

**Астрономия, 11 класс, муниципальный этап**  
**Время выполнения – 3 часа.**

**Каждая задача оценивается в 8 баллов.**

**Задание 1.**

С какой минимальной скоростью  $V_{сн}$  самолет должен лететь вблизи поверхности Земли, чтобы в течение максимального времени его пассажиры могли наблюдать полное солнечное затмение?

**Задание 2.**

Четыре тела одинаковой массы  $m$  расположены в вершинах квадрата со стороной  $a$ . Система равномерно вращается с угловой скоростью относительно центра масс. Определите угловую скорость  $\omega$  вращения системы как целого.

**Задание 3.**

Комета с параболической орбитой сближается в перигелии своей орбиты с планетой, мгновенно касается ее поверхности и переходит на гелиоцентрическую эллиптическую орбиту. Докажите, что при соотношении периодов кометы (на эллиптической орбите) и планеты  $T_k:T_{П} = 1:2$  угол поворота вектора гелиоцентрической скорости кометы составит  $\theta = 156^\circ$ . Движение тел происходит в одной плоскости. Радиус круговой орбиты планеты равняется  $a$ . (Взаимодействие кометы с планетой сводится к мгновенному повороту вектора гелиоцентрической скорости кометы в перигелии параболической орбиты кометы. В начальный момент времени вектор параболической скорости кометы – в перигелии ее орбиты – параллелен вектору круговой скорости планеты).

**Задание 4.**

Два астероида имеют одинаковый синодический период  $S$  и один и тот же эксцентриситет орбит. Оба движутся в плоскости круговой орбиты Земли. При каком одинаковом для обеих орбит эксцентриситете  $e$ , астероиды будут сближаться с Землей на одно и то же минимальное расстояние  $\Delta$ , соответственно в перигелии и афелии своих орбит? Считать, что первый астероид движется по орбите, расположенной вне орбиты Земли (пренебрегаем возможным его заходом внутрь орбиты Земли при вычислении  $S$ ), а орбита второго астероида находится внутри орбиты Земли (пренебрегаем его возможным выходом из орбиты Земли при вычислении  $S$ ).

**Задание 5.**

При какой энергии  $E$  электрон с «классическим» радиусом  $r_e$  может превратиться в черную дыру? Принять, что масса электрона имеет электромагнитное происхождение.

**Задание 6.**

В космологических исследованиях часто используют систему единиц, в которой  $h = 1$ ,  $c = 1$ ,  $G = 1$  (постоянная Планка, скорость света и гравитационная постоянная, соответственно). Используя такую нестандартную систему единиц, оцените массу видимой части Вселенной в килограммах, если границы находятся на расстоянии 13.9 миллиардов световых лет.

## СПРАВОЧНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

### §1. Основные физические и астрономические постоянные

Гравитационная постоянная  $G = 6.672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$

Скорость света в вакууме  $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

Универсальная газовая постоянная  $\mathcal{R} = 8.31 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$

Постоянная Стефана-Больцмана  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$

Масса протона  $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

Масса электрона  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$

Астрономическая единица 1 а.е. =  $1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$

Парсек 1 пк = 206265 а.е. =  $3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$

Постоянная Хаббла  $H = 68 \text{ (км/с)/Мпк}$

### §2. Данные о Солнце

Радиус 695 000 км

Масса  $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$

Светимость  $3.88 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$

Спектральный класс G2

Видимая звездная величина – 26.78<sup>m</sup>

Абсолютная болометрическая звездная величина +4.72<sup>m</sup>

Показатель цвета (B–V) +0.67<sup>m</sup>

Эффективная температура 5800К

Средний горизонтальный параллакс 8.794"

Интегральный поток энергии на расстоянии Земли 1360 Вт/м<sup>2</sup>

Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли 600 Вт/м<sup>2</sup>

## Данные о Земле

Эксцентриситет орбиты 0.017

Тропический год 365.24219 суток

Средняя орбитальная скорость 29.8 км/с

Период вращения 23 часа 56 минут 04 секунды

Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000 года:  $23^{\circ} 26' 21.45''$

Экваториальный радиус 6378.14 км

Полярный радиус 6356.77 км

Масса  $5.974 \cdot 10^{24}$  кг

Средняя плотность  $5.52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$

Объемный состав атмосферы:  $\text{N}_2$  (78%),  $\text{O}_2$  (21%), Ar (~1%).

## §3. Данные о Луне

Среднее расстояние от Земли 384400 км

Минимальное расстояние от Земли 356410 км

Максимальное расстояние от Земли 406700 км

Эксцентриситет орбиты 0.055

Наклон плоскости орбиты к эклиптике  $5^{\circ} 09'$

Сидерический (звездный) период обращения 27.321662 суток

Синодический период обращения 29.530589 суток

Радиус 1738 км

Масса  $7.348 \cdot 10^{22}$  кг или 1/81.3 массы Земли

Средняя плотность  $3.34 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$

Визуальное геометрическое альbedo 0.12

Видимая звездная величина в полнолуние  $-12.7^m$

#### §4. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность г·см <sup>-3</sup>	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты градусы	Геометр. альbedo	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695000	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	–26.8
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	–0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут**	177.36	0.65	–4.4
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	–2.0
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	–2.7
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час**	97.86	0.51	5.7
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8

\* – для наибольшей элонгации внутренних планет и среднего противостояния внешних планет.

\*\* – обратное вращение.

## §5. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн.км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	—
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

## §6. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альbedo	Видимая звездная величина*
	кг	км	г/см <sup>3</sup>	км	сут		m
<b>Земля</b>							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
<b>Марс</b>							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
<b>Юпитер</b>							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
<b>Сатурн</b>							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.2	~11.0
<b>Уран</b>							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
<b>Нептун</b>							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685**	0.7	13.5

\* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет.

\*\* – обратное направление вращения.

## §7. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin (\alpha + x) \approx \sin \alpha + x \cos \alpha;$$

$$\cos (\alpha + x) \approx \cos \alpha - x \sin \alpha ;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + x) \approx \operatorname{tg} \alpha + \frac{x}{\cos^2 \alpha}$$

$$(1 + x)^n = 1 + nx$$

( $x \ll 1$ , углы выражаются в радианах).