

**Муниципальный этап
всероссийской олимпиады школьников
7 класс**

Время на выполнение заданий - 235 минут

ВАРИАНТ 3

7.3. В кубический аквариум с длиной ребер D , доверху наполненный водой, медленно опустили на дно шар диаметром D , в результате чего часть воды вылилась. После этого шар вынимают, и опускают новый шар диаметром $d = D/2$. Чему равно расстояние x от дна аквариума до поверхности воды в нем после опускания второго шара? Объем шара: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, где R – радиус шара.

7.1. Как показывает эксперимент, время горения свечей из одинакового вещества и с одинаковым типом фитиля пропорционально объему свечи. Для отсчета времени на свечу наносят горизонтальные деления, соответствующие некоторым промежуткам времени.

А) Цилиндрическая свеча объемом высотой $H = 48$ см и диаметром $D = 8$ см горит в течение времени $T = 12$ часов. Сколько времени T_1 (в минутах) будет гореть свеча, все линейные размеры которой (диаметр и высота) в 2 раза меньше, чем у данной свечи?

Б) Во сколько раз изменится расстояние между делениями, соответствующими времени горения $\tau = 15$ минут?

Примечание: площадь круга S вычисляется по формуле $S = \pi R^2$, где R – радиус круга.

7.2. Школьник скачивает из сети Интернет 3 видеофайла. Известно, что I и II файлы вместе он скачивает за время $t_1 = 2000$ с, II и III вместе – за $t_2 = 2800$ с, I и III вместе – за $t_3 = 2400$ с. Общий размер файлов $S = 45$ гигабайт.

А) За какое время (в минутах) школьник скачает все три файла вместе?

Б) Какая скорость скачивания (в мегабитах в секунду)?

В) Каков размер (в гигабайтах) III файла?

Примечание: 1 байт = 8 бит, 1 мегабайт = 2^{20} байт $\approx 10^6$ байт, 1 гигабайт = 2^{30} байт $\approx 10^9$ байт.

7.4. Чёрная дыра – это область пространства, гравитационное притяжение которой настолько велико, что покинуть её не могут даже кванты света. По одной из моделей, радиус черной дыры задается формулой:

$$R_g = \frac{2G}{c^2} M,$$

где $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{с}^{-2} \text{кг}^{-1}$ – гравитационная постоянная, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ – скорость света в вакууме, M – масса черной дыры. Объем шара: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Определите, во сколько раз средняя плотность $\rho_{\text{ср}}$ вещества внутри сверхмассивной черной дыры Лебедь А, масса которой в 1 миллиард раз больше массы Солнца, отличается от плотности жидкой воды $\rho_{\text{в}} = 1 \text{ г/см}^3$? Масса Солнца $M_{\text{С}} = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$.