**Решения задач муниципального этапа**
**олимпиады по астрономии**
**среди 11 классов**

1. Оценить во сколько раз освещенность на орбите Марса отличается от освещенности на орбите Земли.

**Решение:** При вычислении освещенностей поверхностей таких планет как Земля и Марс можно считать Солнце точечным изотропным источником (**2 балла**). Для сравнения допустим, что лучи света на поверхность Земли и Марса падают нормально. Тогда имеем, что

$$E_1 = I/r_1^2\ ;\ E_2 = I/r_2^2\ , \qquad \textbf{(3 балла)}$$

где $I$ – интенсивность излучения Солнца, $E_1$ и $E_2$ – освещенности Земли и Марса соответственно, $r_1 = 149.5 \cdot 10^6$ км – средний радиус орбиты Земли, $r_2 = 227.8 \cdot 10^6$ км – средний радиус орбиты Марса. Искомое значение равно:

$$\frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{227.8 \cdot 10^6}{149.5 \cdot 10^6}\right)^2 \approx 2.32 \qquad \textbf{(3 балла)}$$

Табличные значения освещенностей на орбитах планет равны: $E_1 = 135000$ лк и $E_2 = 58000$ лк, что точно отражает вычисленное значение.

2. Период обращения Земли вокруг Солнца равен 365,25 суток. Определите период обращения астероида, если известно, что в перигелии своей орбиты он находится на расстоянии 0,3 а.е. от Солнца, а в афелии удаляется от него на расстояние 1,7 а.е.

**Решение**: согласно III закону Кеплера отношение квадратов периодов обращения планет равно отношению кубов их больших полуосей (**2 балла**). Большая полуось орбиты астероида равна (0,3 + 1,7)/2 = 1 а.е. (**2 балла**), т.е. в точности равна большой полуоси орбиты Земли (**2 балла**). Отсюда следует, что период обращения астероида вокруг солнца равен периоду обращения Земли, т.е. 365,25 дням. (**2 балла**)

3. Какова продолжительность года на Марсе, если считать, что планеты движутся вокруг Солнца по эллипсам; большая полуось орбиты Марса равна $a = 227.944 \cdot 10^6$ км, для Земли – $a_1 = 149.598 \cdot 10^6$ км?

**Решение:** Если планета Марс движется по эллипсу, то период ее обращения вокруг Солнца найдем из третьего закона Кеплера: «квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей их орбит». Имеем, что:

$$\frac{T^2}{T_1^2} = \frac{a^3}{a_1^3}. \qquad \textbf{(3 балла)}$$

Откуда:

(**3 балла**) $T = T_1\left(\frac{a}{a_1}\right)^{3/2} = 365.25 \cdot 3600 \cdot 24\left(\frac{227.944 \cdot 10^6}{149.598 \cdot 10^6}\right)^{3/2} \approx 1.881$ земного года (**2 балла**).

4. В нашей Галактике вспыхнула сверхновая звезда в созвездии Водолея. Известно, что расстояние до неё составляет 15 кпк, а абсолютная звёздная величина равна –19$^m$. Оцените её видимую звёздную величину. С чем можно сравнить блеск этой сверхновой?

**Решение**: видимая звёздная величина вычисляется по формуле

$$m = M - 5 + 5\lg r, \qquad \textbf{(3 балла)}$$

где $M$ – абсолютная звёздная величина (равная видимой звёздной величине при наблюдении со «стандартного» расстояния 10 пк), а $r$ – расстояние, выраженное в парсеках. Подставляя численные значения, получаем видимый блеск сверхновой, равный $-3^m$ (**3 балла**), что превосходит блеск всех планет, кроме Венеры.

Расчёты, представленные выше были бы неверны, если бы вспышка наблюдалась *в другом созвездии*, например, близком к плоскости Галактики. В этом случае из-за большого количества пыли в формуле следовало бы учесть изменение блеска за счёт поглощения (дополнительное слагаемое). Но так как созвездие Водолея находится далеко от плоскости нашей Галактики, то используемая формула «работает» хорошо (**2 балла**).

