

9.1. На гоночном треке в виде большой окружности боксы команд А и В расположены в диаметрально противоположных точках трека. Из боксов по треку навстречу друг другу выезжают две машины, причем каждая движется по треку с линейно увеличивающейся со временем скоростью (начальная скорость равна 0). Первая их встреча произошла на расстоянии $L_1 = 300$ м от бокса команды А (расстояние измеряется по трассе трека). Проехав мимо друг друга, они продолжают движение, и следующая их встреча состоялась на расстоянии $L_2 = 180$ м от бокса команды В. Определите возможную длину трека L .

Решение.

Вариант 1.

Заметим, что от начала движения к моменту первой встречи обе машины суммарно прошли расстояние $L/2$, а ко второй – $3L/2$. Поскольку промежутки времени одинаковы для обеих машин, то каждая из них к моменту второй встречи проехала расстояние в 3 раза больше, чем до первой.

Рассмотрим 3 варианта расположения точки второй встречи.

А) Если скорости машин одного порядка, то первая и вторая встречи произойдут на разных половинах трека. Машина, выехавшая из бокса команды А, до первой встречи проехала расстояние L_1 , а до второй – $\frac{L}{2} + L_2$. Отсюда:

$$\frac{L}{2} + L_2 = 3L_1; \quad (1)$$

$$L = 2(3L_1 - L_2). \quad (2)$$

Возможная длина трека – 1440 м.

Б) Если скорость машины из бокса Б значительно больше, чем скорость машины из бокса А, то первая и вторая встречи произойдут на одной половине трека, причем точка второй встречи лежит между боксом команды Б и точкой первой встречи.

Машина, выехавшая из бокса команды А, до первой встречи проехала расстояние L_1 , а до второй – $\frac{L}{2} - L_2$. Отсюда:

$$\frac{L}{2} - L_2 = 3L_1; \quad (3)$$

$$L = 2(3L_1 + L_2). \quad (4)$$

Возможная длина трека – 2160 м.

В) Если скорость машины из бокса А значительно больше, чем скорость машины из бокса Б, то первая и вторая встречи произойдут на одной половине трека, причем точка второй встречи лежит между боксом команды А и точкой первой встречи.

Машина, выехавшая из бокса команды А, до первой встречи проехала расстояние L_1 , а до второй – $\frac{3L}{2} - L_2$. Отсюда:

$$\frac{3L}{2} - L_2 = 3L_1; \quad (5)$$

$$L = \frac{2}{3}(3L_1 + L_2) = 2L_1 + \frac{2}{3}L_2. \quad (6)$$

Возможная длина трека – 720 м.

Примечание: распространенная ошибка – расстояние L до момента второй встречи.

Разбалловка варианта 1

№	Критерий	Баллы
1	Определено суммарное расстояние $L/2$ до 1-й встречи.	1
2	Определено суммарное расстояние $3L/2$ до 2-й встречи При значении L за этот пункт и за числовой ответ для длин трека (п. 6, 8, 10) ставим 0 баллов, за остальные пункты при правильной логике решения баллы не снимаем (итого 6 баллов за задачу).	1
3	Получен вывод, что каждая из машин к моменту второй встречи проехала расстояние в 3 раза больше, чем до первой.	1
4	Указано, что может быть 3 варианта размещения точки второй встречи на разных половинах трека	1
5	Рассмотрен случай (А)	1
6	Получена длина трека 1440 м	1
7	Рассмотрен случай (Б)	1
8	Получена длина трека 2160 м	1
9	Рассмотрен случай (В)	1
10	Получена длина трека 720 м	1
	Сумма	10

Вариант 2.

Пусть a_1 – ускорение первой машины из бокса команды А, a_2 – ускорение второй машины из бокса команды В, τ_1 – время от начала движения первой встречи, τ_2 – до второй встречи.

Рассмотрим 3 варианта расположения точки второй встречи.

