

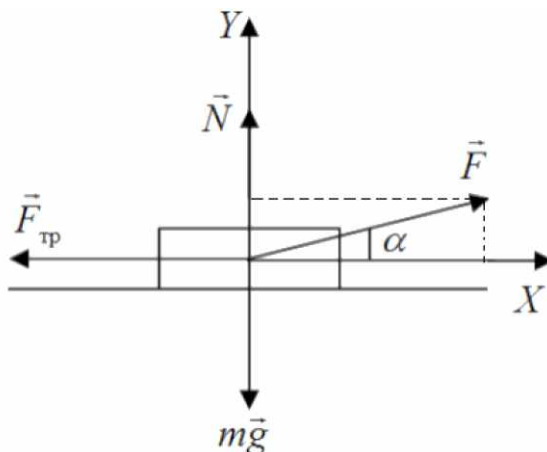
9 класс

Задача 1.

К шероховатому однородному бруску массой $m = 5$ кг, который покоится на горизонтальной поверхности, прикладывают силу, направленную под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту и зависящую от времени по закону $F = kt$, где $k = 0,5$ Н/с. Через какое время после начала действия силы брусок сдвинется с места? Коэффициент трения бруска о поверхность $\mu = 0,6$. Рассмотрите всевозможные случаи. Сделайте рисунки. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с².

Решение:

1 возможный случай.



Если к покоящемуся на горизонтальной поверхности бруску приложить силу под углом 30° вверх, то брусок сдвинется с места при условии, что $F \cdot \cos \alpha = F_{\text{тр}}$, где

$$F_{\text{тр}} = \mu N.$$

$\vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} = 0$, так как $\vec{a} = 0$, так как тело покоится.

$$OY: F(t) \cdot \sin \alpha + N - mg = 0$$

$$N = mg - F(t) \cdot \sin \alpha$$

$$N = mg - kt \cdot \sin \alpha$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu(mg - kt \cdot \sin \alpha)$$

$$OX: F(t) \cdot \cos \alpha = F_{\text{тр}}$$

$$kt \cdot \cos \alpha = F_{\text{тр}}$$

$$kt \cdot \cos \alpha = \mu(mg - kt \cdot \sin \alpha)$$

$$kt \cdot \cos \alpha = \mu \cdot mg - \mu \cdot kt \cdot \sin \alpha$$

$$kt \cdot \cos \alpha + \mu \cdot kt \cdot \sin \alpha = \mu \cdot mg$$

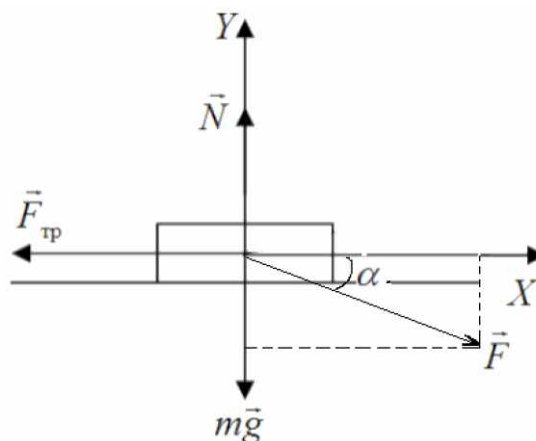
$$t(k \cdot \cos \alpha + \mu \cdot k \cdot \sin \alpha) = \mu \cdot mg$$

$$t = \frac{\mu \cdot mg}{k \cdot \cos \alpha + \mu \cdot k \cdot \sin \alpha} = \frac{0,6 \cdot 5 \cdot 10}{0,5 \cdot \cos 30^\circ + 0,6 \cdot 0,5 \cdot \sin 30^\circ} \approx 51,5 \text{ с.}$$

2 возможный случай.

