Департамент образования Ярославской области
Всероссийская олимпиада школьников 2017/2018 учебного года

Астрономия, 11 класс, муниципальный этап

Общие рекомендации для членов жюри

1. Решение каждой задачи предлагается оценивать по **8-бальной** системе. Максимальное количество баллов присуждается только при наличии объяснения полученного результата.
2. При проверке работ несколькими членами жюри целесообразно распределить задачи между проверяющими так, чтобы одну задачу проверял только один член жюри. Это позволяет сохранить объективность проверки.
3. Организатор олимпиады должен предоставить участнику дополнительные данные, необходимые для получения численного результата в соответствии с содержанием текстов заданий.
4. При выполнении заданий участнику разрешается пользоваться калькулятором.
5. При численных расчетах необходимо соблюдать правила действия с приближенными величинами.
6. Итоговый результат каждой работы рекомендуется представлять как сумму всех баллов, набранных участниками олимпиады за все задачи.

Решения

Задание 1.

Определите прямое восхождение α и склонение δ звезды, которая кульминирует в Ярославле в зените в истинную полночь, а центр диска Солнца при этом находится в точке осеннего равноденствия.

Решение:

Из условия верхней кульминации звезды ее зенитное расстояние находится из соотношений

$z = \varphi - \delta$ (кульминация звезды происходит к югу от зенита),

$z = \delta - \varphi$ (кульминация звезды происходит к северу от зенита).

По условию задачи

$z = 0°$, $\varphi = 57°37'$ – широта Ярославля.

Из приведенных соотношений следует, $\delta = 57°37'$.

Учитывая, что Солнце находится в нижней кульминации в точке осеннего равноденствия, прямое восхождение которой составляет 12 часов, для звезд в верхней кульминации (и, в частности, находящихся в зените) прямое восхождение в этот момент на 12 часов меньше и составит 0 часов.

Ответ: $\alpha = 0$ час., $\delta = 57°37'$.

Рекомендации для жюри:

Знание условий кульминаций звезд оценивается по 1 баллу (к югу и северу от зенита).
Оценка широты Ярославля дает 2 балла.
Определение прямого восхождения звезды дает 2 балла.
Правильный ответ повышает оценку еще на 2 балла (при верном определении числового значения зенитного расстояния звезды).

Задание 2.

Два пункта находятся на 60-й параллели. Расстояние между ними равно Δ = 200 км. На сколько минут (временных) λ отличаются долготы этих пунктов?

Решение:

Определим радиус R «малой» окружности, на которой располагаются эти пункты на земной поверхности.

$$R = R_З \cdot \sin(90^\circ - 60^\circ).$$

Примем $R_З$ = 6378 км – радиус Земли.

Тогда

$$\lambda, рад = \frac{\Delta}{R_З \cdot \sin 30^\circ}.$$

Подставляя числовые данные, найдем

$$\lambda = \frac{200}{6378 \cdot \frac{1}{2}}, рад = 0{,}0627\, рад = 3{,}595^\circ = 14{,}3806\, мин \approx 14\, мин.$$

Ответ: 14 минут.

Рекомендации для жюри:

Оценка радиуса Земли дает 1 балл.
Определение радиуса окружности, на которой располагаются пункты, оценивается в 2 балла.
Определение разности долгот пунктов в виде формулы дает 2 балла.
Верные вычисления повышают оценку еще на 3 балла.

Задание 3.

Внесолнечная система состоит из центральной звезды с массой Солнца и двух планет с небольшими массами и круговыми орбитами. Период одной из планет составляет T_1 = 8 лет, а орбитальный период второй планеты равен T_2 = 27 лет. Определите минимальное расстояние q между планетами.

Решение:

Минимальное расстояние между планетами равно разности больших полуосей их орбит.

$$q = a_2 - a_1.$$

Из третьего закона Кеплера для систем Солнце–Земля и звезда-планета (с учетом равенства масс Солнца и звезды и пренебрегая массами планет) имеем

$$\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_{21}^3}{T_2^2} = \frac{a_3^3}{T_3^2}.$$

Здесь
T_3 = 1 год – орбитальный период Земли,
a_3 = 1 а.е.– большая полуось орбиты Земли.

Отсюда следует

$$a_1 = T_1^{2/3} а.е.$$
$$a_2 = T_2^{2/3} а.е.$$

$$q = a_2 - a_1 = T_2^{2/3} - T_1^{2/3} = \left(T_2^{1/3} - T_1^{1/3}\right)\cdot\left(T_2^{1/3} + T_1^{1/3}\right) = (27^{1/3} - 8^{1/3})(27^{1/3} + 8^{1/3}) = (3-2)(3+2) = 5 \text{ а.е.}$$

Ответ: 5 а.е.