А) Если скорости машин одного порядка, то первая и вторая встречи произойдут на разных половинах трека. Тогда для первой встречи:

$$L_1 = \frac{a_1 \tau_1^2}{2}; \quad (1a)$$

$$\frac{L}{2} - L_1 = \frac{a_2 \tau_1^2}{2}; \quad (2a)$$

Для второй встречи (от начала движения):

$$\frac{L}{2} + L_2 = \frac{a_1 \tau_2^2}{2}; \quad (3a)$$

$$L - L_2 = \frac{a_2 \tau_2^2}{2}. \quad (4a)$$

Сложим уравнения (1а) и (2а):

$$\frac{L}{2} = \frac{a_1 \tau_1^2}{2} + \frac{a_2 \tau_1^2}{2} = \frac{a_1 + a_2}{2} \tau_1^2. \quad (5a)$$

Сложим уравнения (3а) и (4а):

$$\frac{3L}{2} = \frac{a_1 \tau_2^2}{2} + \frac{a_2 \tau_2^2}{2} = \frac{a_1 + a_2}{2} \tau_2^2. \quad (6a)$$

Отсюда, разделив (6а) на (5а):

$$\tau_2^2 = 3\tau_1^2, \text{ или } \tau_2 = \sqrt{3}\tau_1. \quad (7a)$$

Рассмотрим машину, которая выехала из бокса команды А. Разделим уравнение (3а) на уравнение (1а):

$$\frac{\frac{L}{2} + L_2}{L_1} = \frac{\tau_2^2}{\tau_1^2} = 3. \quad (8a)$$

Отсюда

$$L = 2(3L_1 - L_2) = 1440 \text{ м.} \quad (9a)$$

Б) Если скорость машины из бокса Б значительно больше, чем скорость машины из бокса А, то первая и вторая встречи произойдут на одной половине трека, причем точка второй встречи лежит между боксом команды Б и точкой первой встречи.

Тогда первой встречи:

$$L_1 = \frac{a_1 \tau_1^2}{2}; \quad (1б)$$

$$\frac{L}{2} - L_1 = \frac{a_2 \tau_1^2}{2}; \quad (2б)$$

Для второй встречи (от начала движения):

$$\frac{L}{2} - L_2 = \frac{a_1 \tau_2^2}{2}; \quad (3б)$$

$$L + L_2 = \frac{a_2 \tau_2^2}{2}. \quad (4б)$$

Сложим уравнения (1б) и (2б):

$$\frac{L}{2} = \frac{a_1 \tau_1^2}{2} + \frac{a_2 \tau_1^2}{2} = \frac{a_1 + a_2}{2} \tau_1^2. \quad (5б)$$

Сложим уравнения (3б) и (4б):

$$\frac{3L}{2} = \frac{a_1 \tau_2^2}{2} + \frac{a_2 \tau_2^2}{2} = \frac{a_1 + a_2}{2} \tau_2^2. \quad (6б)$$

Отсюда, разделив (6б) на (5б):

$$\tau_2^2 = 3\tau_1^2, \text{ или } \tau_2 = \sqrt{3}\tau_1. \quad (7б)$$

Рассмотрим машину, которая выехала из бокса команды А. Разделим уравнение (3б) на уравнение (1б):

$$\frac{\frac{L}{2} - L_2}{L_1} = \frac{\tau_2^2}{\tau_1^2} = 3. \quad (8б)$$

Отсюда

$$L = 2(3L_1 + L_2) = 2160 \text{ м.} \quad (9б)$$

В) Если скорость машины из бокса А значительно больше, чем скорость машины из бокса Б, то первая и вторая встречи произойдут на одной половине трека, причем точка второй встречи лежит между боксом команды А и точкой первой встречи.

Тогда первой встречи:

$$L_1 = \frac{a_1 \tau_1^2}{2}; \quad (1в)$$

$$\frac{L}{2} - L_1 = \frac{a_2 \tau_1^2}{2}; \quad (2в)$$

Для второй встречи (от начала движения):

$$\frac{3L}{2} - L_2 = \frac{a_1 \tau_2^2}{2}; \quad (3в)$$

$$L_2 = \frac{a_2 \tau_2^2}{2}. \quad (4в)$$

Сложим уравнения (1в) и (2в):

$$\frac{L}{2} = \frac{a_1 \tau_1^2}{2} + \frac{a_2 \tau_1^2}{2} = \frac{a_1 + a_2}{2} \tau_1^2. \quad (5в)$$

Сложим уравнения (3в) и (4в):

$$\frac{3L}{2} = \frac{a_1 \tau_2^2}{2} + \frac{a_2 \tau_2^2}{2} = \frac{a_1 + a_2}{2} \tau_2^2. \quad (6в)$$

