено время уборки при работе двух машин	до 4 баллов
4	Получен верный числовой ответ	2 балла

Задача 2. Соревнования улиток

На соревнованиях по бегу улитка Арчи преодолела дистанцию в 33 см за 140 секунд. А китайский ее сородич расстояние в 1 чунь пополз за 0,4 цзы. Определите:



- скорости движения Арчи v_A и улитки из Китая v_K в км/ч;
 - если этих двух улиток разместить на одной гоночной трассе, таким образом, как показано на рисунке, то как скоро они встретятся?
- На каком расстоянии от места старта Арчи произойдет встреча?

Известно, что 1 чунь составляет 33 - см, а 1 цзы - 5 минут.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Определим скорость Арчи

$$v_A = \frac{33}{140} \text{ см/с} = 0,24 \text{ см/с} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ м/с} = 8,6 \cdot 10^{-3} \text{ км/ч.}$$

Определим скорость улитки из Китая

$$v_K = 2,5 \text{ чунь/цзы} = \frac{2,5 \cdot 33 \frac{1}{3}}{5} \text{ см/мин} = 0,28 \frac{\text{см}}{\text{с}} \\ = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ м/с} = 10,1 \cdot 10^{-3} \text{ км/ч.}$$

Определим за какое время улитка из Китая догонит Арчи. За то время t , пока Арчи «пробежит» расстояние

$$v_A t$$

«китайскому» ползуну нужно преодолеть большее расстояние, равное

$$L + v_A t.$$

Поэтому

$$L + v_A t = v_K t.$$

Определим t

$$t = \frac{L}{v_K - v_A}; \quad t = \frac{10 \text{ см}}{(0,28 - 0,24) \frac{\text{см}}{\text{с}}} = 250 \text{ (с)}.$$

Расстояние от места старта Арчи до точки, в которой его догонит улитка из Китая, равно

$$S = v_A t; \quad S = 0,24 \cdot 250 = 60 \text{ (см)}.$$

Критерии проверки

№	Содержание	Балл
2.1.	Определена скорость Арчи $v_A = \frac{33}{140} \text{ см/с} = 0,24 \text{ см/с} = 8,6 \cdot 10^{-3} \text{ км/ч.}$	1
2.2.	Определена скорость улитки из Китая	3

	$v_K = 2,5 \text{ чунь/цзы} = \frac{2,5 \cdot 33 \frac{1}{3}}{5} \text{ см/мин} = 0,28 \frac{\text{см}}{\text{с}} \\ = 10,1 \cdot 10^{-3} \text{ км/ч.}$	
--	--	--

2.3.	Записано выражение $L + v_A t = v_K t$	2
2.4.	Получено выражение $t = \frac{L}{v_K - v_A}$	1
2.5.	Получен числовой ответ $t = \frac{10 \text{ см}}{(0,28 - 0,24) \frac{\text{см}}{\text{с}}} = 250 \text{ (с)}$	1
2.6.	Для расстояние от места старта Арчи до места встречи записано $S = v_A t$	1
2.7.	Получен числовой ответ $S = 0,24 \cdot 250 = 60 \text{ (см)}$	1

Примечание:

Участник может решать задачу не в общем виде. В этом случае следует проверять расчёты и числовые значения. Если все ответы верны, то выставляется полный балл. Если какой-то ответ не верен, то снимается балл за него.

Задача 3. Перелёт

Самолет из города Е вылетает в 9.00, а приземляется в городе N в 9.35. При обратном перелёте самолет из города N вылетает в 16.25, а приземляется в городе Е в 23.00. Время вылета и посадки указывается местное. Считая, что время полёта туда и обратно одинаково, найдите время полета и разницу времен между городом Е и N.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Введём обозначения: T – время полёта (по условию задачи они одинаково при движении вперед и обратно), τ – разница времен между городами.

Проанализировав условие задачи, сделаем вывод, что когда в Е на часах время t , то в городе N на часах время $t - \tau$.

Тогда для перелета из Е в N имеем

$$T = t_2 - t_1 + \tau.$$

Для обратного перелета

$$T = t_4 - t_3 - \tau.$$

Здесь t_1 – время вылета из Е, t_2 – время прилёта в N, t_3 – время вылета из N, t_4 – время прилёта в Е.

По условию задачи

$$t_2 - t_1 = 35 \text{ мин};$$

$$t_4 - t_3 = 6 \text{ ч } 35 \text{ мин.}$$

Из записанных соотношений находим время полета

$$T = 3 \text{ ч } 35 \text{ мин}$$

и разницу времени между городами

$$\tau = 3 \text{ ч.}$$

Критерии проверки:

1	Записано время перелета из Е в N через t_1, t_2 и	3 балла
2	Записано время перелета из N в Е t_3, t_4	3 балла
3	Определено время полета T	2 балла
4	Определена разница времен между городами <i>если не указано, что в N время меньше, то ставится 1 балл</i>	До 2 баллов 1 балл

Задача 4. Заполнение водой

В стакан с площадью поперечного сечения S_0 поступает вода с массовым расходом 10 г/с. В стакане на дне плотно стоит тело в форме прямоугольного параллелепипеда. На рисунке представлен график зависимости уровня жидкости h в стакане от времени t .