Если к покоящемуся на горизонтальной поверхности бруску приложить силу под углом 30° вниз, то брусок сдвинется с места при условии, что $F \cdot \cos \alpha = F_{\text{тр}}$, где

$$F_{\text{тр}} = \mu N.$$



$\vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{тр} + m\vec{g} = 0$, так как $\vec{a} = 0$, так как тело покоится.

$$OY: -F(t) \cdot \sin \alpha + N - mg = 0$$

$$N = mg + F(t) \cdot \sin \alpha$$

$$N = mg + kt \cdot \sin \alpha$$

$$F_{тр} = \mu N = \mu(mg + kt \cdot \sin \alpha)$$

$$OX: F(t) \cdot \cos \alpha = F_{тр}$$

$$kt \cdot \cos \alpha = F_{тр}$$

$$kt \cdot \cos \alpha = \mu(mg + kt \cdot \sin \alpha)$$

$$kt \cdot \cos \alpha = \mu \cdot mg + \mu \cdot kt \cdot \sin \alpha$$

$$kt \cdot \cos \alpha - \mu \cdot kt \cdot \sin \alpha = \mu \cdot mg$$

$$t(k \cdot \cos \alpha - \mu \cdot k \cdot \sin \alpha) = \mu \cdot mg$$

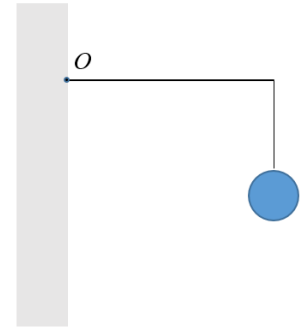
$$t = \frac{\mu \cdot mg}{k \cdot \cos \alpha - \mu \cdot k \cdot \sin \alpha} = \frac{0,6 \cdot 5 \cdot 10}{0,5 \cdot \cos 30^\circ - 0,6 \cdot 0,5 \cdot \sin 30^\circ} \approx 106 \text{ с.}$$

Критерии оценивания

Обосновано, при каком условии брусок сдвинется с места $F \cdot \cos \alpha = F_{тр}$	1
Введена формула силы трения $F_{тр} = \mu N$	1
Сделан верный рисунок для 1 случая	1
Записана система уравнений в проекции на оси координат для 1 случая	1
Выполнены математические преобразования с уравнениями и получено правильное значение искомой величины (время движения бруска) в 1 случае	2
Сделан верный рисунок для 2 случая	1
Записана система уравнений в проекции на оси координат для 2 случая	1
Выполнены математические преобразования с уравнениями и получено правильное значение искомой величины (время движения бруска) во 2 случае	2
ИТОГО	10

Задача 2.

Тонкий жесткий кусочек металлической арматуры длиной $L=25$ см массы $m=1,6$ кг прочно приварен к вертикальной стене. К свободному концу арматуры на легкой нити подвешен груз массой $m_1=800$ г. Определите величину силы реакции стенки, ее плечо относительно точки приварки арматуры. Определите величину момента силы реакции стенки в точке O , где приварена/прикреплена арматура. Ускорение свободного падения принять равным $9,8$ м/с². Сделайте рисунок с указанием сил действующих на систему.



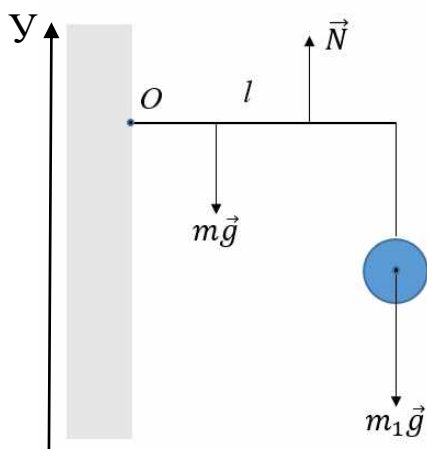
Решение:

Пояснение для экспертов:

Когда арматура жестко приварена к стене, стена фактически заменяет опору за счет жесткого крепления.

Такое жесткое крепление передает на стержень:

- вертикальную силу (опора держит стержень и груз);
- горизонтальную силу;
- момент в точке крепления.



Запишем уравнение моментов сил относительно т. O (место приварки арматуры).

$$N \cdot l - mg \cdot \frac{L}{2} - m_1 g \cdot L = 0$$

Запишем сумму сил, действующих на арматуру:

$$\vec{N} + m\vec{g} + m_1\vec{g} = 0$$

$$OY: N - mg - m_1g = 0$$

$$N = g(m + m_1)$$

$$g(m + m_1) \cdot l - mg \cdot \frac{L}{2} - m_1 g \cdot L = 0$$

$$l = \frac{mg \cdot \frac{L}{2} + m_1 g \cdot L}{g(m + m_1)} = \frac{m \cdot L + 2m_1 \cdot L}{2(m + m_1)} = \frac{1,6 \cdot 0,25 + 2 \cdot 0,8 \cdot 0,25}{2(1,6 + 0,8)} \approx 0,17 \text{ м} -$$