Отсюда, разделив (6в) на (5в):

$$\tau_2^2 = 3\tau_1^2, \text{ или } \tau_2 = \sqrt{3}\tau_1. \quad (7в)$$

Рассмотрим машину, которая выехала из бокса команды А. Разделим уравнение (3в) на уравнение (1в):

$$\frac{\frac{3L}{2} - L_2}{L_1} = \frac{\tau_2^2}{\tau_1^2} = 3. \quad (8в)$$

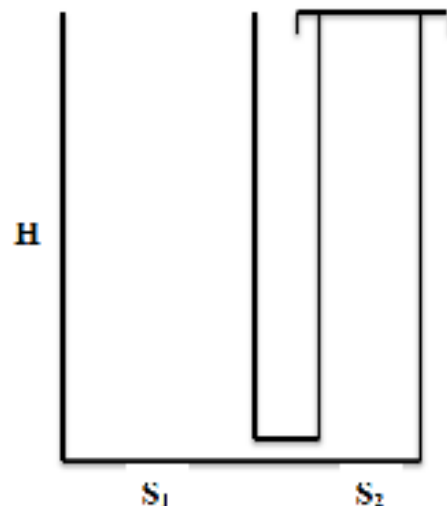
Отсюда

$$L = \frac{2}{3}(3L_1 + L_2) = 2L_1 + \frac{2}{3}L_2 = 720 \text{ м.} \quad (9в)$$

Разбалловка варианта 2

№	Критерий	Баллы
1	Указано, что может быть 3 варианта размещения точки второй встречи на разных половинах трека	1
2	Для случая (А) записаны уравнения (1а)-(4а)	1
3	Записано уравнение (8а)	1
4	Получена длина трека 1440 м	1
5	Для случая (Б) записаны уравнения (1б)-(4б)	1
6	Записано уравнение (8б)	1
7	Получена длина трека 2160 м	1
8	Для случая (В) записаны уравнения (1в)-(4в)	1
9	Записано уравнение (8в)	1
10	Получена длина трека 720 м	1
	Сумма	10

9.2. Два вертикальных цилиндрических сосуда №1 и №2 некоторой высоты H , стоящих на горизонтальной поверхности, доверху заполнены ртутью (плотностью $\rho = 13,6 \text{ г/см}^3$) и соединены внизу тонкой горизонтальной трубкой пренебрежимо малого объема (см. рисунок). Площади поперечного сечения сосудов №1 и №2 равны S_1 и S_2 соответственно. Толщиной стенок сосудов можно пренебречь.



Сосуд №2 сверху герметизируют крышкой (воздуха между ртутью и крышкой нет). Из сосуда №1 откачали ртуть объемом V . Какими станут уровни ртути в сосудах №1 и №2? При каких высотах H в сосуде №2 над жидкостью появится пустота? Атмосферное давление $p_A \approx 10^5 \text{ Па}$. Ускорение свободного падения g .

Решение.

В начале откачки уровень ртути будет понижаться только в сосуде №1, поскольку в сосуде №2 при опускании уровня жидкости возникнет разреженность, и атмосферное давление поднимет жидкость обратно. Таким образом, при откачивании объема V уровень в сосуде №1 снизится на

$$\Delta h_1 = \frac{V}{S_1}, \quad (1)$$

$$h_1 = H - \Delta h_1 = H - \frac{V}{S_1}. \quad (2)$$

$$\text{А в сосуде №2 } \Delta h_2 = 0 \text{ и } h_2 = H. \quad (3)$$

Это будет продолжаться, пока гидростатическое давление, обусловленное разностью высот уровней, не станет равным атмосферному давлению p_A . Это произойдет в момент, когда

$$\Delta h_1 = \frac{V}{S_1} = \frac{p_A}{\rho g}. \quad (4)$$

$$\text{Это может быть при высоте сосудов } H > \frac{p_A}{\rho g}. \quad (5)$$

После этого ($V \geq \frac{p_A S_1}{\rho g}$) при отборе жидкости уровень будет понижаться в обоих сосудах, а над жидкостью в сосуде №2 образуется пустота:

