

Задача1. (10 баллов)

Три кота — Карамелька, Коржик и Компот — играют в «кошки-мышки». Карамелька — «мышка». Коржик и Компот находятся в начале на расстоянии $L_0 = 10$ м друг от друга и начинают одновременно сходитьсь со скоростью $v_k = 0,5$ м/с каждый. Карамелька в начальный момент находится на расстоянии $0,5$ м от Коржика и бежит между ними со скоростью $v_m = 2$ м/с, мгновенно разворачиваясь в $0,5$ м от кота. Игра заканчивается, когда расстояние между Коржиком и Компотом станет 1 м.

1. Какое суммарное расстояние пробежит Карамелька за время игры?
2. Сколько времени длится первый "пробег" от Коржика к Компоту и обратно?

Возможное решение

1. «Коты» сближаются с суммарной скоростью:

$$V_{\text{сближ}} = 0,5 + 0,5 = 1 \text{ м/с.}$$

Им нужно преодолеть расстояние:

$$S_{\text{сближ}} = 10 - 1 = 9 \text{ м.}$$

Время до окончания игры:

$$T = \frac{9}{1} = 9 \text{ с.}$$

Расчёт пути:

Карамелька бежит без остановок со скоростью $v_m = 2$ м/с в течение всего времени T .

$$S = v_m \cdot T = 2 \cdot 9 = 18 \text{ м.}$$

Расстояние между «котами»: $L_0 = 10$ м.

- «Мышь» у Коржика (в $0,5$ м от него), значит, до Компота: $10 - 0,5 = 9,5$ м.
2. **Первый пробег (к Компоту):**

Относительная скорость мыши и Компота: $v_m + v_k = 2 + 0,5 = 2,5$ м/с.

Время до встречи с Компотом (на расстоянии $0,5$ м):

$$t_1 = \frac{9,5 - 0,5}{2,5} = \frac{9}{2,5} = 3,6 \text{ с.}$$

За это время расстояние между котами сократилось на $2v_k \cdot t_1 = 1 \cdot 3,6 = 3,6$ м.

Новое расстояние между котами: $L_1 = 10 - 3,6 = 6,4$ м.

Пробег обратно (к Коржику):

Теперь «мышь» у Компота (в $0,5$ м от него), до Коржика: $6,4 - 0,5 = 5,9$ м.

Относительная скорость мыши и Коржика: $2 + 0,5 = 2,5$ м/с.

Время до встречи с Коржиком:

$$t_2 = \frac{5,9 - 0,5}{2,5} = \frac{5,4}{2,5} = 2,16 \text{ с.}$$

Общее время первого "пробега" туда-обратно:

$$T_{\text{туда-обратно}} = t_1 + t_2 = 3,6 + 2,16 = 5,76 \text{ с.}$$

Критерий для Вопроса 1	Балл
Правильно определена суммарная скорость сближения котов: 1 м/с.	1
Верно найдено расстояние для сближения: 9 м.	1
Правильно вычислено общее время игры: 9 с.	1
Обосновано, что путь мыши = её скорость × время игры.	1
Получен верный ответ: 18 м.	1
Критерий для Вопроса 2	Балл
Учтено начальное положение мыши (расстояние до Компота 9,5 м).	1
Правильно вычислено время первого пробега к Компоту (3,6 с) с учётом относительной скорости.	1
Верно найдено новое расстояние между котами после первого пробега (6,4 м).	1
Правильно вычислено время пробега обратно к Коржику (2,16 с).	1
Получен верный суммарный ответ: 5,76 с.	1

Задача 2. (10 баллов)

БелАЗ после погрузки стартовал из состояния покоя и двигался равноускоренно, пока не достиг скорости 40 км/ч. Далее он двигался равномерно с этой скоростью до дробильной фабрики. Средняя скорость на всём пути составила 36 км/ч. Какую часть времени движения БелАЗ двигался равноускоренно?

Возможное решение:

1. Обозначим полное время движения T , время равноускоренного движения t . Введем ускорение a , тогда максимальная скорость равна $v = at$.
2. Полный пройденный путь будет $S = \frac{at^2}{2} + v(T - t) = at \left(T - \frac{t}{2} \right)$
3. Средняя скорость движения автомобиля $u = \frac{S}{T}$
4. Удобно написать отношение $\frac{u}{v} = \frac{\left(T - \frac{t}{2} \right)}{T} = 1 - \frac{t}{2T}$ откуда вычисляется искомая величина.

