

Олимпиада по астрономии. Муниципальный этап
11 класс

Задание 1. (5.6. Эволюция звезд)

По современным оценкам при переходе Солнца в стадию красного гиганта, которое произойдет приблизительно через 5 млрд лет, его температура понизится примерно до 4000 К, в тоже время светимость увеличится примерно в 3000 раз. Орбиты каких планет будут поглощены Солнцем? Что при этом произойдет с орбитой Земли, будет ли она поглощена? Если нет, то будут ли шансы сохранения на ней жизни?

Решение.

1) (2 балла – верная формула)

Согласно закону Стефана-Больцмана $\frac{L}{L_s} = \left(\frac{R}{R_s}\right)^2 \left(\frac{T}{T_s}\right)^4$.

2) (3 балла – проведена оценка размеров Солнца в стадии красного гиганта)

Радиус Солнца будет достигать $R \approx \left(\frac{T}{T_s}\right)^{-2} \left(\frac{L}{L_s}\right)^{0.5} R_s \approx 137000000$ км.

Венера и Меркурий будут поглощены.

3) (3 балла – предложено несколько вариантов для Земли)

Земля будет вне границы Солнца (0,93 а.е. расширение). Но возможны варианты. В любом случае близкая поверхность Солнца испарит атмосферу Земли. Шанс на жизнь будут иметь только организмы. Кроме того, Земля может быть отнесена от Солнца в процессе его расширения солнечным ветром. Если этого не произойдет, то Земля всё равно может упасть на Солнце, так как в стадии красного гиганта Солнце будет крайне нестабильным. Любые флуктуации на поверхности звезды приведут к снижению орбиты.

Задание 2. (4.7. Движение звезд в пространстве)

Звёзды Мицар и Алькор в ковше Большой Медведицы представляют собой оптически двойную систему (расстояние до Алькора 81,2 световых лет). Мицар имеет следующие характеристики: параллакс 0.041", радиальная скорость -9 км/с, собственное движение 0.13"/год. Какая звезда расположена ближе? Какая полная скорость Мицара?

Решение.

1) (2 балла – расчёт расстояния до Земли)

Вычислим расстояние до Мицара $1/0,041=24$ пк. Это расстояние составляет $24/0,307=78$ световых лет. То есть к Земле ближе Мицар.

2) (4 балла – расчёт трансверсальной скорости)

Найдём трансверсальную скорость звезды Мицар. За год звезда проходит: $0.13'' \cdot 24 \text{ пк} = 3,12 \text{ а.е.} = 3,12 \cdot 150000000 \text{ км} = 4.68 \cdot 10^8 \text{ км}$. Значит трансверсальной скоростью $v_{\text{тр}} = s/t = 4.68 \cdot 10^8 / (365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) = 15 \text{ км/с}$.

3) (4 балла – расчёт полной скорости)

Полную скорость найдём из теоремы Пифагора $V = \sqrt{15^2 + 9^2} = 17,5 \text{ км/с}$

Задание 3. (4.6. Звезды, общие понятия)

Видимая звёздная величина Полярной звезды 2^m , она больше Солнца в 37.5 раза и находится на расстоянии 130 пк. Чему равна минимальная температура поверхности звезды? (считать, что $\lg 130 \approx 2.1$)

Решение.

1) (2 балла – расчёт абсолютной звёздной величины)

Абсолютная звёздная величина звезды: $M = m + 5 - 5 \lg d = -3.7$.

2) (3 балла – приведён закон зависимости светимости-размера-температуры)

Из закона Стефана-Больцмана, связывающего светимость, размеры и температуру звёзд, получим (логично взять Солнце за стандартную звезду):

$$\frac{L}{L_s} = \left(\frac{R}{R_s} \right)^2 \left(\frac{T}{T_s} \right)^4$$

3) (3 балла – верно проведены расчёты)

Светимость Полярной звезды больше светимости Солнца в $10^{0,4 \cdot (4,7 + 3,7)} \approx 2300$ раз

Отсюда температура звезды равна

$$T = T_s \left(\frac{L}{L_s} \right)^{0,25} \left(\frac{R_s}{R} \right)^{0,5} = T_s \cdot 6,93 \cdot 0,16 \approx 6300 \text{ K}$$

Задание 4. (4.10. Солнце)

Определить среднюю плотность Солнца, если ускорение свободного падения на экваторе 274 м/с^2 . Почему вес некоторого тела на полюсе в 1,044 раза больше веса на экваторе? Радиус Солнца 695000 км. Другие данные о Солнце не известны!

