**Всероссийская олимпиада школьников**

муниципальный этап

**Астрономия, 2014 год**

**10 класс**

**Критерии проверки**

Все задания по 8 баллов

Таблицы с баллами носят ориентировочный характер

## Время написания -210 минут

**Задание 1**

**Слиток золота на Земле уравновешивается на рычажных весах 6-ю 2-х килограммовыми гирями. Сколько таких гирь потребуется, что бы уравновесить его на Луне? Ускорение свободного падения на Земле $g = 9{,}81 кг/м \cdot с^2$, на Луне $g_л = 1{,}62 кг/м \cdot с^2$**

| | |
|---|---|
| 1 балл | |
| 2 балла | |
| 3 балла | Участник разделил 12 на 6 не учтя что веса гирь тоже меняются |
| 4 балла | |
| 5 баллов | |
| 6 баллов | |
| 7 баллов | |
| 8 баллов | Задача решена полностью, получен верный ответ |

Решение:

По прежнему 6. Да, на Луне сила тяжести меньше в 6 раз — но, во сколько раз легче становится слиток, ровно во столько же раз легче становятся гири. Равновесие сохраняется неизменным. Совсем другая ситуация была бы в случае, например, пружинных весов.

Ответ: 6.

**Задание 2**

**Запущенный Европейским космическим агентством орбитальный телескоп Hyparcos был способен измерять параллакс звёзд с точностью до 20 тысячных угловой секунды с орбиты, примерно совпадающей с орбитой Земли вокруг Солнца. Оцените, на каком максимальном удалении он теоретически мог определять расстояние до звезд. Расстояние от Земли до Солнца R=150000000 км**

| | |
|---|---|
| 1 балл | |
| 2 балла | |
| 3 балла | |
| 4 балла | Участник правильно написал, что такое паралакс |
| 5 баллов | |
| 6 баллов | |
| 7 баллов | |
| 8 баллов | Задача решена полностью, получен верный ответ |

Решение:

Он сможет это сделать если параллакс у этой звезды будет меньше чем 0,000007”. Так как угол очень мал, можно считать что tan равен самому углу в радианах, то есть

$$\frac{R}{L} = t \quad 0{,}02''$$

$$L \approx \frac{1}{0{,}0\ /(3\quad \cdot 3\quad)\cdot 2\pi} \approx 1{,}55 \cdot 10^1 \text{ км} \approx 163{,}8 \text{св. лет}$$

Ответ: **163,8 св. лет**

**Задание 3**

**Какую часть площади небесной сферы закрывает Земля при взгляде с Луны (считать что Земля находится над горизонтом)? Радиус Земли $R_з = 6370$км, расстояние от Земли до Луны считать равным $R = 380000$ км**

| | |
|---|---|
| 1 балл | |
| 2 балла | |
| 3 балла | Участник продемонстрировал понимание понятия «небесная сфера», ввёл условный радиус |
| 4 балла | |
| 5 баллов | |
| 6 баллов | Участник рассчитал условную площадь небесной сферы либо вычислил видимые угловые размеры Земли |
| 7 баллов | |
| 8 баллов | Задача решена полностью, получен верный ответ |

Примечание: задача может так же решаться через углы

Решение:

Расстояние от Луны до земли намного больше радиуса Земли, поэтому шарообразностью Земли можно пренебречь и заменить её диском радиуса $R_з$. Для нахождения отношения площадей удобней всего ввести виртуальную дистанцию до небесной сферы. Проще всего выбрать в этом качестве то же самое $R = 380000$км. В этом случае общая площадь такой небесной сферы составит $S_{нс} = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \approx 4 \cdot 3.14 \cdot 380000^2 \approx 1{,}81 \cdot 10^{1}$ км². А площадь Земли $2 \cdot \pi \cdot R_з^2 \approx 2 \cdot 3.14 \cdot 6370^2 \approx 2{,}55 \cdot 10^{8}$км². Соответственно, их отношение составит $\frac{R_з^2}{2 \cdot R^2} \cdot 100\% \approx 0{,}014\%$

Ответ: 0,014%

**Задание 4**

**Комета совершает один оборот вокруг Солнца за 64 года, а ей перигелий находится на орбите Земли. Во сколько раз скорость этой кометы в точке, максимально удалённой от линии, соединяющей её перигелий и апогелий, больше чем её скорость в апогелии?**

| | |
|---|---|
| 1 балл | |
| 2 балла | Участник указал что движение будет проходить по эллипсу |
| 3 балла | |
| 4 балла | Участник правильно нашёл большую полуось |
| 5 баллов | |
| 6 баллов | Участник правильно нашёл малую полуось |
| 7 баллов | |
| 8 баллов | Задача решена полностью, получен верный ответ |