– плечо силы реакции стенки относительно т. O

$$N = g(m + m_1) = 9,8(1,6 + 0,8) = 23,52 \text{ Н} - \text{ сила реакции стенки.}$$

Момент силы реакции стенки (по модулю) в точке приварки/крепления определяется:

$$M = mg \cdot \frac{L}{2} + m_1 g \cdot L = 1,6 \cdot 9,8 \cdot \frac{0,25}{2} + 0,8 \cdot 9,8 \cdot 0,25 = 3,92 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

При сложении всех сил, действующих на арматуру, получаем результирующую силу: $F_R = g(m + m_1)$ направленную вертикально вниз. Чтобы уравновесить эту силу, крепление создает равный и противоположный по направлению реактивный эффект, эквивалентный приложению одной вертикальной силы в некоторой точке на арматуре (не обязательно в точке ее крепления).

Критерии оценивания

На рисунке правильно указаны силы действующие на систему	1
Показано, что опора «создает» не только силу, но и момент силы	1
Верно записано правило моментов сил	1
Верно записана сумма сил и получено выражение для расчета силы реакции стенки	1
Получена формула для расчета плеча силы l	1
Определены величины: сила реакции стенки N и плечо силы l	1
Верно записана формула момента силы реакции $M = mg \cdot \frac{L}{2} + m_1 g \cdot L$	1
Получен верный численный ответ для момента силы реакции	1
Дано объяснение, почему сила реакции не проходит через точку приварки/крепления	1
Объяснена связь между плечом равнодействующей силы и моментом силы в точке приварки/крепления	1
ИТОГО	10

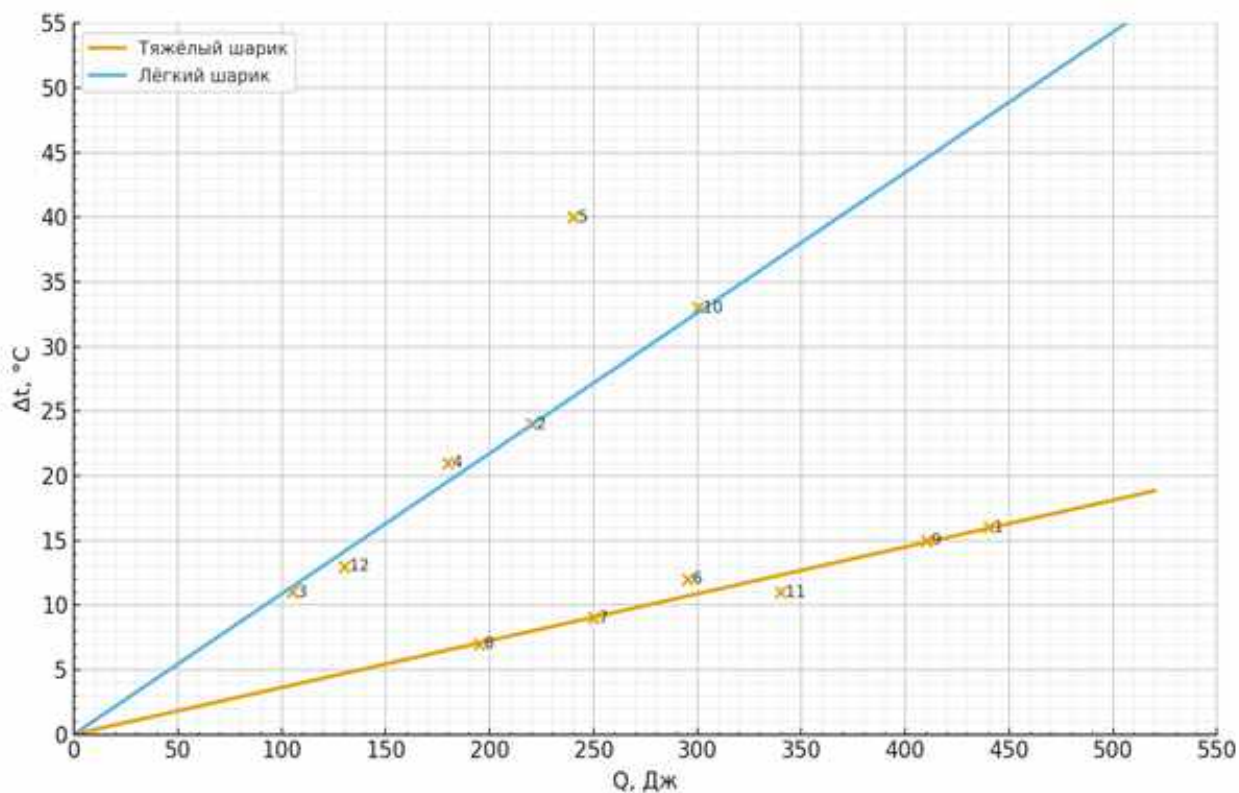
Задача 3.

