МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ,
НАУКИ И МОЛОДЕЖНОЙ ПОЛИТИКИ
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ

Государственное бюджетное учреждение
дополнительного образования
Краснодарского края
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОДАРЕННОСТИ»

350000 г. Краснодар,
ул. Красная, 76
тел. 259-84-01
E-mail: cro.krd@mail.ru

Всероссийская олимпиада школьников
по астрономии

2017-2018 учебный год

Муниципальный этап

11 класс, ответы

Председатель предметно-методической комиссии: Тумаев Е. Н., д.ф.-м.н., профессор

Задача 1

Какова стационарная скорость углеродной наночастицы сферической формы (радиус r=0,1 мкм, плотность ρ=2 г/см^2)? Со стороны Солнца на частицу действует поток фотонов и поток альфа-частиц (ядер гелия, масса примерно 4 атомные единицы). Частица находится на расстоянии 1 а.е. Притяжение частицы Солнцем не учитывать. Концентрация альфа-частиц равна $n=10^8$ 1/м^3 , их скорость v=450 км/с.

Решение задачи 1

Поскольку наночастица разгоняется потоком фотонов и альфа-частиц, ее стационарная скорость v0 будет больше, чем скорость потока частиц v=450 км/с.Вследствие этого альфа-частицы ударяются чаще в переднюю полусферу наночастицы, и передаваемый за время Δt импульс равен

$$F\Delta t_1 = mn\cdot\pi r^2\cdot(v_0 - v)\Delta t\cdot(v_0 - v) = mn(v_0 - v)^2\pi r^2\Delta t\,,$$

где $4*1,666*10^{-27}=4,664*10^{-27}$ кг – масса альфа-частицы,

Сила светового давления на заднюю поверхность частицы, равна

$$F_2 = \frac{I}{c}\pi r^2\,,$$

где c – скорость света, I– интенсивность солнечного излучения, величина которой на расстоянии R=1 а.е.=149,6 млн. км равна

$$I - \frac{W}{4\pi R^2} = \frac{3,88\cdot 10^{26}}{4\cdot 3,14\cdot\left(1,496\cdot 10^{11}\right)^2} = 1,380\cdot 10^3\text{ Вт/м}^2.$$

Приравнивая силы F_1 и F_2, получаем

$$v_0 = v + \sqrt{\frac{I}{cmn}} = 4,5\cdot 10^5 + \sqrt{\frac{1,36\cdot 10^3}{3\cdot 10^8\cdot 4,664\cdot 10^{-27}\cdot 10^8}} =$$

$$= 4,5\cdot 10^5 + 3,118\cdot 10^6 = 3,568\cdot 10^6 \text{ м/с}$$

Рекомендуемая оценка задачи 1

Нахождение силы F_1– 2 балла, нахождение силы F_2 – 2 балла, составление уравнения равновесия сил – 2 балла, нахождение стационарной скорости – 2 балла. Итого – 8 баллов.

Задача 2

Найти синодический период обращения Венеры вокруг Солнца (ответ выразить в земных сутках). Какую часть этого периода (в сутках) Венера находится дальше от Земли, чем Солнце?

Решение задачи 2

Синодический период обращения Венеры S по орбите находим из соотношения

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0},$$

где T=224,7 суток – сидерический период обращения Венеры по орбите, T=365,25 суток – сидерический период обращения Земли по орбите. Находим S

$$S = \left(\frac{1}{224,7} - \frac{1}{365,25} \right)^{-1} = 583,9 \text{ суток.}$$

Проведем лежащую в плоскости эклиптики дугу радиусом 1 а.е. с в центре, которой находится Земля. Эта дуга отсекает от орбиты Венеры дугу, находясь на которой Венера будет ближе к Зеле, чем Солнце. Угол 2φ, опирающийся на эту дугу, найдем из того факта, что крайняя точка этой дуги образует с точками, где расположены Солнце и Земля, равнобедренный треугольник, две стороны которого равны R_0=1 а.е., а третья – радиусу орбиты Венеры R=0,7233 а.е. Тогда

