

**МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ
ШКОЛЬНИКОВ ПО АСТРОНОМИИ
2018/2019 УЧЕБНЫЙ ГОД
10 – 11 КЛАСС (РЕШЕНИЯ)**

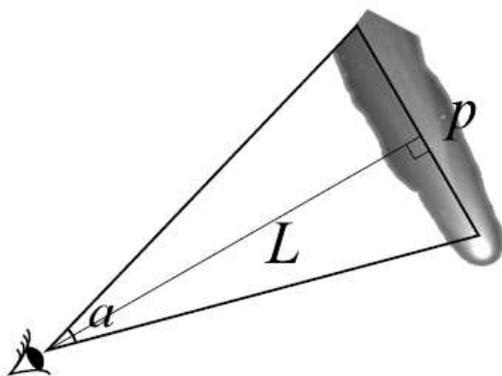
1. (8 баллов) Параллакс Солнца $p_0 = 8'',8$, а видимый угловой радиус Солнца $r_{\odot} = 16'01''$. Во сколько раз радиус Солнца больше радиуса Земли?

Ответ: 109,2.

Решение. Так как параллакс Солнца есть ни что иное, как угловой радиус Земли, видимый с Солнца, следовательно, радиус Солнца во столько же раз больше радиуса Земли, во сколько раз его угловой диаметр больше углового радиуса Земли, т.е. параллакса Солнца: $\frac{R_{\odot}}{R_3} = \frac{r_{\odot}}{p_0} = \frac{961''}{8'',8} = 109,2$.

2. (8 баллов) Пролетающая мимо Земли на расстоянии 1 а.е. ($150 \cdot 10^6$ км) комета имеет хвост с угловым размером $0^{\circ},5$. Оцените длину хвоста кометы в километрах.

Ответ: $1,3 \cdot 10^6$ км.



Решение. Предположим, что хвост кометы направлен перпендикулярно к лучу зрения. Тогда его длину можно оценить так. Обозначим угловой размер хвоста α . Половину этого угла $\alpha/2$ можно найти (см. рисунок) из прямоугольного треугольника, одним из катетов которого является половина длины хвоста кометы $p/2$, а другим – расстояние от Земли до кометы L .

Тогда $\operatorname{tg} \alpha/2 = \frac{p/2}{L}$.

Угол $0^{\circ},5$ мал, поэтому можно приближенно считать, что его тангенс равен самому углу (выраженному в радианах). Тогда мы можем записать, что $\alpha \approx p/L$. Отсюда, вспоминая, что астрономическая единица составляет $150 \cdot 10^6$ км, получаем $p \approx L \cdot \alpha \approx 150 \cdot 10^6 \cdot (0,5/57) \approx 1,3 \cdot 10^6$ км.

Есть и другой вариант оценки. Можно заметить, что комета пролетает от Земли на расстоянии, равном расстоянию от Земли до Солнца, а её хвост имеет угловой размер, равный видимому угловому диаметру Солнца на земном небе. Следовательно, линейный размер хвоста равен диаметру Солнца, величина которого близка к полученному выше результату. Однако

у нас нет информации о том, как ориентирован хвост кометы в пространстве. Поэтому следует заключить, что полученная выше оценка длины хвоста – это минимальное возможное значение. Таким образом, итоговый ответ выглядит так: длина хвоста кометы составляет не менее 1,3 миллиона километров.

3. (8 баллов) Солнечный ветер состоит из протонов, летящих со скоростью 300 км/с и заполняющих в районе земной орбиты межпланетное пространство в количестве 10 частиц на 1 см^3 . С какой силой давит этот «ветер» на Луну? Масса протона $m_p = 1,6 \cdot 10^{-24} \text{ г}$, радиус Луны 1737 км.

Ответ: $1,37 \cdot 10^3 \text{ Н}$.

Решение. Запишем второй закон Ньютона $F = ma$ в виде $F = \frac{\Delta V}{\Delta t} m = \frac{\Delta m V}{\Delta t}$.