Ответ:

$$\frac{t}{T} = 2 \left(1 - \frac{u}{v} \right) = 2 \left(1 - \frac{36}{40} \right) = \frac{1}{5} \text{ часть.}$$

Критерии проверки:

Этапы решения	Соотношения	Балл
1. Определение максимальной скорости	$v = at$	1
2. Определение полного пройденного пути	$S = \frac{at^2}{2} + v(T - t) = at \left(T - \frac{t}{2} \right)$	3
3. Определение средней скорости	$u = \frac{S}{T}$	1
4. Определение отношения средней скорости к максимальной скорости	$\frac{u}{V} = \frac{\left(T - \frac{t}{2} \right)}{T} = 1 - \frac{t}{2T}$	3
5. Получение ответа	$\frac{t}{T} = 2 \left(1 - \frac{u}{V} \right) = 2 \left(1 - \frac{36}{40} \right) = \frac{1}{5}$ часть	2

Задача 3. (10 баллов)

Если на складе холодного хранения находится один баллон с гелием, то система охлаждения в установленном режиме включается через каждые $\tau_1 = 3$ часа. Если разместить 15 баллонов с гелием, то в установившемся режиме холодильная установка будет включаться через каждые $\tau_2 = 10$ часов. Как часто будет включаться система в пустом складе? Температуру в смежном помещении и заданную температуру внутри склада можно считать мало меняющимися.

Указание. Регулятор задаёт температуру внутри склада t_0 в небольшом интервале $t_0 \pm \Delta t/2$. Когда температура внутри становится равной $t_0 + \Delta t/2$, холодильная установка включается, а когда она снижается до $t_0 - \Delta t/2$, установка выключается. Считайте, что мощность подводимого тепла пропорциональна разности температур со смежным помещением и во всём интервале внутренних температур $t_0 \pm \Delta t/2$ постоянна.

Возможное решение:

Указано (или явно подразумевается), что мощность потока тепла P постоянна, а интервал температур Δt фиксирован. Время работы цикла τ определяется тепловой инерцией (теплоёмкостью системы), которая равна $C_{\text{полн}}\Delta t$. 16

Пусть C_0 — теплоёмкость пустого холодильника, а C — теплоёмкость баллона с гелием, τ_3 — искомое время, n — количество баллонов.

Тогда:

$$P\tau_1 = (C + C_0)\Delta t \quad 2 \text{ б}$$

$$P\tau_2 = (nC + C_0)\Delta t \quad 2 \text{ б}$$

$$P\tau_3 = C_0\Delta t \quad 2 \text{ б}$$

Исключаем из системы $C_0\Delta t$:

$$P\tau_1 = C\Delta t + P\tau_3$$

$$P\tau_2 = nC\Delta t + P\tau_3$$

Исключаем $C\Delta t$, сокращаем P :

$$\tau_2 = n(\tau_1 - \tau_3) + \tau_3$$

3б

Выражаем искомое, получаем численный ответ:

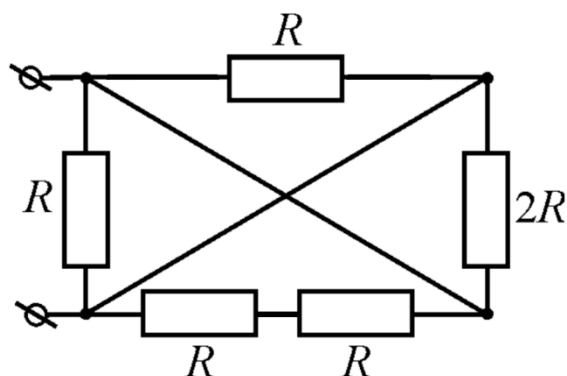
$$\tau_3 = \frac{n\tau_1 - \tau_2}{n-1} = 2,5 \text{ часа.}$$

1б

Примечание: Если решение представлено в более сжатой форме, но все ключевые шаги логически присутствуют и приводят к верному ответу, баллы выставляются в полном объёме. Снятие баллов производится за арифметические ошибки или пропуск существенных шагов обоснования.

Задача 4 (10 баллов)

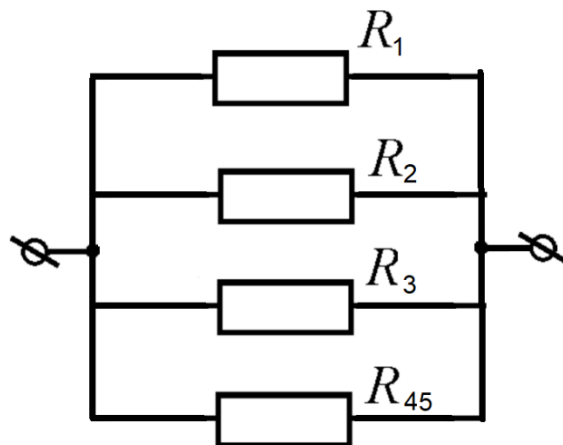
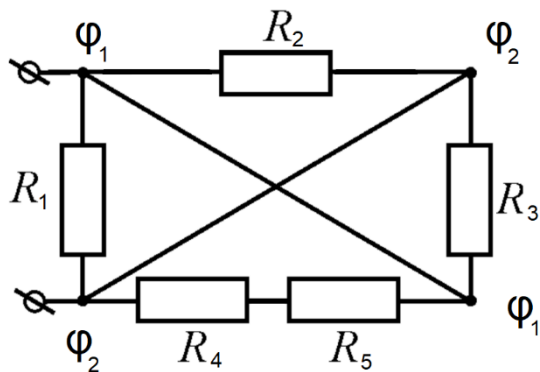
Найдите полное сопротивление участка цепи, если $R = 2025 \text{ Ом}$. Электрический контакт между скрещенными проводами, изображёнными в центральной части схемы, отсутствует.