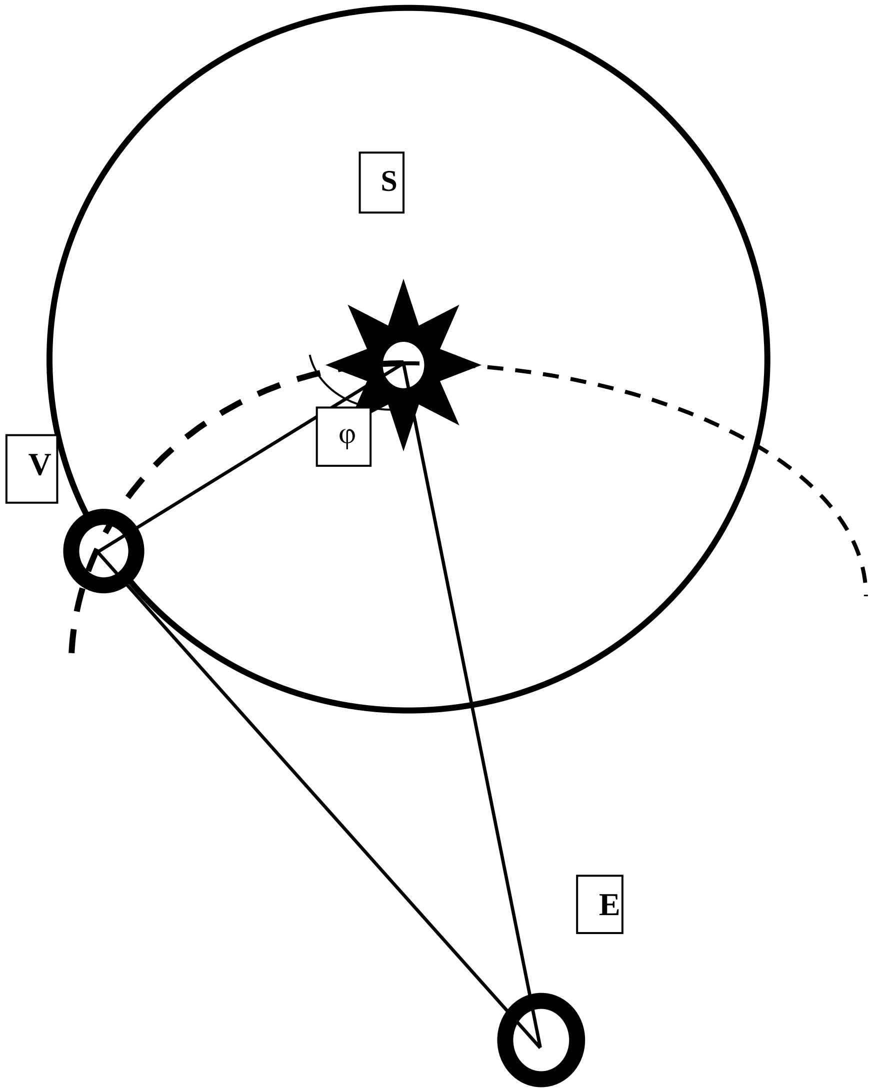
$$\cos\varphi = \frac{R}{2R_0} = \frac{0,7233}{2 \cdot 1} - 0,3616 \ \text{ а.е.,} \quad \varphi = 68,798^\circ$$

Угол, дополнительный к углу2φ, равен

$$360^\circ - 2\varphi = 360^\circ - 2 \cdot 69,798^\circ = 220,404^\circ$$

Составляя пропорцию: 360º -- 583,9 суток, 220,404º -- xсуток, находим

$$x = \frac{220,404 \cdot 583,9}{360} = 357,48 \text{ суток.}$$


S
V
φ
E

Рекомендуемая оценка задачи 2

Вычисление синодического периода обращения Венеры – 2 балла (если синодический период взят из таблиц, то 2 балла не ставится), построение треугольника Земля-Солнце-Венера – 2 балла, нахождение угла φ и угла 360–2φ – 2 балла, определение продолжительности периода, когда Венера находится дальше Солнца – 2 балла. Итого –8 баллов.

Задача 3

В момент противостояния Марса он находится на высоте 4,6º севернее эклиптики. Каким будет угловое расстояние между Солнцем и Землей для наблюдателя, находящегося на Марсе? Какой угловой диаметр будет иметь Земля для этого наблюдателя? Орбиты Земли и Марса считать круговыми.