В лаборатории два девятиклассника проводят серию опытов по нагреванию двух железных шариков разных масс. В таблице указано, как менялась температура шариков Δt в зависимости от подведенного количества теплоты Q . По неопытности они внесли полученные данные в одну общую таблицу, и во время работы очень часто отвлекались.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Q , Дж	440	220	105	180	240	295	250	195	410	300	340	130
Δt , °C	16	24	11	21	40	12	9	7	15	33	11	13

1. Постройте графики зависимости $\Delta t(Q)$ для каждого шарика.
2. Во сколько раз отличались массы шариков?
3. Какой результат надо отбросить как ошибочный?

Решение:



$$Q = cm\Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{Q}{cm}$$

$$k = \frac{1}{cm} = \text{const} - \text{график линейная функция}$$

1 шарик (легкий) массой m_1 :

$$k_1 = \frac{1}{cm_1} = \frac{\Delta t_x}{Q_x}$$

Рассмотрим координату точки № 10 первого шарика (точка лежит на прямой)

$$\text{и рассчитаем } k_1 = \frac{1}{cm_1} = \frac{33}{300}.$$

Ошибочный результат – точка № 5, так как точка выбивается из графиков и не принадлежит им в пределах погрешности.

2 шарик (тяжелый) массой m_2 :

$$k_2 = \frac{1}{cm_2} = \frac{\Delta t_x}{Q_x}$$

Рассмотрим координаты точки № 7 для второго шарика (точка лежит на прямой) и рассчитаем $k_2 = \frac{1}{cm_2} = \frac{9}{250}$.

Оценим соотношения масс шариков: $\frac{k_2}{k_1} = \frac{\frac{1}{cm_2}}{\frac{1}{cm_1}} = \frac{\frac{9}{250}}{\frac{33}{300}} \rightarrow$

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{cm_1}{cm_2} = \frac{9}{250} \cdot \frac{300}{33} = \frac{2700}{8250} \rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{250}{9} \approx 3$$

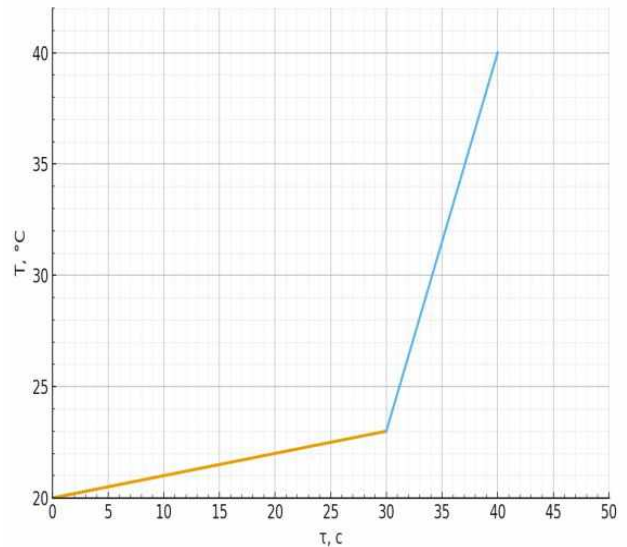
Критерии оценивания

Записано соотношение $\Delta t = \frac{Q}{cm}$ и указано, что при $c=const$, $m=const$ график функции представляет собой линейную зависимость	1
Точки пересечения Q и Δt корректны (на графике не менее 90% правильно нанесены координаты)	2
График построен по всем требованиям, оси координат оцифрованы, указаны величины и единицы измерения на осях координат	2
Осуществлять интерполяцию, использовать метод наименьших квадратов для точного построения графика от участников не требуется!	
Построены два графика (плавные линии соединяющие точки координат на графиках)	0
Построены два графика (линии соединяющие точки координат ломанные)	0
Указан и обоснован выбор точки, которую следует исключить (точка не ложиться не на одну прямую)	2
Представлена формула для расчета константы k_1 через любую точку для 1 шарика	1
Представлена формула для расчета константы k_2 через любую точку для 2 шарика	1
Рассчитано соотношение масс (допустима погрешность $\pm 20\%$)	1
ИТОГО	10