Возможное решение

Пронумеруем резисторы и укажем потенциалы: точек, соединённых проводом напрямую. Они имеют одинаковый потенциал.

Найдем эквивалентное сопротивление резисторов 4 и 5: $R_{45} = R_4 + R_5 = 2R$



Перерисованная с учетом потенциалов схема будет состоять из резисторов R_1 , R_2 , R_3 , R_4 , соединенных параллельно.

Тогда:

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{45}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{3}{R}$$

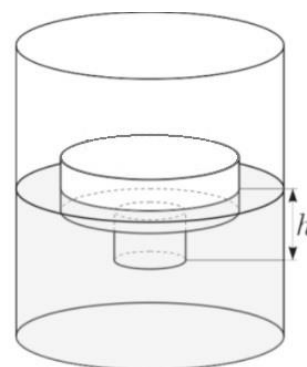
$$R_0 = \frac{R}{3} = 675 \text{ Ом}$$

Критерии проверки:

Критерий	Балл
Найдено R_{45}	1
Учтено равенство потенциалов	2
Схема перерисована с параллельным соединением резисторов	3
Записана формула обратного сопротивления (если записана сразу формула без промежуточных шагов, баллы учитывать в полном объеме)	3
Получен верный ответ	1

Задача 5 (10 баллов)

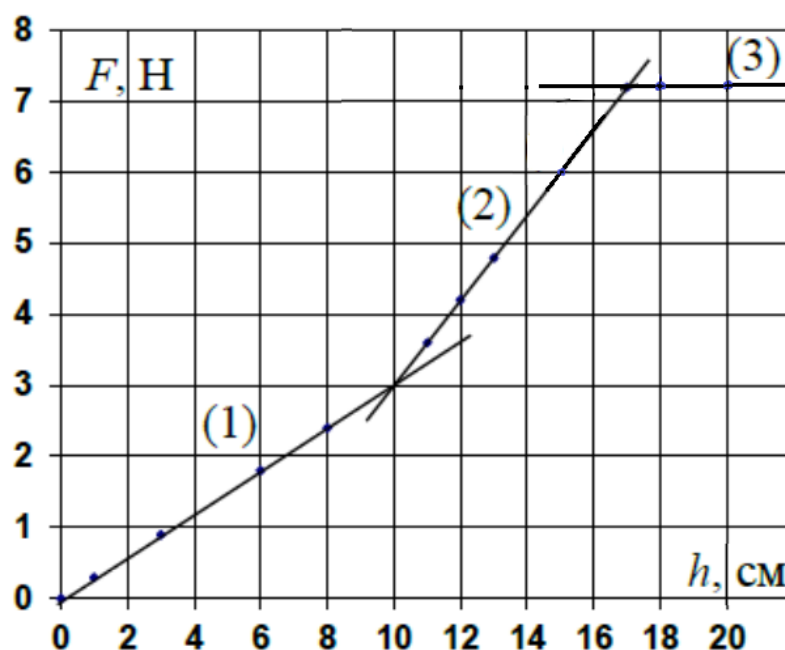
Тело, склеенное из двух соосных цилиндров разного поперечного сечения и разной высоты, погружают в некоторую жидкость и снимают зависимость силы Архимеда F_a , действующей на тело, от глубины h его погружения. Известно, что площадь сечения самого узкого цилиндра $S=30 \text{ см}^2$. Постройте график зависимости $F_a(h)$ и с его помощью определите высоту каждого из цилиндров, площадь сечения другого цилиндра и плотность жидкости. В процессе эксперимента ось вращения цилиндров оставалась вертикальной, $g=10 \text{ м/с}^2$.



$h, \text{ см}$	0	1	3	6	8	11	12	13	15	18	20
$F_a, \text{ Н}$	0,0	0,3	0,9	1,8	2,4	3,6	4,2	4,8	6,0	7,2	7,2

Возможное решение.

График $F_a(h)$:



Положения изломов находятся в точках 10 см, 17 см.

Самый пологий участок в области с 0 до 10 см – ему соответствует наименьшая площадь поперечного сечения S .

Коэффициенты наклона:

$$k_2 = 2k_1 \rightarrow S_2 = 2S = 60 \text{ см}^2$$

Длины цилиндров 10 см и 7 см соответственно.

Плотность жидкости определяем по 1 участку:

$$\rho = \frac{F}{ghS} = 1000 \text{ кг/м}^3.$$

Критерии оценивания	Балл
• Построен график зависимости $F_a(h)$	2 балл
• На графике выделено 3 участка	1 балл
• Экстраполяция участков до пересечения	1 балла
• Определение длин цилиндров – по 1 баллу за каждое	2 балла
Если отклонение менее 0,5 см, то по 1 баллу	
Если отклонение от 0,5 см до 1,5 см, то 0,5 балла за каждое	
• Определение сечения	2 балла
Если отклонение менее 10%, 2 балла	
Если отклонение от 10% до 20%, 1 балл	
Если отклонение больше 20%, 0 баллов	
• Определена плотность жидкости (если отклонение менее 10%) иначе – 0 баллов.	2 балла