Решение задачи 3

В треугольнике Земля-Марс-Солнце Внутренний угол с вершиной, где находится Земля, равен 180º-φ=175,4º, Применяя к этому треугольнику теорему синусов, находим угол γ, под которым с Марса видна Земля

$$\frac{\sin\left(180^{\circ}-\varphi\right)}{R_2}=\frac{\sin\gamma}{R_1},$$

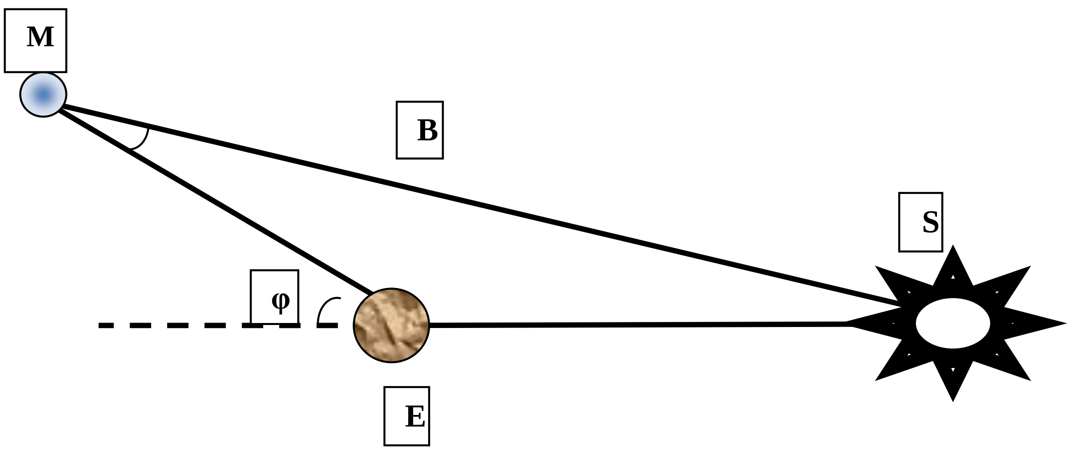
где R_1=1,0 а.е., R_2=1,524 а.е. – радиусы орбит Земли и Марса соответственно. Тогда, в силу малости углов φ и γ можно записать следующую формулу

$$\chi=\frac{R_1}{R_2}\varphi=\frac{1,0}{1,524}4,6=3,02^{\circ}$$

Угол, пол которым с Марса виден диск Земли, равен (r– экваториальный радиус Земли)

$$\theta=\frac{180^{\circ}}{\pi}\cdot\frac{2r}{R_2-R_1}=\frac{180^{\circ}}{3,14}\cdot\frac{2\cdot 6,378\cdot 10^{6}}{\left(1,524-1\right)\cdot 1,496\cdot 10^{11}}=9,323\cdot 10^{-3}\text{ градусов, или}$$

0,336”.



Рекомендуемая оценка задачи 3

Чертеж расположения планет и Солнца – 2 балла, теорема синусов – 2 балла, вычисление высоты Земли – 2 балла, вычисление углового диаметра Земли – 2 балла. Итого – 8 баллов.

Задача 4

В результате взрыва комета, имеющая диаметр d=3,3 км увеличила свой блеск с 16^m до 2^m. Оценить количество осколков, образовавшееся в результате взрыва, средний размер одного осколка и среднее расстояние между ними.

Решение задачи 4

Поскольку комета светит отраженным светом, увеличение блеска означает увеличение площади отражающей поверхности вследствие разрушения кометы. Так как величина блеска J пропорциональна площади поверхности S, то

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{J_2}{J_1} = 10^{0,4\cdot(m_1 - m_2)} 10^{0,4\cdot(16-2)} = 3{,}981\cdot 10^5 \ .$$

При дроблении кометы на N осколков объем каждого осколка уменьшается в N раз, размер отдельного осколка будет в $N^{1/3}$ раз меньше размеров кометы, а площадь поверхности отдельного осколка уменьшится в $N^{2/3}$ раз по сравнению с площадью поверхности кометы. Суммарная же площадь осколков увеличится в $N{*}N^{-2/3}$ $=N^{1/3}$ раз. Поскольку суммарный объем кометы не меняется, то расстояние между осколками, пропорциональное $S^{1/2}$, возрастет в $N^{1/6}$ раз. Найдем эту величину. Из равенства $\frac{S_2}{S_1} = N^{2/3}$ находим, что

$$N = \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^{3/2} = \left(3{,}981\cdot 10^5\right)^{3/2} = 2{,}512\cdot 10^8$$