$$V = S_1 \Delta h_1 + S_2 \Delta h_2; \quad (6)$$

$$\Delta h_2 = \Delta h_1 - \frac{p_A}{\rho g}. \quad (7)$$

Отсюда, решая систему уравнений, получаем

$$\Delta h_1 = \frac{V + S_2 \frac{p}{\rho g}}{S_1 + S_2}; \quad h_1 = H - \Delta h_1 = H - \frac{V + S_2 \frac{p}{\rho g}}{S_1 + S_2}; \quad (8)$$

$$\Delta h_2 = \frac{V - S_1 \frac{p}{\rho g}}{S_1 + S_2}; \quad h_2 = H - \Delta h_2 = H - \frac{V - S_1 \frac{p}{\rho g}}{S_1 + S_2}. \quad (9)$$

Разбалловка

№	Критерий	Баллы
1	Указано, что в начале откачки уровень жидкости снижается только в сосуде №1	2
2	Получено $h_1 = H - \frac{V}{S_1}$, $h_2 = H$.	2
3	Записано граничное условие $\Delta h_1 = \frac{V}{S_1} = \frac{p_A}{\rho g}$ для начала опускания уровня жидкости в сосуде №2.	1
4	Указано, что при высотах $H > \frac{p_A}{\rho g}$ в сосуде №2 над жидкостью может образовываться пустота.	1
5	Записана система уравнений (6) и (7).	2
6	Получено решение для уровня в сосуде №1 - уравнение (8)	1
7	Получено решение для уровня в сосуде №2 - уравнение (9)	1
	Сумма	10

9.3. Внутри большой теплоизолированной емкости с водой при температуре $T_0 = 0^\circ\text{C}$ находится маленькая тонкостенная ёмкость с водой и кусочками льда массой $m_0 = 100$ г при той же температуре. Воду в большой ёмкости начинают нагревать так, что её температура увеличивается с постоянной скоростью. Часть тепла в результате теплообмена попадает внутрь маленькой ёмкости, и идет на плавление льда. Мощность теплопередачи пропорциональна разности температур в большой и маленькой ёмкостях (закон Фурье). Известно, что когда температура в большой ёмкости достигла $T_1 = 50^\circ\text{C}$, внутри маленькой ёмкости расплавилось $m_1 = 10$ г льда. Оцените, какая масса льда m расплавится от начала нагрева до того момента, когда температура воды в большой ёмкости достигнет $T_2 = 100^\circ\text{C}$? Внутри каждой емкости содержимое активно перемешивается, так что температура во всех точках каждой емкости одинаковая.

Решение.

Предположим, что за всё время нагрева лёд в маленькой емкости весь не растает. Тогда температура маленькой емкости в течение всего процесса будет $T_0 = 0^\circ\text{C}$, а все получаемое тепло пойдет на плавление льда.

Поскольку мощность теплопередачи пропорциональна разности температур в большой и маленькой ёмкостях ($P = \alpha(T - T_0)$), а температура T растет линейно, то для первой части нагрева до $T_1 = 50^\circ\text{C}$ это эквивалентно, как если бы температура равнялась среднему значению

$$T_{cp1} = \frac{T_0 + T_1}{2}. \quad (1)$$

Запишем уравнение теплового баланса:

$$\lambda m_1 = P_{cp1} \tau = \alpha \left(\frac{T_0 + T_1}{2} - T_0 \right) \tau = \alpha \tau \frac{T_1 - T_0}{2}, \quad (2)$$

где τ – время нагрева воды в большой емкости от T_0 до T_1 .

Заметим, что

$$T_2 - T_1 = T_1 - T_0, \quad (3)$$

и, следовательно, время нагрева от T_1 до T_2 также будет равно τ .

Тогда для второго участка нагрева:

$$T_{cp2} = \frac{T_1 + T_2}{2}. \quad (4)$$

$$\lambda m_2 = P_{cp2} \tau = \alpha \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_0 \right) \tau, \quad (5)$$

где m_2 – масса льда, растаявшего на втором участке нагрева.

