

Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

Муниципальный этап

2018-2019

Решения. 10 класс

1. Две звезды на небе Земли наблюдаются с одинаковой звездной величиной. Известно, что физические размеры их одинаковы, однако в 2 раза отличаются их эффективные температуры поверхности. Найдите отношение расстояний до этих звезд от Земли.

Решение

Запишем формулы для определения светимости двух звезд

$$L_1 = 4\pi R_1^2 \sigma T_1^4$$
$$L_2 = 4\pi R_2^2 \sigma T_2^4 \cdot (2 \text{ балла})$$

Также известно, что $R_1 = R_2$

Видимые звездные величины этих звезд одинаковы, значит равны освещенности, создаваемые этими светилами

$$\frac{E_1}{E_2} = 2,512^{m_2 - m_1} \Rightarrow m_1 = m_2 \Rightarrow E_1 = E_2$$

Светимость и освещенность связаны следующим соотношением

$$E_1 = \frac{L_1}{4\pi d_1^2}$$

$$E_2 = \frac{L_2}{4\pi d_2^2} \quad (2 \text{ балла})$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{L_1}{4\pi d_1^2} = \frac{L_2}{4\pi d_2^2} \Rightarrow \frac{L_1}{d_1^2} = \frac{L_2}{d_2^2} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2}$$

Нам известно, что $T_1 = 2T_2$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{4\pi R_1^2 \sigma T_1^4}{4\pi R_2^2 \sigma T_2^4} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \Rightarrow \frac{T_1^4}{T_2^4} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \Rightarrow \frac{16T_2^4}{T_2^4} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \Rightarrow \frac{d_1^2}{d_2^2} = 16 \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = 4$$

Таким образом, отношение расстояний до звезд – 4. (4 балла)

2. Возможно ли, чтобы при движении по эллиптической орбите перицентрческая скорость была бы вдвое больше апоцентрической?

Решение

Запишем формулы для перицентрической и апоцентрической скоростей

$$V_1 = \sqrt{\frac{GM(1+e)}{a(1-e)}}, \text{ где } G \text{ – гравитационная постоянная, } M \text{ – масса Солнца, } a \text{ –}$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{GM(1-e)}{a(1+e)}}$$

большая полуось, e – эксцентриситет (2 балла)

Кроме того, нам известно, что $V_1=2V_2$

$$V_1 = 2V_2 \Rightarrow \sqrt{\frac{GM(1+e)}{a(1-e)}} = 2\sqrt{\frac{GM(1-e)}{a(1+e)}} \Rightarrow \frac{GM(1+e)}{a(1-e)} = 4\frac{GM(1-e)}{a(1+e)} \Rightarrow \frac{(1+e)}{(1-e)} = \frac{4(1-e)}{(1+e)}$$

(2 балла)

Запишем квадратное уравнение и решим его:

$$\frac{(1+e)}{(1-e)} = \frac{4(1-e)}{(1+e)} \Rightarrow (1+e)^2 = 4(1-e)^2 \Rightarrow 1+2e+e^2 = 4-8e+4e^2 \Rightarrow 3e^2 - 10e - 3 = 0$$

В решении получаются два корня – $e_1 = -3$, $e_2 = -0,3$. (2 балла) Полученные эксцентриситеты не лежат в пределах от 0 до 1, что позволяет утверждать, что речь не об эллиптической орбите. Таким образом, на эллиптической орбите это невозможно (2 балла)

3. Возле усадьбы одного состоятельного человека установили большие солнечные часы (гномон). Строители действовали точно по инструкции, и завершили монтаж часов в начале сентября. Сравнив показания солнечных часов и имеющихся наручных, строители решили, что разница показаний невелика и закончили работу. Однако ближе к ноябрю состоятельный хозяин обнаружил значительные различия между показаниями гномона и наручных часов и отправил строителям жалобу. Вернувшиеся ближе к Новому году строители проверили гномон и вновь разница показаний оказалась невелика. Кто ошибается – строители или состоятельный хозяин?

Решение

При кажущейся трудности этой задачи, в реальности она достаточно проста с алгоритмической точки зрения. Все дело в том, что ни строители, ни состоятельный хозяин не ошибаются относительно хода часов наручных (показывающих местное, т.е. среднее солнечной время) и гномона (показывающихся истинное солнечное время). (2 балла за вывод, что никто не ошибается). Дело в том, что истинное солнечное время течет неравномерно, поэтому в разные календарные даты ошибка уравнивания времени разная (любое упоминание уравнивания времени – 5 баллов). В начале сентября и в конце декабря разность среднего и истинного солнечного времен невелика, в то

время как в конце октября – в начале декабря приобретает одно из максимальных значений в течение года (указание дат и ссылка на поправки – 1 балл).

4. Широты полярных кругов и тропиков, как известно, зависят от угла наклона плоскости экватора планеты относительно плоскости ее обращения вокруг звезды. Территории в Северном полушарии, расположенные одновременно южнее Северного полярного круга и севернее Северного тропика, называют умеренным поясом (симметричная ситуация есть и для южного полушария). Определите, при каком значении угла наклона плоскости экватора относительно плоскости орбиты планеты умеренный пояс будет иметь протяженность по широте всего 5 градусов? Угловыми размерами Солнца и атмосферными эффектами пренебречь.