Решение:

Согласно первому закону Кеплера, орбитой этой кометы будет эллипс с Солнцем в одном из фокусов. Согласно второму третьему закону Кеплера, отношение квадратов периодов равно отношению кубов больших полуосей. Сравним эту комету с Землёй:

$$\frac{T_{\text{кометы}}^2}{T_{\text{Земли}}^2} = \frac{a_{\text{кометы}}^3}{a_{\text{Земли}}^3}$$
$$\frac{(6\text{года})^2}{(1\text{год})^2} = \frac{a_{\text{кометы}}^3}{(1\text{а.е.})^3}$$
$$a_{\text{кометы}} = \sqrt[3]{64^2} = 16\text{а. е.}$$

То есть большая ось $A = 32$а.е. Но эллипс, по определению, геометрическое место точек, сумма расстояний которых до обоих фокусов постоянно. Фокусы расположены на расстоянии $f = 16 - 1 = 15$а.е. от центра эллипса. Значит для малой полуоси $b_{\text{кометы}}$должно быть верно, что

$$a_{\text{Земли}} + (a_{\text{Земли}} + 2 \cdot f) = 2 \cdot \sqrt{f^2 + b_{\text{кометы}}^2}$$
$$a_{\text{Земли}} + f = \sqrt{f^2 + b_{\text{кометы}}^2}$$
$$16 = \sqrt{15^2 + b_{\text{кометы}}^2}$$
$$b_{\text{кометы}} = \sqrt{16^2 - 15^2} \approx 5{,}57\text{а. е.}$$

Но комета максимально удалена от линии апогелий-перигелий когда она проходит через точку эллипса в которую упирается малая полуось. В этот момент расстояние от кометы до Солнца равно $l = \sqrt{f^2 + b_{\text{кометы}}^2} = 16\text{а. е.}$. А в апогелии расстояние от Солнца до кометы составляет $l_{\text{п}} = 2 \cdot a_{\text{кометы}} - a_{\text{Земли}} = 31\text{а. е.}$. Но из второго закона Кеплера следует что отношение скоростей при движении по орбите обратно пропорционально отношению расстояний до центрального тела. Следовательно в этой точке скорость кометы будет в $3115 \approx 2{,}07$раза больше чем в апогелии

Ответ: В 2,07 раза

**Задание 5**

**На какой высоте над горизонтом виден в Калининграде геостационарный спутник, висящий на долготе Калининграда? Радиус Земли** $R_{\text{з}} = 6370$**км, масса Земли** $M_{\text{з}} = 6 \cdot 10^2$ **кг, гравитационная постоянная** $G = 6{,}67 \cdot 10^{-1}$ Н $\cdot$ м$^2$/кг$^2$ **. Координаты Калининграда** 54°43′**северной широты,** 20°31′**восточной долготы**

| | |
|---|---|
| 1 балл | |
| 2 балла | Участник правильно нарисовал чертёж или описал ситуацию |
| 3 балла | |
| 4 балла | Участник правильно вычислил или вспомнил радиус орбиты геостационарного спутника |
| 5 баллов | Участник правильно вычислил или вспомнил радиус орбиты геостационарного спутника, нарисовал чертёж или описал ситуацию, но не смог решить геометрическую часть задачи |
| 6 баллов | |
| 7 баллов | |
| 8 баллов | Задача решена полностью, получен верный ответ |

Примечание: существует много способов решить геометрическую часть задания. Все они оцениваются одинаково

Решение:

Прежде всего найдём радиус орбиты геостационарного спутника.

Высота геостационарного спутника над поверхностью Земли такова, что период его обращения совпадает со скоростью вращения Земли, то есть приняв его расстояние до центра Земли за R, массу спутника за $m$, получим

$$m\Omega^2 R = G\frac{m\ _3}{R^2}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{G\ _3}{\Omega^2}}$$

но ускорение свободного падения$g = \frac{G\ _3}{R_3^2}$, то

$$R = \sqrt[3]{\frac{gR_3^2}{\Omega^2}} = \sqrt[3]{\frac{gR_3^2T^2}{(2\pi^2)}} = \sqrt[3]{\frac{9{,}8\cdot 6\quad{}^2\cdot 2\cdot 3}{(2\cdot 3{,}1\ )^2}} \approx 42000000\text{м} = 42000\text{км}$$

Теперь рассмотрим треугольник, вершинами которого являются центр земли (вершина А), Калининград (В) и спутник (С). Так как спутник имеет ту же долготу, что и Калининград, весь этот треугольник лежит в плоскости калининградского меридиана. В нём $A\ = R_з = 6370$км, $A\ = R = 42000$км, и угол$\angle BAC = 54°43' = 54{,}72°$.