Видно, что сила равна изменению импульса тела за единицу времени (если масса тела постоянна). Будем считать, что протоны солнечного ветра полностью поглощаются Луной, передавая ей свой импульс, но практически не изменяют её массу.

Пусть V скорость ветра, n – плотность числа частиц. Тогда за единицу времени на единицу площади сечения лунного диска падает nV частиц, принося импульс $\Delta p = m_p n V \Delta V$. Следовательно, импульс, получаемый за единицу времени всей Луной равен:

$$F = \Delta p \cdot S = \pi R^2 n m_p V^2 \approx 1,37 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

4. (8 баллов) Спутник диаметром 13 км вращается вокруг астероида с диаметром 215 км по почти круговой орбите радиусом 1190 км и совершает полный оборот за 4,7 суток. Можно ли определить его плотность с помощью этих данных? Из какого вещества он может состоять?

Ответ: 1160 кг/м^3 .

Решение. Плотность астероида можно определить, пользуясь стандартным соотношением $\rho = \frac{M}{V}$, где M – масса астероида, V – его объём, равный $\frac{4\pi R^3}{3}$.

Для определения массы астероида рассмотрим систему «астероид–спутник». На спутник с массой m в поле силы тяжести астероида действует сила $F = \frac{GMm}{r^2}$, где r – расстояние между центрами астероида и спутника (совпадает с радиусом орбиты спутника). С другой стороны по второму закону Ньютона, где a – центростремительное ускорение $F = \frac{m4\pi^2 r}{T^2}$. Отсюда

$\frac{GMm}{r^2} = \frac{m4\pi^2 r}{T^2}$. Выражая M и подставляя в $\rho = \frac{M}{V}$, получим:

$\rho = \frac{3\pi}{GT^2} \left(\frac{r}{R}\right)^3 \approx 1160 \text{ кг/м}^3$. Плотность астероида оказалась немного больше плотности воды. Такой астероид может иметь пористое строение и состоять из водяного льда с небольшой примесью горных пород.

5. (8 баллов) Города Сиена и Александрия лежат на одном меридиане. В один из полдней солнце в Сиене находится точно в зените. В этот момент в Александрии солнечные часы высотой 10 м отбрасывают тень длиной 120 см, что и определил древнегреческий учёный Эратосфен. Определите радиус Земли, если расстояние между Сиеной и Александрией по его измерениям около 750 км.

Ответ: $R \approx 6300 \text{ км}$.

Решение. Вертикаль в Александрии (линия центр Земли - Александрия) отклоняется от направления на Солнце на угол $\alpha = \arctg \frac{l}{h}$, где $l = 120 \text{ см}$ – длина тени от солнечных часов высотой $h = 10 \text{ м}$. В свою очередь, направление на Солнце совпадает с направлением линии центр Земли – Сиена. Таким образом, угол между линиями центр Земли – Александрия и центр Земли – Сиена совпадает с углом α . Тогда расстояние 750 км между городами совпадает с длиной дуги окружности вдоль поверхности Земли $D = \alpha R_3$. Следовательно, искомый радиус Земли $R_3 = \frac{D}{\alpha} = \frac{D}{\arctg \frac{l}{h}} \approx \frac{Dh}{l} = \frac{750 \cdot 10}{1,2} = 6300 \text{ км}$.

6. (8 баллов) Одна двойная звезда состоит из двух звёзд 2^m , а другая – из одной звезды 1^m и одной звезды 3^m . Какая из этих пар ярче?

Решение. Разница в одну звёздную величину означает, что одна звезда ярче другой в k раз, $k = 2,512$. Возьмём яркость самой слабой звезды в 1^m за единицу. Тогда яркости звёзд 2^m и 1^m , будут соответственно ярче в 2,512 и в $2,512^2$ раз, или в k и k^2 . Для пары $2^m + 2^m$ имеем $k + k = 2k$, а для пары $1^m + 3^m - k^2 + 1$. Ясно, что при любом $k > 1$ выполняется неравенство $2k < k^2 + 1$, поэтому звёздная пара $1^m + 3^m$ будет ярче пары $2^m + 2^m$.