Рекомендации для жюри:
Учет 3-го закона Кеплера дает 2 балла.
Определение больших полуосей орбит планет дает 2 балла (по баллу за каждую планету).
Верные вычисления повышают оценку на 4 балла.

Примечание.
При численном возведении периодов в дробные степени, с помощью калькулятора, оценка не снижается (при верных вычислениях).

Задание 4.

Квазар, светимость которого равна $L = 10^{10}\,L_C$ (L_C – светимость Солнца), находится на расстоянии 10^9 парсеков. Определите его видимую звездную величину.

Решение:

Видимую звездную величину квазара определим по его абсолютной звездной величине M.

$$M = m + 5 - 5lgr$$
$$m = M - 5 + 5lgr$$

Абсолютную звездную величину квазара найдем по формуле Н. Погсона

$$\lg\frac{L}{L_C} = 0.4(M_C - M).$$

Поскольку $M_C = +4.8^m$ – абсолютная звездная величина Солнца, то

$$M = 4.8 - 2.5\lg\frac{10^9 L_C}{L_C} = -17{,}7^m.$$

Окончательно, $m = -17{,}7 + 5 - 5lg(10^9) = 22{,}3^m$.

Ответ: 22.3^m.

Рекомендации для жюри:
Установление связи между видимой, абсолютной звездной величиной квазара и расстоянием до него дает 2 балла.
Указание на формулу Погсона для вычисления M дает 2 балла.
Правильные вычисления повышают оценку еще на 4 балла.

Примечание.
Оценка не снижается, если вначале получена общая формула для вычисления m, а затем по этой формуле найдено значение m.

Задание 5.

Для переработки автомобилей в сантиметровые шарики на околоземную круговую орбиту с радиусом r = 50000 км предлагается запустить небольшую черную дыру с массой $m = 10^{16}$ кг и электрическим зарядом Q = 700 Кл. Определите величину магнитной индукции B для управления такой черной дырой, если гравитационная сила, действующая на черную дыру со стороны Земли и сила, действующая на черную дыру со стороны искусственного магнитного поля (в момент его включения) равны.

Решение:

Запишем уравнение движения черной дыры (небольшой массы и на большом расстоянии от Земли) в гравитационном поле планеты

$$\frac{mV^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}$$

$$V = \sqrt{\frac{GM}{r}}.$$

Здесь

G – гравитационная постоянная,

M – масса Земли,

V – скорость черной дыры на околоземной орбите.

Для движения черной дыры под действием силы Лоренца (силы, действующей на черную дыру со стороны магнитного поля) имеем

$$\frac{mV^2}{r} = QVB.$$

Из приведенных соотношений следует

$$B = \frac{\frac{m}{r}\sqrt{\frac{GM}{r}}}{Q}.$$

Подставляя численные значения величин, найдем B = $2{,}556 \cdot 10^9$ Тл.

(На Земле – в физических лабораториях – получены магнитные поля с магнитной индукцией 25 Тл. Земля приближенно имеет указанный задаче электрический заряд).

Ответ: $2{,}556 \cdot 10^9$ Тл.

Рекомендации для жюри:

Определение скорости движения черной дыры дает 2 балла.

Определение силы Лоренца дает 2 балла.

Вычисление магнитной индукции повышает оценку еще на 4 балла.

Задание 6.

Две галактики находятся почти на одном луче зрения. Красное смещение одной из них равно $z_1 = 0.1$, а скорость удаления другой галактики составляет $V_2 = 45000$ км/с. Определите приближенное расстояние Δr между этими галактиками.

Решение:

Расстояние между этими галактиками найдем по формуле косинуса, полагая $\gamma=0$.

$$\Delta r = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos\gamma} \approx r_2 - r_1.$$

Так как

$V_1 = cz_1$ (эффект Доплера),

$V_1 = Hr_1$ (закон Хаббла),

то

$$r_1 = \frac{cz_1}{H}.$$

Здесь

$c = 3\cdot10^5$ км/с – скорость света,

$H \approx 75$ км/(с·Мпк) – постоянная Хаббла.

Для второй галактики

$$r_2 = \frac{V_2}{H}.$$

Окончательно,

$$\Delta r = \frac{1}{H}(V_2 - cz_1).$$

Подставляя в эту формулу числовые значения, входящих в нее величин, получим

$$\Delta r = 200 \text{ Мпк.}$$

Ответ: 200 Мпк.

Рекомендации для жюри:

Вывод соотношения для определения расстояния между галактиками дает 2 балла.
Применение эффекта Доплера повышает оценку на 2 балла.
Использование закона Хаббла повышает оценку на 2 балла.
Правильные вычисления повышают оценку еще на 2 балла.

Максимально за все задания олимпиады – 48 баллов.

№ задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Всего**
Баллы	8	8	8	8	8	8	**48**