Задача 4.

При проведении ремонта кровли многоквартирного дома в Рязани, для подъема грузов рабочие используют лебедку, расположенную на крыше, приводимую в движение электродвигателем постоянного тока. На электродвигателе установлен датчик температуры. Груз массой $M = 67,5$ кг поднимают с первого этажа.

В процессе подъёма груз зацепился, не доехав два этажа до лебёдки. На каком этаже это произошло?



Зависимость температуры двигателя от времени показана на графике. Подаваемое на двигатель напряжение неизменно. Трением в подшипниках двигателя и лебёдки пренебречь. Высота одного этажа 3 м. Теплоёмкость электродвигателя $C = 4,5$ кДж/°С. Ускорение свободного падения принять равным $9,8$ м/с².

Решение:

В интервале времени от $t_1 = 0$ с до $t_2 = 30$ с температура увеличивается от $T_1 = 20^\circ\text{C}$ до $T_2 = 23^\circ\text{C}$.

Скорость нагрева в этом интервале времени:

$$S_1 = \frac{\Delta T_1}{\Delta t_1} = \frac{T_2 - T_1}{t_2 - t_1} = \frac{23 - 20}{30 - 0} = 0,1 \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}}$$

В интервале времени от $t_2 = 30$ с до $t_3 = 40$ с температура увеличивается от $T_2 = 23^\circ\text{C}$ до $T_3 = 40^\circ\text{C}$.

Скорость нагрева в этом интервале времени:

$$S_2 = \frac{\Delta T_2}{\Delta t_2} = \frac{T_3 - T_2}{t_3 - t_2} = \frac{40 - 23}{40 - 30} = 1,7 \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}}$$

При этом мощность, идущая в нагрев:

$P = \frac{A}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t}$, где $Q = c \cdot m \cdot \Delta T = C \cdot \Delta T$ (C — теплоемкость вещества, c — удельная теплоемкость вещества).

$P = C \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t}$, а $\frac{\Delta T}{\Delta t} = S$ — скорость нагрева. Следовательно $P = C \cdot S$.

$$P_1 = C \cdot S_1 = 4500 \cdot 0,1 = 450 \text{ Вт}$$

$$P_2 = C \cdot S_2 = 4500 \cdot 1,7 = 7650 \text{ Вт}$$

Груз зацепился за препятствие (двигатель почти остановлен) в интервале времени 30 – 40 с.

$$P_1 = I_1^2 \cdot R \text{ — тепловая мощность исключительно в движении. } \rightarrow I_1 = \sqrt{\frac{P_1}{R}}$$

$$P_2 = I_2^2 \cdot R - \text{тепловая мощность исключительно при токе } I_2 \text{ после остановки}$$

$$\rightarrow I_2 = \sqrt{\frac{P_2}{R}}$$

Механическая мощность в движении:

$P_{\text{мех}} = I_1 \cdot U - I_1^2 \cdot R$ – разность между подводимой мощностью и потерями на нагрев.

В случае зацепки груза вся подаваемая мощность пойдет на нагревание.

$$\text{Пусть } k = \frac{I_1}{I_2} = \sqrt{\frac{P_1}{R} \cdot \frac{R}{P_2}} = \sqrt{\frac{P_1}{P_2}} = \sqrt{\frac{450}{7650}} \approx 0,243$$

$$P_{\text{мех}} = P_{\text{под}} - I_1^2 \cdot R = I_1 \cdot U - I_1^2 \cdot R = I_1 \cdot \frac{P_{\text{под}}}{I_S} - I_1^2 \cdot R = I_1 \cdot \frac{I_1 \cdot U}{I_S} - I_1^2 \cdot R$$

