

7 класс. Решения и критерии

7-1. Два мотоциклиста одновременно выехали из Вологды в Череповец (136 км по автотрассе). Первый мотоциклист первую половину пути ехал со скоростью 120 км/ч, а вторую со скоростью 80 км/ч. Второй мотоциклист первую половину времени ехал со скоростью 120 км/ч, а вторую – 80 км/ч. Какой мотоциклист доедет до Череповца быстрее и насколько?

Решение

Время движения первого мотоциклиста:

$$t_1 = \frac{\frac{S}{2}}{120} + \frac{\frac{S}{2}}{80} = \frac{\frac{S}{2}}{48} = \frac{S}{96}. \quad (1)$$

Время движения второго мотоциклиста найдем следующим образом:

$$S = 120 \cdot \frac{t_2}{2} + 80 \cdot \frac{t_2}{2} = (120 + 80) \cdot \frac{t_2}{2} = 100t_2$$
$$t_2 = \frac{S}{100}. \quad (2)$$

Сравнивая выражения (1) и (2), видно, что $t_1 > t_2$. Следовательно, второй мотоциклист приедет в Череповец раньше первого на 3,4 минуты.

Ответ: второй мотоциклист приедет в Череповец раньше первого на 3,4 минуты.

Критерии оценивания

№ п/п	Содержание критерия	Балл
1	Записана формула для времени движения первого мотоциклиста	3
2	Записана формула для времени движения второго мотоциклиста	3
3	Сделан вывод, кто приедет раньше в Череповец	2
4	Посчитано насколько раньше второй приедет в Череповец	2
	ИТОГО:	10

7-2. В швейном ателье мастер Виолетта Сергеевна и ученица Полина собирали манекенов для моделирования одежды. Ученица собрала свой манекен таким образом, что объём тела (без головы) в двадцать раз больше объёма головы, а плотность головы в пять раз больше плотности оставшейся части тела. Мастер собрала манекен так, что объём тела (без головы) в двадцать раз больше объёма головы, но плотность головы в пятьдесят раз больше плотности оставшейся части тела. Во сколько раз плотность манекена мастера больше плотности манекена ученицы?

Решение

Запишем формулу для определения плотности тела. В случае манекена Виолетты Сергеевны (мастера):

$$\rho_{\text{в}} = \frac{m_{\text{т}} + m_{\text{г}}}{V_{\text{т}} + V_{\text{г}}} = \frac{\rho_{\text{т}} 20V_{\text{г}} + 50\rho_{\text{т}} V_{\text{г}}}{21V_{\text{г}}} = \frac{70}{21} \rho_{\text{т}}. \quad (1)$$

Для манекена Полины (ученицы):

$$\rho_{\text{п}} = \frac{m_{\text{т}} + m_{\text{г}}}{V_{\text{т}} + V_{\text{г}}} = \frac{\rho_{\text{т}} 20V_{\text{г}} + 5\rho_{\text{т}} V_{\text{г}}}{21V_{\text{г}}} = \frac{25}{21} \rho_{\text{т}}. \quad (2)$$

Окончательно найдём:

$$\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{п}}} = \frac{70}{25} = 2,8$$

Ответ: 2,8

Критерии оценивания

№ п/п	Содержание критерия	Балл
1	Записана формула для определения плотности манекена мастера	2
2	Плотность приведена к плотности тела	2
3	Записана формула для определения плотности манекена мастера	2
4	Плотность приведена к плотности тела	2
5	Получен правильный ответ	2
	ИТОГО:	10

7-3. Слесарю надо измерить линейкой толщину листовой стали двух видов. В первый раз слесарь сложил $N_1 = 5$ листов стали первого вида и один лист стали второго вида, их общая толщина оказалась равна $d_1 = 7$ мм. Затем он измерил толщину $N_2 = 10$ листов стали первого вида и трех листов стали второго вида. В этот раз толщина стопки оказалась равной $d_2 = 16$ мм. Определите толщину одного стали первого и второго вида, а также рассчитайте во сколько раз лист стали одного вида толще листа стали другого вида.

Решение

Измеренная толщина складывается из толщины стопки листов стали обоих видов. Тогда можно выразить:

$$d_1 = N_1 \cdot d + n_1 \cdot D \quad (1),$$

где d – толщина одного листа стали первого вида, N_1 – их количество в первом случае, D – толщина листа стали второго вида, n_1 – их количество в первом случае. Соответственно для второго случая:

$$d_2 = N_2 \cdot d + n_2 \cdot D \quad (2),$$

Подставим данные, получим два уравнения:

$$\begin{cases} 7 = 5 \cdot d + 1 \cdot D & (3), \\ 16 = 10 \cdot d + 3 \cdot D & (4), \end{cases}$$

Вычитая (4) из (5), получаем соотношение:

$$D = \frac{9 - 5d}{2} \quad (5);$$

Подставляя в уравнение (4), получаем

$$7 = 5 \cdot d + \frac{9 - 5d}{2} \Rightarrow d = 1 \quad (6),$$

или $d = 1$ мм (7).