Определите:

- какой объем воды поступает в стакан за 1 секунду;
- высоту стакана H_0 ;
- высоту тела H ;
- площадь поперечного сечения стакана S_0 ;
- площадь поперечного сечения тела S .

Примечание: объем цилиндра равен произведению площади поперечного сечения на высоту. Плотность воды равна 1000 кг/м^3 .

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Слово «стакан» в решении заменено на слово «сосуд».

На графике видим две точки излома: в момент времени $t_1 = 8$ с при высоте уровня воды 20 см и в момент времени $t_2 = 28$ с при высоте уровня воды 30 см. Следовательно, высота сосуда равна $H_0 = 30$ см, а высота тела $H = 20$ см.

В единицу времени (за 1 секунду) в сосуд поступает объем воды v , равный

$$v = \frac{\mu}{\rho}; \quad v = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{1000} = 10^{-5} \text{ (м}^3/\text{с)} = 10 \text{ (см}^3/\text{с)}.$$

Понятно, что первые 8 секунд заполняется нижняя часть сосуда, часть объема которой занимает тело, стоящее на дне, поэтому заполнение идет быстрее. А с 8ой секунды по 28ую секунду заполняется верхняя часть объема сосуда, высота которой равна 10 см.

За 20 секунд в сосуд поступает объем воды, равный

$$V_2 = v \cdot t_2; \quad V_2 = 10 \cdot 20 = 200 \text{ см}^3.$$

Так как высота этой части сосуда равна $h_2 = 10$ см, то площадь поперечного сечения сосуда равна

$$S_0 = \frac{V_2}{h_2}; \quad S_0 = \frac{200}{10} = 20 \text{ см}^2.$$

За первые 8 секунд в сосуд поступит объем воды, равный

$$V_1 = v \cdot t_1; \quad V_1 = 10 \cdot 8 = 80 \text{ см}^3.$$

Так как объем нижней части сосуда высотой $H = 20$ см равен

$$V_{\text{ниж}} = 20 \cdot 20 = 400 \text{ см}^3.$$

Из них $V_1 = 80 \text{ см}^3$ занимает вода, следовательно, объем тела равен

$$V = V_{\text{ниж}} - V_1; \quad V_0 = 400 - 80 = 320 \text{ см}^3.$$

Так как высота тела равна $H = 20$ см, то площадь поперечного сечения равна

$$S = \frac{V}{H}; \quad S = \frac{320}{20} = 16 \text{ см}^2.$$

Критерии проверки

№	Содержание	Балл
4.1.	Отмечено, что вторая точка излома графика соответствует началу выливания жидкости из стакана	0,5
4.2.	По второй точке излома графика найдена высота сосуда равна $H_0 = 30$ см	0,5
4.3.	Отмечено, что первая точка излома означает, что уровень жидкости совпадает с высотой тела	0,5
4.4.	По первой точке излома найдена высота тела $H = 20$ см	0,5
4.5.	Записано выражение для объемного расхода $v = \frac{\mu}{\rho}$	0,5
4.6.	Найдено числовое значение объемного расхода $v = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{1000} = 10^{-5} \text{ (м}^3/\text{с)} = 10 \text{ (см}^3/\text{с)}$	1
4.7.	Указано, что от 8 до 20 с что заполняется верхняя часть сосуда без тела	0,5

4.8.	Определено, что за 20 секунд в сосуд поступает объём воды, равный $V_2 = v \cdot t_2; V_2 = 10 \cdot 20 = 200 \text{ см}^3$	1
4.9.	Определена площадь поперечного сечения сосуда $S_0 = \frac{V_2}{h_2}; S_0 = \frac{200}{10} = 20 \text{ см}^2$	1
4.10.	Определено, что за 8 секунд в сосуд поступает объём воды, равный $V_1 = v \cdot t_1; V_1 = 10 \cdot 8 = 80 \text{ см}^3$	1
4.11.	Посчитан объём нижней части сосуда $V_{\text{ниж}} = 20 \cdot 20 = 400 \text{ см}^3$	1
4.12.	Определен объём тела $V = V_{\text{ниж}} - V_1; V_0 = 400 - 80 = 320 \text{ см}^3$	1
4.13.	Найдена площадь поперечного сечения тела $S = \frac{V}{H}; S = \frac{320}{20} = 16 \text{ см}^2$	1