Разделим уравнение (5) на уравнение (2):

$$\begin{aligned} \frac{m_2}{m_1} &= \frac{T_1 + T_2 - 2T_0}{T_1 - T_0}; \\ m_2 &= m_1 \frac{T_1 + T_2 - 2T_0}{T_1 - T_0}; \end{aligned} \quad (6)$$

Полная масса растаявшего льда:

$$m = m_1 + m_2 = m_1 + m_1 \frac{T_1 + T_2 - 2T_0}{T_1 - T_0} = m_1 \frac{2T_1 + T_2 - 3T_0}{T_1 - T_0}. \quad (7)$$

Подставляя числовые значения, получим $m = 40$ г, что меньше $m_0 = 100$ г.

Примечание. Школьник может, пользуясь равномерностью нагрева и $T_1 = \frac{T_0 + T_2}{2}$, рассматривать сразу нагрев от T_0 до T_2 . В этом случае

$$T_{cp2} = \frac{T_0 + T_2}{2}. \quad (4)$$

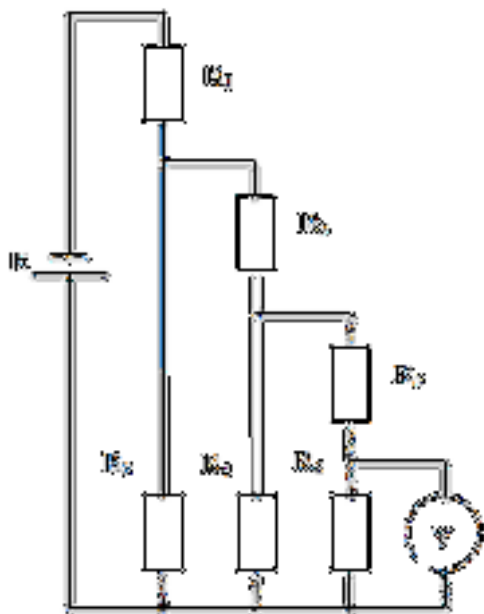
$$\lambda m = P_{cp2} \tau = \alpha \left(\frac{T_0 + T_2}{2} - T_0 \right) \cdot 2\tau = \alpha \frac{T_2 - T_0}{2} \cdot 2\tau \quad (5)$$

$$m = m_1 \frac{2T_2 - 2T_0}{T_1 - T_0} = 40 \text{ г}. \quad (7)$$

Разбалловка.

№	Критерий	Баллы
1	Указано, что температура маленькой емкости в течение всего процесса будет $T_0 = 0^\circ\text{C}$.	1
2	Указано, что вследствие линейности нарастания температуры на первом участке ее можно заменить средним значением в виде уравнения (1) (или выполнено графическое интегрирование).	2
3	Записано уравнение теплового баланса (2) для процесса нагрева от T_0 до T_1 .	1
4	Указано, что времена нагрева воды в большой емкости от T_0 до T_1 и от T_1 до T_2 одинаковы.	1
5	Указано, что вследствие линейности нарастания температуры на втором участке (или для всего процесса) ее можно заменить средним значением в виде уравнения (4) (или выполнено графическое интегрирование).	2
6	Записано уравнение теплового баланса (5) для процесса нагрева от T_1 до T_2 (или для всего процесса нагрева от T_0 до T_2).	1
7	Получено выражение (7) для массы растаявшего льда (подстановка $T_1 = \frac{T_0 + T_2}{2}$ не является ошибкой).	1
8	Получено числовое значение $m = 40 \text{ г}$.	1
	Итого	10

9.4. Цепь состоит из идеального источника напряжения с ЭДС $E = 135$ В, резисторов R_1 – R_6 и идеального вольтметра (см. схему). При каком сопротивлении резистора R_4 вольтметр покажет значение $U = 5$ В? $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 15$ кОм, $R_5 = 40$ МОм, $R_6 = 20$ МОм.



Решение.