Размер отдельного осколка равен

$$l = \frac{d}{N^{1/3}} = \frac{3,3\cdot 10^3}{\left(2,512\cdot 10^8\right)^{1/3}} = 5,230\,\text{м}.$$

Расстояние между осколками после взрыва кометы будет равно

$$r = N^{1/6} l = \left(2,512\cdot 10^8\right)^{1/6}\cdot 5,230 = 1,313\cdot`0^2\,\text{м}.$$

Рекомендуемая оценка задачи 4

Связь между площадью поверхности и блеском – 2 балла, вычисление числа осколков – 2 балла, вычисление размера одного осколка – 2 балла, вычисление расстояния между осколками – 2 балла. Итого – 8 баллов.

Задача 5

Протопланета движется по параболической траектории вблизи молодой звезды. В точке перицентра она сталкивается с протопланетой, движущейся по круговой орбите. Перед ударом скорости обеих тел были направлены, противоположно, а после удара оба тела слились в одно без потери массы. При каком соотношении масс планет образовавшееся тело не упадет на центральное светило?

Решение задачи 5

Считаем первым телом то, которое движется по параболической орбите, а вторым – то, которое движется навстречу по круговой орбите. Обозначим массы тел через m_1, m_2, а их скорости – через v_1иv_2. Поскольку круговая скорость – это та минимальная скорость, при которой тело не падает на притягивающий центр, после соударения слипшееся тело будет двигаться в ту же сторону, что и первое тело. Далее, поскольку $v_1 = \sqrt{2} v_2$ то суммарный импульс слипшегося тела равен $m_1 v_1 - m_2 v_2 = m_2 v_2 \left(x\sqrt{2} - 1 \right)$, где $x = m_1 / m_2$ – отношение масс. Скорость слипшегося тела равна

$$u = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} = v_2 \frac{x\sqrt{2} - 1}{x + 1} \;.$$

Для того, чтобы слипшееся тело не упало на притягивающий центр, необходимо, чтобы $u \geq v_2$, или

$$\frac{x\sqrt{2} - 1}{x + 1} \geq 1$$

Из последнего неравенства получаем

$$\frac{x\sqrt{2}-1}{x+1} \ge 1, \qquad x \ge \frac{2}{\sqrt{2}-1} = 2\left(\sqrt{2}+1\right) = 4{,}828$$

Рекомендуемая оценка задачи 5

Установление того, что слипшееся тело будет двигаться по направлению движения первого тела – 2 балла, связь между скоростями первого и второго тела – 2 балла, запись закона сохранения импульса – 2 балла, нахождение отношения масс – 2 балла. Итого – 8 баллов.

Задача 6

Найти соотношение между скоростями кометы, у которой перигелийное расстояние R_1=0,6 а.е., период обращения вокруг Солнца N=76 лет.

Решение задачи 6

Находим большую полуось орбиты кометы

$$a = a_0\left(\frac{T}{T_0}\right)^{2/3} = 1{,}0\cdot\left(\frac{76}{1}\right)^{2/3} = 17{,}942 \text{ а.е.}$$

Здесь a_0 и T_0 – большая полуось и период обращения для Земли. Расстояние до Солнца в перигелии и большая полуось связаны соотношением

$$R_p = a\cdot(1-\varepsilon) ,$$

где ε – эксцентриситет орбиты кометы, равный

$$\varepsilon = 1-\frac{R_p}{a} = 1-\frac{0{,}6}{17{,}942} = 0{,}966$$

Расстояние кометы до Солнца в афелии равно $R_a = a\cdot(1+\varepsilon)$. Движение небесного тела по замкнутой орбите характеризуется постоянством векториальных скоростей, поэтому между скоростями кометы в перигелии и в афелии и соответствующими расстояниями до Солнца имеет место следующая связь

$$v_pR_p = v_aR_a$$

Отсюда скорость кометы в перигелии больше скорости кометы в афелии в

$$\frac{v_p}{v_a} = \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} = \frac{1+0{,}966}{1-0{,}966} = 57{,}824 \text{ раз.}$$

Рекомендуемая оценка задачи 6

Вычисление большой полуоси орбиты кометы – 2 балла, вычисление эксцентриситета – 2 балла, запись формулы для отношения скоростей – 2 балла, вычисление отношения скоростей *– 2 балла. Итого – 8 баллов.