

Всероссийская олимпиада школьников по астрономии
Муниципальный этап, 2012-2013 г.г.
10 класс

Решения и ответы:

10.1 Шит – между Орлом, Стрельцом и Змеей.

Лисичка – южнее Лебеда, еще южнее – Стрела.

Малый Конь – между Пегасом, Водолеем и Дельфином.

Заяц – южнее Ориона.

Ворон – южнее Девы.

Рысь – севернее Близнецов и Рака.

10.2 Растущая Луна наблюдается с вечера на западе – сразу после новолуния, на юге – в первую четверть, на востоке – вблизи полнолуния. Чем старше Луна, тем позже она заходит. Полная Луна заходит перед восходом Солнца.

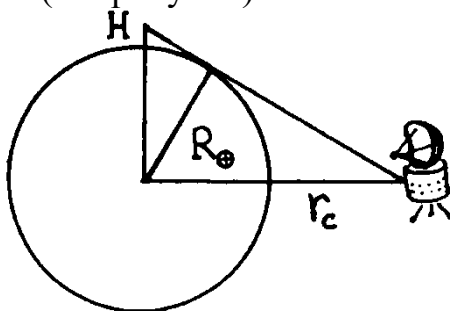
Стареющая Луна видна с вечера на востоке. Чем она старше, тем позже восходит, но при этом видна до утра. Итак, вечером всегда видна молодая Луна, утром – старая.

10.3 Период геостационарного спутника из Третьего закона Кеплера равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r_c^3}{GM}},$$

где r_c – расстояние между центрами масс Земли и спутника, M – масса Земли, G – гравитационная постоянная. Отсюда $r_c \approx 42000 \text{ км}$.

Пусть H – высота антенны (см. рисунок).



Из теоремы Пифагора и подобия треугольников (считая Землю шаром) получим:

$$\frac{H + R_{\oplus}}{r_c} = \frac{R_{\oplus}}{\sqrt{r_c^2 - R_{\oplus}^2}},$$

откуда

$$H = \frac{R_{\oplus}}{\sqrt{1 - \left(\frac{R_{\oplus}}{r_c}\right)^2}} - R_{\oplus} \approx \frac{R_{\oplus}^3}{2r_c^2} \approx 73 \text{ км}.$$

10.4 Нет, постольку там в это время полярная ночь.

10.5 Пусть радиус окружности – R . Каждая из двух крайних звезд притягиваются к центру окружности двумя компаньонками и движется с ускорением

$$a = \frac{GM}{R^2} + \frac{GM}{4R^2} = \frac{5GM}{4R^2}.$$

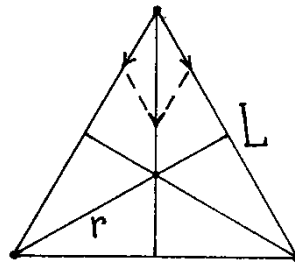
Приравняем его к центростремительному ускорению (V^2 / R) и найдем орбитальную скорость:

$$v = \sqrt{\frac{5GM}{4R}},$$

Откуда период:

$$P = 2\pi \frac{R}{v} = 4\pi \sqrt{\frac{R^3}{5GM}}.$$

10.6 Расстояние от звезды до центра масс (r), лежащего на пересечении биссектрис треугольника (см. рисунок), находим используя теорему Пифагора и теорему о пересечении биссектрис, делящих друг друга в отношении 1:2 ($r = L / \sqrt{3}$).



Сложив, по правилу параллелограмма, силы, действующие на звезду, найдем ее ускорение к центру масс: $a = \sqrt{3}Gm / L^2$, где m – масса звезды. Это ускорение играет роль центростремительного (v^2 / r), поэтому скорость вращения $v = \sqrt{Gm / L}$. Поскольку орбитальный период $P = 2\pi r / v$, то $(P / 2\pi)^2 = L^3 / (3Gm)$, откуда

$$m = \frac{4\pi^2 L}{3GP^2}$$