Можно заметить, что на схеме представлен многоступенчатый делитель напряжения. На каждом нижнем резисторе (R_n) выходное напряжение равно

$$U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} \frac{R_n}{R_g + R_n}. \quad (1)$$

Следовательно, на резисторе R_2 напряжение будет:

$$U_1 = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{135 \text{ В}}{3} = 45 \text{ В}. \quad (2)$$

На резисторе R_4 напряжение будет:

$$U_2 = U_1 \frac{R_4}{R_3 + R_4}. \quad (3)$$

На резисторе R_6 напряжение будет:

$$U = U_2 \frac{R_6}{R_5 + R_6}. \quad (4)$$

$$U_2 = U \frac{R_5 + R_6}{R_6} = 5 \text{ В} \cdot 3 = 15 \text{ В}. \quad (5)$$

Из уравнения (3):

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_3 + R_4}{R_4} = 1 + \frac{R_3}{R_4};$$

$$R_4 = R_3 \frac{U_2}{U_1 - U_2} = 15 \text{ кОм} \cdot \frac{1}{2} = 7,5 \text{ кОм}.$$

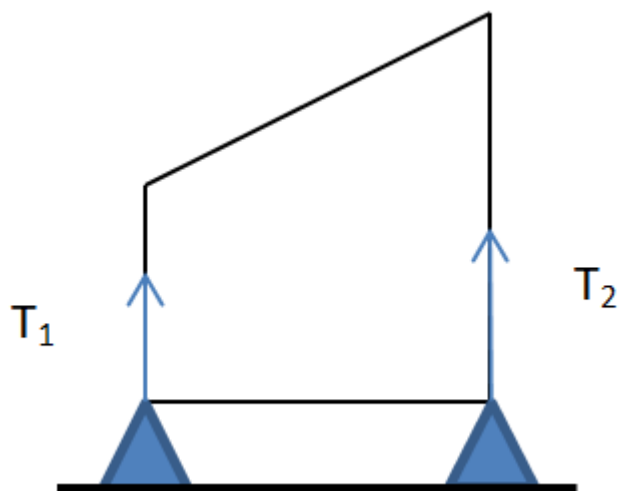
Примечание: Школьники может заметить, что $\frac{U}{E} = \frac{1}{27} = \left(\frac{1}{3}\right)^3$. Значит, на каждом этапе напряжение падает в 3 раза, что возможно, когда нижний резистор по номиналу в 2 раза меньше верхнего, откуда получаем ответ.

Примечание. Величины сопротивлений $R_1, R_2 \ll R_3, R_4 \ll R_5, R_6 \ll R_U$ (сопротивление идеального вольтметра бесконечно большое). Поэтому ток, перетекающий по параллельному сопротивлению, мал, и $U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} \frac{R_n}{R_6 + R_n}$

Разбалловка.

№	Критерий	Баллы
1	Отмечено, что схема представляет собой многоступенчатый делитель напряжения.	2
2	Записана формула (1) для делителя напряжения.	1
3	Найдено напряжение U_1 на резисторе R_2	2
4	Записано выражение (3) для напряжения U_2 на резисторе R_4	1
5	Записано выражение (4) для напряжения U на резисторе R_6	1
6	Записано выражение (5) для напряжения U_2 на резисторе R_4 (или найдено числовое значение U_2)	2
7	Получен числовой ответ $R_4 = 7,5$ кОм (при качественном решении, как примечании, за правильный ответ ставим за задачу полный балл).	1
Итого		10

9.5. Брусек в форме прямоугольной трапеции, длины оснований которой соотносятся как 1:2, своей боковой стороной опирается на 2 опоры, расположенные на горизонтальной поверхности (см. рисунок). Определить отношение сил реакций T_1/T_2 , действующих со стороны опор. Ускорение свободного падения g .



Решение.

Способ 1.

Пусть m – масса трапеции, a и $2a$ – стороны ее оснований, h – высота трапеции. Разобьем трапецию горизонтальным отрезком на 2 фигуры – прямоугольник со сторонами длиной a и h , и прямоугольный треугольник с катетами длиной a и h .

Площадь прямоугольного треугольника будет в 2 раза меньше площади прямоугольника со сторонами, равными катетам, следовательно, масса прямоугольника будет $2/3$ от массы трапеции, а масса треугольника – $1/3$ от массы трапеции.