Если $I_1 \cdot U = I_2^2 \cdot R$, то

$$P_{\text{мех}} = \frac{I_1}{I_S} \cdot I_1 \cdot U - I_1^2 \cdot R = \frac{I_1}{I_S} \cdot I_2^2 \cdot R - I_1^2 \cdot R = \frac{I_1}{I_S} \cdot P_2 - P_1 = k \cdot P_2 - P_1$$

$$P_{\text{мех}} = 0,243 \cdot 7650 - 450 \approx 1400 \text{ Вт}$$

Кроме того, механическую мощность можно рассчитывать по формуле:

$$P_{\text{мех}} = F \cdot v = Mg \cdot v, \text{ тогда } v = \frac{P_{\text{мех}}}{Mg} = \frac{1400}{67,5 \cdot 9,8} \approx 2,12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

До зацепа за $t_2 = 30 \text{ с}$ будет пройдена высота $h = v \cdot t = 2,12 \cdot 30 = 63,6 \text{ м}$

$$\text{Число этажей дома } N^* = \frac{h}{3} = \frac{63,6}{3} = 21,2$$

Старт осуществляется с 1 этажа следовательно $N = 1 + N^* = 1 + 21,2 = 22,2$

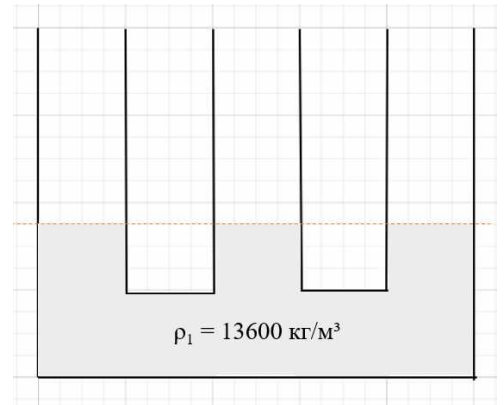
Таким образом, груз зацепился около 22 этажа (между 22 и 23 этажами).

Критерии оценивания

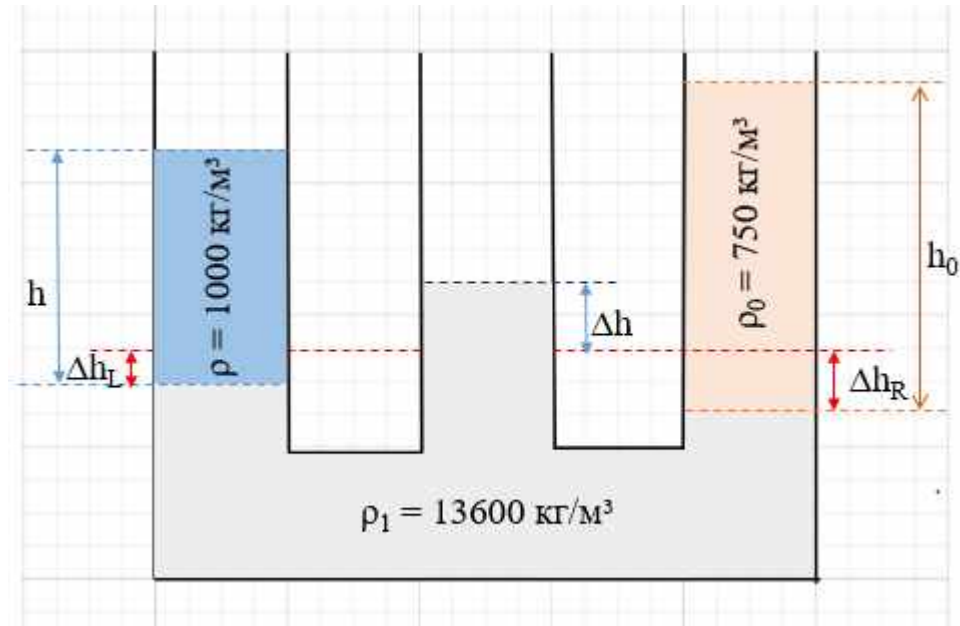
Правильно определены скорости изменения температуры для различных интервалов времени	1
Правильно представлены формулы мощности для участков движения и зацепа	2
Определено соотношение токов $k = \frac{I_1}{I_2}$	2
Получена формула для нахождения механической мощности	2
Рассчитано значение механической мощности	1
Сделан вывод о скорости подъема и рассчитана высота подъема до зацепа	1
Корректно сделан расчет этажа, где произойдет зацеп	1
ИТОГО	10

Задача 5.