Решение.

1) (3 балла – объяснена разница в весе)

На полюсе закон всемирного тяготения может быть записан в виде $a_p m = GmM / R^2$, где m – масса некоторого тела, M – масса Солнца, R – радиус Солнца, a_p – ускорение свободного падения на полюсе. На экваторе тело участвует также во вращательном движении с некоторым

центростремительным ускорением, в результате чего его вес уменьшается, так как вес тела равен $GmM / R^2 - F_{\text{центростр}}$.

2) (2 балла – найдено ускорение на полюсе)

Можно записать, что $P_p = 1.044P_s$ или $a_{p,m} = 1.044a_{s,m}$. Тогда центростремительное ускорение на полюсе равно $a_p = 286 \text{ км/с}^2$.

3) (3 балла – вычислена плотность)

Вернёмся к $a_{p,m} = GmM / R^2$. Масса Солнца может быть выражена в виде $M = a_p R^2 / G$, объём Солнца $V = 4\pi R^3 / 3$, а плотность равна $\rho = a_p R^2 / VG = 3a_p / 4\pi RG = 1,45 \text{ г/см}^3$.

Задание 5. (4.5. Шкала звездных величин)

Как оценить массу звезды, если известны её температура, видимая звёздная величина, годичный параллакс и ускорение силы тяжести на поверхности?

Решение.

1) (2 балла – за формулу)

Закон всемирного тяготения позволяет выразить массу через ускорение свободного падения $am = GmM / R^2$ и $M = aR^2 / G$, где неизвестен R – радиус звезды.

2) (2 балла – за формулу)

Радиус звезды выразим через температуру из закона Стефана-Больцмана $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$, где неизвестна светимость.

3) (2 балла – за формулу)

Светимость выразим через абсолютную звёздную величину M_s из формулы Погсона $L = 10^{0.4(M_{\odot} - M_s)} L_{\odot}$, связывающей светимость и абсолютную величину звезды с характеристиками Солнца. Не известна абсолютная звёздная величина.

4) (2 балла – за формулу)

Абсолютную звёздную величину найдём из соотношения между видимой и абсолютной звёздными величинами: $M_s = m - 5 \lg r + 5$.

Расстояние известно, так как известен параллакс. Все формулы можно последовательно собрать в одну и выразить массу звезды.

Задание 6. (6.4. Космология)

Сверхгигантская эллиптическая галактика в созвездии Девы M87 (NGC 4486) имеет угловой размер $7'$. Известно, что красное смещение для неё равно 0.004 . Оценить расстояние до галактики и её линейный радиуса, а также провести расчёт массы центральной её части, если средняя скорость вращения звёзд вокруг галактического центра составляет 125 км/с .

Решение.

5) (3 балла – вычислено расстояние)

Найдём расстояние до галактики согласно закону Хаббла и эффекту

Доплера: $d = v / H = cz / H = 17.6 \text{ Мпк}$.

6) (1 балл – перевод в радианы)

Переведём угловой радиус в радианы

$$90^\circ = \pi / 2; 90 \cdot 60' = \pi / 2; 1' = \pi / 10800 \approx 1 / 3439 \text{ рад}; 7' = 0,002 \text{ рад}$$

7) (2 балла – вычислен линейный радиус)

Линейный радиус вычислим из треугольника Земля-края галактики:

$$R = d \sin(\alpha / 2) \approx d \alpha / 2 = 17.6 \text{ Мпк} \cdot 7' / 2 = 17.6 \text{ Мпк} \cdot 0.002 / 2 = 0.0176 \text{ Мпк}$$

8) (2 балла – оценена масса)

Для оценки массы воспользуемся законом Всемирного тяготения:

$am = GmM / R^2$, где $a = v^2 / R$ – центростремительное ускорение. Тогда

$$\text{масса равна } M = v^2 R / G = 125000^2 \cdot 0.0176 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{16} / 6.67 \cdot 10^{-11} \approx 1,24 \cdot 10^{41} \text{ кг}$$