Запишем уравнение моментов сил относительно каждой из опор. Для прямоугольника (центр масс посередине):

$$T_{1(n)} \cdot h = \frac{2}{3} mg \cdot \frac{h}{2}, \text{ или } T_{1(n)} = \frac{1}{3} mg; \quad (1)$$

$$T_{2(n)} \cdot h = \frac{2}{3} mg \cdot \frac{h}{2}, \text{ или } T_{2(n)} = \frac{1}{3} mg. \quad (2)$$

Для прямоугольного треугольника (центр масс в точке пересечения медиан, которая делит медианы как 2:1):

$$T_{1(m)} \cdot h = \frac{1}{3} mg \cdot \frac{h}{3}, \text{ или } T_{1(m)} = \frac{1}{9} mg; \quad (3)$$

$$T_{2(m)} \cdot h = \frac{1}{3} mg \cdot \frac{2h}{3}, \text{ или } T_{2(m)} = \frac{2}{3} mg. \quad (4)$$

Складывая (1) и (3), (2) и (4), получаем силы реакции опор:

$$T_1 = T_{1(n)} + T_{1(m)} = \frac{4}{9} mg; \quad (5)$$

$$T_2 = T_{2(n)} + T_{2(m)} = \frac{5}{9} mg. \quad (6)$$

Отсюда

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{4}{9} mg}{\frac{5}{9} mg} = \frac{4}{5} = 0,8. \quad (7)$$

Разбалловка.

№	Критерий	Баллы
1	Предложено разделение трапеции на прямоугольник и прямоугольный треугольник	2
2	Найдено соотношение площадей (или объемов, или масс) прямоугольника и прямоугольного треугольника (или их отношение к трапеции).	1
3	Записано выражение (1) для прямоугольника для момента сил для силы T_1	1
4	Записано выражение (2) для прямоугольника для момента сил для силы T_2	1

5	Записано выражение (3) для треугольника для момента сил для силы T_1	1
6	Записано выражение (4) для треугольника для момента сил для силы T_2	1
7	Найдена сила $T_1 = 4mg/9$	1
8	Найдена сила $T_2 = 5mg/9$	1
9	Найдено отношение $T_1/T_2 = 4/5 = 0,8$.	1
	Итого	10

Способ 2.

Пусть m – масса трапеции, a и $2a$ – стороны ее оснований, h – высота трапеции.

Найдем координаты центра масс трапеции. Для этого дополним ее прямоугольным треугольником с катетами a и h . Тогда дополненная фигура будет представлять собой прямоугольный треугольник с катетами $2a$ и $2h$.

Поскольку трапецию можно разбить на 3 прямоугольных треугольника со сторонами a и h , то площадь маленьких треугольников будет равна $m/3$, а площадь большого треугольника – $4m/3$.

Воспользуемся тем фактом, что центр масс треугольника находится в точке пересечения медиан, которая делит медианы в соотношении 2:1. Следовательно, центр масс большого треугольника находится на высоте $\frac{2}{3}h$, а центр верхнего маленького треугольника – на высоте $h + \frac{h}{3} = \frac{4}{3}h$.

Пусть y – высота центра масс в рассматриваемой трапеции. Тогда, по определению центра масс:

$$\frac{2}{3}h = \frac{m \cdot y + \frac{m}{3} \cdot \frac{4}{3}h}{\frac{4}{3}m}. \quad (1)$$

Сократим на m и умножим обе части уравнения на $4/3$:

$$\frac{8}{9}h = y + \frac{4}{9}h;$$

$$y = \frac{4}{9}h. \quad (2)$$

Запишем уравнение моментов сил относительно каждой из опор.

$$T_1 \cdot h = mg \cdot y = mg \cdot \frac{4}{9}h; \quad (3)$$

$$T_2 \cdot h = mg \cdot (h - y) = mg \cdot \frac{5}{9}h. \quad (4)$$

Разделив уравнение (3) на уравнение (4), получим:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{4}{9}mg}{\frac{5}{9}mg} = \frac{4}{5} = 0,8. \quad (5)$$

Разбалловка.

№	Критерий	Баллы
1	Предложено дополнение трапеции до прямоугольного треугольника с катетами $2a$ и $2h$.	2
2	Найдены массы маленького и большого треугольников через массу трапеции.	1
3	Записано, что центр масс треугольника находится в точке пересечения медиан, которая делит медианы в соотношении 2:1.	1
4	Записано соотношение (1) для центров масс	2
5	Найдена высота центра масс трапеции $y = 4h/9$.	1
6	Записано выражение (3) для трапеции для момента сил для силы T_1	1
7	Записано выражение (4) для трапеции для момента сил для силы T_2	1
8	Найдено отношение $T_1/T_2 = 4/5 = 0,8$.	1
	Итого	10