Найдем толщину листа стали второго вида:

$$D = \frac{9 - 5 \cdot 1}{2} = 2 \text{ мм} \quad (8).$$

Найдем отношение D/d :

$$\frac{D}{d} = \frac{2 \text{ мм}}{1 \text{ мм}} = 2 \quad (9)$$

Критерии оценивания

№ п/п	Содержание критерия	Балл
----------	---------------------	------

1	Записано, что измеренная толщина складывается из толщины стопки листов стали обоих видов	2
2	Записаны выражения (1) и (2)	2
3	Найдена толщина листа стали первого вида	2
4	Найдена толщина листа стали второго вида	2
5	Найдено отношение	2
	ИТОГО:	10

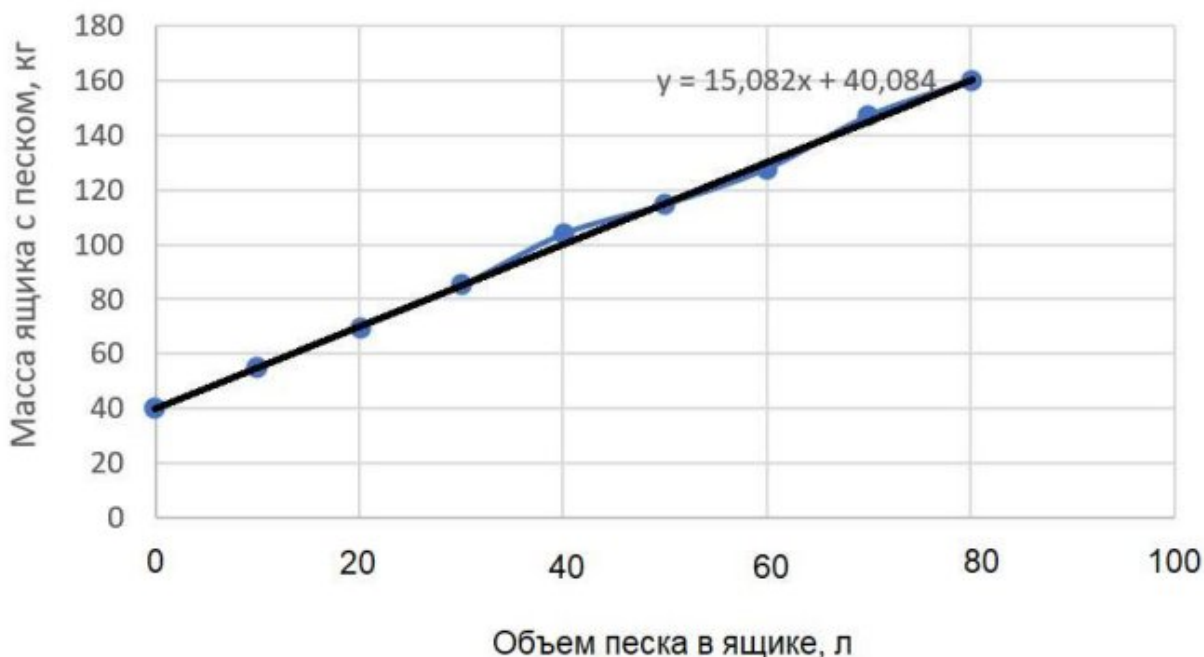
7-4. В детском саду решили сделать новую песочницу, для чего требовалось закупить много песка. Перед оплатой песка у поставщика комиссия решила проверить, насколько песок соответствует требованиям. Рабочий поставил ящик некоторой массы на весы и стал заполнять его песком, добавляя каждый раз по одному ведру песка. Объем ведра 10 литров. Ниже представлена таблица с данными о массе ящика с песком на весах и количестве ведер песка, насыпанных в него.

М, кг	54,8	69,7	85,0	103,9	114,8	127,9	147,3	160,3
N, ведер	1	2	3	4	5	6	7	8

- 1) Построить график зависимости массы ящика от объёма насыпанного песка.
- 2) Определите по графику массу пустого ящика.
- 3) С помощью графика найдите плотность песка.

Решение

Построим график.



Продлим построенную прямую до пересечения с вертикальной осью. В момент, соответствующий точке пересечения, в ящике не было песка, поэтому полученная масса – это масса пустого ящика и она равна 40 кг (см. график).

Найдем угловой коэффициент графика, чтобы определить плотность песка (2 балла). Возьмем на построенной прямой две точки, значения в которых удобны для нахождения углового коэффициента. Это, например, точка (40, 0) и точка (160, 80). Тогда плотность песка: $\rho = (160 - 40)/(80 - 0) = 1,5 \text{ кг/л} = 1,5 \text{ г/см}^3$.

Критерии оценивания

График оценивается в 4 балла

Найдена масса пустого ящика 40 кг (2 балла, если получено значение 38-42 кг; если масса пустого ящика находится через данные таблицы и расчеты, то при попадании в указанные ворота ставится 1 балл)

Найден угловой коэффициент графика 2 балла

Найдена плотность песка (2 балла, если попадание в диапазон $1,4 \text{ г/см}^3 - 1,6 \text{ г/см}^3$ (узкие ворота); или 1 балл за попадание в широкие ворота от $1,2 \text{ г/см}^3 - 1,8 \text{ г/см}^3$). Если плотность песка найдена не с помощью графика, а с помощью данных в таблице, то за этот этап ставится 1 балл в случае попадания в узкие ворота и 0,5 балла в случае попадания в широкие ворота.