5. На какое расстояние $h$ должен быть удален искусственный спутник Марса от его поверхности, чтобы период вращения спутника вокруг планеты был равен одному «сол» (1 сол – длительность одних средних солнечных суток на Марсе: $T =$ 24 часа 40 минут). Радиус Марса ($R_\text{М} = 3389.5\,\text{км}$) и ускорение свободного падения на поверхности планеты ($g_\text{М} = 3.71\,\text{м/с}^2$) считать известными.

**Решение:** Согласно второму закону Ньютона сила гравитационного притяжения равна центростремительной силе:

$$G\frac{m_{\text{с}} M_{\text{М}}}{(R_{\text{М}}+h)^2} = m_{\text{с}} a_{\text{ц}}, \qquad \textbf{(1 балл)} \qquad (1)$$

где $G = 6.67\cdot 10^{-11}\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{кг}^2$ – гравитационная постоянная, $m_{\text{с}}$ – масса спутника, $M_{\text{М}}$ – масса планеты Марс, $a_{\text{ц}} = \upsilon^2/(R_{\text{М}}+h)$ – центростремительное ускорение (**1 балл**). Откуда выразим скорость спутника:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{GM_{\text{М}}}{R_{\text{М}}+h}}. \qquad \textbf{(1 балл)} \qquad (2)$$

По закону всемирного тяготения на поверхности Марса для тела массой $m$ имеем:

$$mg_{\text{М}} = G\frac{mM_{\text{М}}}{R_{\text{М}}^2} \Rightarrow GM_{\text{М}} = g_{\text{М}} R_{\text{М}}^2. \qquad \textbf{(1 балл)} \qquad (3)$$

Учитывая формулу (3), выражение (2) примет вид:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{g_{\text{М}} R_{\text{М}}^2}{R_{\text{М}}+h}} = R_{\text{М}}\sqrt{\frac{g_{\text{М}}}{R_{\text{М}}+h}}. \qquad \textbf{(1 балл)} \qquad (4)$$

Выражение для скорости спутника необходимо для определении периода вращения спутника вокруг планеты:

$$T = \frac{2\pi}{\omega},\ \text{где}\ \omega = \frac{\upsilon}{R_{\text{М}}+h}. \qquad \textbf{(1 балл)} \qquad (5)$$

Из (4) и (5) получим:

$$T = \frac{2\pi(R_{\text{М}}+h)}{\upsilon} = \frac{2\pi(R_{\text{М}}+h)^{3/2}}{R_{\text{М}}\sqrt{g_{\text{М}}}} \Rightarrow h = \left(\frac{TR_{\text{М}}\sqrt{g_{\text{М}}}}{2\pi}\right)^{2/3} - R_{\text{М}} \quad \textbf{(1 балл)}$$

Откуда:

$$h = \left(\frac{88800\cdot 3389.5\cdot 10^3\sqrt{3.71}}{2\cdot 3.14}\right)^{2/3} - 3389.5\cdot 10^3 \approx 17018.2\cdot 10^3\ \text{м} \approx 17000\ \text{км}$$

**(1 балл)**

Для сравнения, средние радиусы орбит и периоды обращения спутников Марса Фобоса и Деймоса равны соответственно: $r_{\text{Ф}} = 9400\ \text{км}$; $T_{\text{Ф}} = 7\ \text{ч}\ 39\ \text{мин}$; $r_{\text{Д}} = 23500\ \text{км}$; $T_{\text{Д}} = 30\ \text{ч}\ 18\ \text{мин}$.

6. В скоплении галактик насчитывается около 100 галактик. Участок неба, занимаемый этим скоплением, составляет примерно 6°×6°. Расстояние до скопления 15 Мпк. Оцените среднее расстояние между галактиками в этом скоплении.

**Решение:** Линейный размер скопления примерно равен 1,5 Мпк (6° примерно равны 1/10 радиана, соответственно, поэтому линейный размер примерно в 10 раз меньше расстояния до скопления). Таким образом, объем, приходящийся на эти 100 галактик, равен $1{,}5^3 \approx 3{,}4$ кубических Мпк. Получаем, что объем, приходящийся на 1 галактику в этом скоплении, равен 0,034 куб. Мпк. Характерный линейный размер этого объёма пространства составляет $(0{,}034)^{1/3} \approx 0{,}32$ Мпк. Это и есть среднее расстояние между галактиками. (Можно заметить, что точность до трех и даже до двух значащих цифр здесь неуместна, и в качестве ответа правильней всего написать 0,3 Мпк).