По теореме косинусов

$$B\ ^2 = A\ ^2 + A\ ^2 - 2\cdot A\ \cdot A\ \cdot c\ \ \angle B$$

$$B\ = \sqrt{6370^2 + 42000^2 - 2\cdot 6370\cdot 42000\cdot c\ \ 54{,}72°} \approx 38672\text{км}$$

По теореме синусов

$$\frac{A}{s\ \ \angle B} = \frac{B}{s\ \ \angle B}$$

$$\frac{6}{s\ \ \angle B} = \frac{3}{s\ \ 5\ ,7\ ^o}$$

$$\angle B\quad \approx a\quad \left(\frac{6\quad\cdot 0{,}8}{3}\right) \approx 7{,}73°$$

Но угол между направлением на спутник ( ВС ) и направлением на зенит (продолжение АВ за точку В) равен $\angle B\quad + \angle B\quad = 62{,}45°$. Значит, видимая высота такого спутника над горизонтом составит $90^o - 62{,}45^o = 27{,}55°$

**Ответ:** 27,55°

**Задание 6**

**Из-за сопротивления атмосферы Международная Космическая станция теряет примерно 2 километра высоты в месяц. Оценить силу торможения, действующую на МКС. Массу МКС считать равной$M = 450$тонн, начальную высоту орбиты $H = 420$км. Радиус Земли $R_з = 6370$км, масса Земли $M_з = 6\cdot 10^2$ кг, гравитационная постоянная $G = 6{,}67\cdot 10^{-1}$ Н · м$^2$/кг$^2$.**

| | |
|---|---|
| 1 балл | |
| 2 балла | |
| 3 балла | |

| | |
|---|---|
| 4 балла | Участник не учел изменение кинетической энергии |
| 5 баллов | |
| 6 баллов | |
| 7 баллов | Задача решена без учёта изменения силы тяжести с высотой, с использованием наземного ускорения свободного падения, лио решение содержит арифметические ошибки |
| 8 баллов | Задача решена полностью, получен верный ответ |

Решение:

Проще всего здесь воспользоваться законом сохранения энергии. Для этого найдём, насколько уменьшается энергия МКС при снижении на 2 км. Это снижение можно разделить на две части: снижение потенциальной энергии из-за уменьшения высоты и снижение кинетической вследствие уменьшения скорости. Так как про высота орбиты МКС достаточно высока по отношению к радиусу Земли, лучше воспользоваться полной формулой для энергии в поле тяжести

$$\Delta E_p = G \cdot M \cdot M_3 \left( \frac{1}{R_3 + H - \Delta} - \frac{1}{R_3 + H} \right)$$

$$\Delta E_p = 6{,}67 \cdot 10^{-1} \cdot 450000 \cdot 6 \cdot 10^{2} \left( \frac{1}{6370000 + 420000 - 2000} - \frac{1}{6370000 + 420000} \right)$$

$$\Delta E_p \approx 7{,}8 \cdot 10^{9} \text{Дж}$$

Так как орбиту МКС можно считать круговой, мы можем по имеющимся данным найти её орбитальную скорость:

$$G \frac{M \cdot M_з}{(R_з + H)^2} = M \frac{V^2}{R_з + H}$$

$$V = \sqrt{\frac{G \cdot M_з}{R_з + H}}$$

А, значит, изменение кинетической энергии составит

$$\Delta E_к = \frac{M \cdot V_2^2}{2} - \frac{M \cdot V_1^2}{2}$$

$$\Delta E_к = \frac{G \cdot M \cdot M_3}{2} \left( \frac{1}{R_3 + H - \Delta} - \frac{1}{R_3 + H} \right) = \frac{1}{2} \Delta E_p$$

То есть общие потери энергии за месяц составляют

$$\Delta = \Delta E_p + \Delta E_к = \frac{3}{2} \Delta E_p = \frac{3}{2} \cdot 7{,}8 \cdot 10^{9} \approx 1{,}2 \cdot 10^{1} \text{ Дж}$$

Но за это время МКС пролетела примерно $V \cdot t = \sqrt{\frac{G \cdot M_з}{R_з + H}} \cdot t$ метров, а изменение энергии, то есть работа — это произведение силы на путь. Отсюда сила:

$$F = \frac{\Delta}{V \cdot t} = \frac{\Delta}{t} \sqrt{\frac{R_з + H}{G \cdot M_з}} = \frac{1{,}2 \cdot 1^{\ 1}}{3 \cdot 2 \cdot 3} \sqrt{\frac{6 \quad +4}{6{,}6 \cdot 1^{\ -1} \cdot 6 \cdot 1^{\ 2}}} \approx 0{,}6 \text{Н}$$

Ответ: 0,6 Н