В сообщающемся сосуде с тремя одинаковыми по сечению вертикальными трубками находится ртуть. В левую трубку налили воду высотой $h = 100$ мм, а в правую масло (плотность $\rho_0 = 750$ кг/м³), образовавшее столб неизвестной высоты h_0 . После этого уровень ртути в средней трубке поднялся на $\Delta h = 6$ мм. Изобразите рисунок, определите высоту столба масла h_0 и осуществите проверку корректности смещения уровней жидкости. Плотности: воды $\rho = 1000$ кг/м³, ртути $\rho_1 = 13600$ кг/м³. Ускорение свободного падения принять равным $9,8$ м/с².



Решение:



Δh — разность уровней ртути

Δh_L — разность уровней ртути в левом колене

Δh_R — разность уровней ртути в правом колене (смещение вниз — отрицательное)

На границе *вода-ртуть* в левой трубке и на том же уровне в средней трубке

$$p_0 + \rho g h = p_0 + \rho_1 g (\Delta h - \Delta h_L)$$

$$\Delta h - \Delta h_L = \frac{\rho}{\rho_1} \cdot h$$

$$\Delta h - \frac{\rho}{\rho_1} \cdot h = \Delta h_L$$

На границе *масло-ртуть* в правой трубке и на том же уровне в средней трубке

$$p_0 + \rho_0 g h_0 = p_0 + \rho_1 g (\Delta h - \Delta h_R)$$

$$\Delta h - \Delta h_R = \frac{\rho_0}{\rho_1} \cdot h_0$$

$$\Delta h - \frac{\rho_0}{\rho_1} \cdot h_0 = \Delta h_R$$

Так как по условию задачи неизменность общего объема ртути $\Delta h + \Delta h_L + \Delta h_R = 0$, то $\Delta h + (\Delta h - \frac{\rho}{\rho_1} \cdot h) + (\Delta h - \frac{\rho_0}{\rho_1} \cdot h_0) = 0$

$$\Delta h + \Delta h - \frac{\rho}{\rho_1} \cdot h + \Delta h - \frac{\rho_0}{\rho_1} \cdot h_0 = 0$$

$$3\Delta h - \frac{\rho}{\rho_1} \cdot h - \frac{\rho_0}{\rho_1} \cdot h_0 = 0 \quad / \text{разделим на } \frac{\rho_0}{\rho_1}$$

$$3\Delta h \cdot \frac{\rho_1}{\rho_0} - \frac{\rho}{\rho_0} \cdot h - h_0 = 0$$

$$h_0 = 3\Delta h \cdot \frac{\rho_1}{\rho_0} - \frac{\rho}{\rho_0} \cdot h = 3 \cdot 0,006 \cdot \frac{13600}{750} - \frac{1000}{750} \cdot 0,1 \approx 0,193 \text{ м}$$

Проверка смещения уровней (разности уровней):

$$\Delta h_L = \Delta h - \frac{\rho}{\rho_1} \cdot h = 0,006 - \frac{1000}{13600} \cdot 0,1 \approx -0,00135 \text{ м} \approx -1,35 \text{ мм}$$

$$\Delta h_R = \Delta h - \frac{\rho_0}{\rho_1} \cdot h_0 = 0,006 - \frac{750}{13600} \cdot 0,193 \approx -0,00465 \text{ м} \approx -4,65 \text{ мм}$$

$$\Delta h + \Delta h_L + \Delta h_R = 0 \rightarrow 6 - 1,35 - 4,65 = 0$$

Критерии оценивания

Корректно показаны на рисунке уровни смещения жидкостей	1
Равенство давлений на границе <i>вода-ртуть</i> в левой трубке	1
Равенство давлений на границе <i>масло-ртуть</i> в правой трубке	1
Баланс объемов ртути $\Delta h + \Delta h_L + \Delta h_R = 0$	1
Записано выражение для Δh_L	1
Записано выражение для Δh_R	1
Выведена формула для расчета h_0	2
Рассчитано значение $h_0 = 0,193 \text{ м}$	1
Проведена проверка корректности смещения уровней	1
ИТОГО	10