Решение

Угол наклона плоскости экватора Земли относительно плоскости эклиптики. Данный угол ответственен за изменение сезонов года на поверхности планеты и его же значение определяет широты тропиков и полярных кругов. (2 балла)

Определим, широты земных полярных кругов и тропиков

- Северный полярный круг: $\varphi_1 = 90^\circ - \varepsilon = 66^\circ 34'$
- Северный тропик (тропик Рака): $\varphi_2 = \varepsilon = 23^\circ 26'$
- Южный тропик (тропик Козерога): $\varphi_3 = -\varepsilon = -23^\circ 26'$
- Южный полярный круг: $\varphi_4 = -90^\circ + \varepsilon = -66^\circ 34'$

Вполне очевидно, что $\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_4 - \varphi_3 = \Delta\varphi$ - и есть протяженность умеренного пояса в обоих полушариях. (4 балла). Нам требуется, чтобы эта величина была равна 5 градусам. Рассмотрим задачу для одного полушария, для второго – ситуация симметричная

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \Rightarrow \Delta\varphi = 90^\circ - \varepsilon_2 - \varepsilon_2 = 5^\circ \Rightarrow 90^\circ - 2\varepsilon_2 = 5^\circ \Rightarrow \varepsilon_2 = \frac{90 - 5}{2} = 42,5^\circ$$

Таким образом, угол наклона плоскости экватора относительно плоскости орбиты должен составлять 42,5 градуса.

5. Определите, какой космический аппарат достигнет цели назначения быстрее: отправленный с Меркурия на Юпитер или запущенный с Земли

на Нептун? Движение осуществляется по гомановскому эллипсу в обоих случаях.

Решение

Движение по гомановскому эллипсу означает, что перицентр орбиты аппарата совпадает с большой полуосью планеты-пункта отправления, а апоцентр – планеты-пункта прибытия, по условиям задачи. Обратимся к справочным данным

$$a_1 = 0,38$$

$$a_2 = 5,20$$

$$a_3 = 1$$

$$a_4 = 30,06$$

а.е., где 1 – Меркурий, 2 – Юпитер, 3 – Земля, 4 – Нептун

Таким образом, у нас есть два космических аппарата, у которых

$$rp_1 = a_1 = 0,38$$

$$ra_1 = a_2 = 5,20 \quad \text{а.е. (2 балла)}$$

$$rp_2 = a_3 = 1$$

$$ra_2 = a_4 = 30,06$$

Найдем большие полуоси орбит космических аппаратов

$$A_1 = \frac{rp_1 + ra_1}{2} = 2,79 \quad \text{а.е. (2 балла)}$$

$$A_2 = \frac{rp_2 + ra_2}{2} = 15,53$$

Определим периоды обращения по 3 закону Кеплера

$$\frac{T_1^2}{A_1^3} = 1 \Rightarrow T_1^2 = A_1^3 \Rightarrow T_1 = \sqrt{A_1^3} = 4,66 \quad \text{лет (2 балла)}$$

$$\frac{T_2^2}{A_2^3} = 1 \Rightarrow T_2^2 = A_2^3 \Rightarrow T_2 = \sqrt{A_2^3} = 61,2$$

Время перелета от планеты к планете составит половину от периода обращения по гомановскому эллипсу, таким образом, с Меркурия на Юпитер лететь значительно быстрее (2 балла)

6. В средствах массовой информации время от времени появляются новости, предупреждающие о том, что Солнце в ближайшее время перестанет излучать свет и тепло, что, очевидно, негативно отразится на жизни землян. Опишите методы астрофизических наблюдений, которые позволяют утверждать, что в ближайшие несколько тысяч лет (как минимум) существенных изменений в излучении Солнца не

произойдет? Приведите примеры детекторов, использующихся в таких методах наблюдений?

Решение

Фотоны, которые покидают фотосферу Солнца, преодолевают 1 астрономическую единицу примерно за 8 минут. Это означает, что поток света и тепла достаточно быстро достигает Земли, если эти фотоны уже добрались до фотосферы.

Однако, для того, чтобы пересечь зону лучистого переноса внутри Солнца фотону может потребоваться от десятков тысяч лет до миллиона лет. Столь большой промежуток времени обусловлен постоянным поглощением и переизлучением света в зоне лучистого переноса (4 балла).

С другой стороны, в результате термоядерных реакций в недрах Солнца образуется устойчивый поток лептонов – электронных нейтрино. Электронные нейтрино практически не взаимодействует с веществом и стремительно проходят сквозь все оболочки Солнца и оперативно достигают Земли. Если в настоящий момент времени по какой-то причине термоядерные реакции в недрах Солнца прекратятся, достаточно быстро иссякнет поток электронных нейтрино, а вот родившиеся в недрах Солнца фотоны еще длительное время будут добираться до поверхности звезды (2 балла).

Таким образом, на нейтринных телескопах регистрируют поток нейтрино, а мощность этого потока характеризует темп термоядерных реакций в ядре звезды. Подобные наблюдения позволяют “заглянуть” в термоядерные реакции, минуя внешние оболочки Солнца. (2 балла за упоминания любых нейтринных телескопов).