Астрономия, 10 класс, муниципальный этап

Общие рекомендации для членов жюри

1. Решение каждой задачи предлагается оценивать по **8-бальной** системе. Максимальное количество баллов присуждается только при наличии объяснения полученного результата.
2. При проверке работ несколькими членами жюри целесообразно распределить задачи между проверяющими так, чтобы одну задачу проверял только один член жюри. Это позволяет сохранить объективность проверки.
3. Организатор олимпиады должен предоставить участнику дополнительные данные, необходимые для получения численного результата в соответствии с содержанием текстов заданий.
4. При выполнении заданий участнику разрешается пользоваться калькулятором.
5. При численных расчетах необходимо соблюдать правила действия с приближенными величинами.
6. Итоговый результат каждой работы рекомендуется представлять как сумму всех баллов, набранных участниками олимпиады за все задачи.

Общая схема оценивания решений:
- 0 баллов – решение отсутствует или абсолютно некорректно;
- 1 балл – правильно угаданный бинарный ответ (да/нет) без обоснования;
- 1-2 балла – сделана попытка решения, не давшая результата;
- 2-3 балла – правильно угадан сложный ответ, но его обоснование отсутствует или ошибочно;
- 4-6 баллов – частично решенная задача;
- 6-7 баллов – полностью решенная задача с более или менее значительными недочетами;
- 8 баллов – полностью решенная задача.

Решения

Задание 1.

Прямое восхождение звезды Завийява составляло $\alpha_З = 11$ *час* 50,7 *мин*, а ее склонение было равно $\delta_З = +1°26'$. В каком созвездии находилась эта звезда? Каково ее угловое расстояние γ от Солнца в день осеннего равноденствия?

Решение:

Звезда находится вблизи точки осеннего равноденствия, для которой прямое восхождение $\alpha = 12$ *час*, а склонение $\delta = 0°$.В современную эпоху точка расположена в созвездии Девы. Следовательно, звезда принадлежит созвездию Девы.

1 вариант (приближенный) поиска угла γ

Вследствие малого значения угла γ от формул сферического треугольника перейдем к формулам плоского треугольника.

$$\gamma = \sqrt{(\alpha - \alpha_З)^2 + (\delta - \delta_З)^2}.$$

$\alpha - \alpha_З = 12$ *час* – 11 *час* 50,7 *мин* = 9,3 *мин* = 2,325°.

$\delta - \delta_З = 0° - 1°26' = -1°26'$.

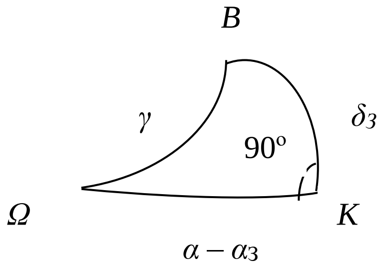
Тогда $\gamma = 2{,}7313°$.

2 вариант (точный) поиска угла γ

Из прямоугольного сферического треугольника ΩKB, образованного дугой эклиптики ΩK, дугой круга склонения звезды BK и искомой дугой γ, по формуле косинусов, имеем

$$\cos\gamma = \cos\delta_3 \cos(\alpha - \alpha_3) + \sin\delta_3 \sin(\alpha - \alpha_3)\cos 90^\circ.$$

Подставляя числовые значения углов, найдем, γ = 2,7312°.



Ответ: 1) В созвездии Девы.

2) 2,731°.

Рекомендации для жюри:

Определение созвездия по координатам звезды дает 3 балла. (Если нет обоснования, то оценка составляет не более 2 баллов).

Определение углового расстояния звезды от Солнца в день осеннего равноденствия (по 1 варианту или 2 варианту) повышает оценку на 3 балла.

Правильные вычисления повышают оценку еще на 2 балла.

<u>Задание 2.</u>

В Ярославле 31 декабря истинная полночь наступила в момент времени T_M = 0 *час* 24 *мин* по московскому времени. Определите уравнение времени η на эту дату.

Решение:

Уравнение времени (η) , истинное солнечное (T_C) и среднее солнечное время (T_m) связаны соотношением

$$\eta = T_m - T_C.$$

По условию задачи T_C = 24 *час*.

Всемирное время, среднее солнечное время и долгота Ярославля λ связаны соотношением

$T_m = T_0 + \lambda$.

Примем $\lambda_Я$ = 2 *час* 39 *мин*.

$T_0 = T_M$ – 3 *часа*.

Из этих соотношений следует $\eta = (T$ – 3 *час*) + $\lambda - T_C$.

Подставляя в последнюю формулу числовые значения величин, найдем

η = 24 *час* 24 *мин* – 3 *час* + 2 *час* 39 *мин* – 24 *час* = +3 *мин*.

Ответ: +3 *мин*.

Рекомендации для жюри:

Запись выражения для уравнения времени дает 2 балла.

Установление связи между средним временем, всемирным временем и долготой пункта наблюдения дает 2 балла.
Установление связи между московским временем и всемирным временем дает 2 балла.
Верные вычисления повышают оценку еще на 2 балла.

Примечание. При определении уравнения времени в виде $\eta = T_C - T_m$, и дальнейших верных вычислениях и рассуждениях, оценка за решение задачи не снижается.

Задание 3.

Звезда *R* Водолея видна невооруженным глазом, и давно известна как переменная. Она состоит из холодного красного гиганта и белого карлика. Предполагая, что период движения белого карлика составляет $T = 44$ года, оцените большую полуось его орбиты.

Решение:

По 3-му закону Кеплера, имеем $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M_1 + M_2)}$.

Полагаем, $M_1 + M_2 \approx 2M_C$.

Здесь $M_C = 2\cdot 10^{30}$ *кг* – масса Солнца.

Для системы Земля Солнце, имеем (пренебрегая массой Земли) $\frac{T_З^2}{a_З^3} = \frac{4\pi^2}{GM_C}$.

Из приведенных соотношений находим

$$a = a_З \left(\frac{2T^2}{T_З^2}\right)^{1/3} = 1\cdot\left(\frac{2\cdot 44^2}{1^2}\right)^{1/3} = 15{,}7028 \text{ а.е.}$$

Ответ: 15,7 *а.е.*

Рекомендации для жюри:

Использование 3-го закона Кеплера дает 2 балла.
Оценка массы системы в 2 массы Солнца дает 4 балла.
Верные вычисления повышают оценку на 2 балла.

Примечание. Не учитываются массы общей оболочки и аккреционного диска. Допускается значение массы белого карлика до 1,5 масс Солнца, а массы красного гиганта – до 30 масс Солнца.

Задание 4.

Благородные газы (*He, Ne, Ar, Kr*) являются тепловыми маркерами комет. (Если мы знаем, что комета никогда не нагревалась выше определенной температуры, то можем заключить, что она никогда не приближалась к Солнцу). Например, обнаружение вблизи кометы молекул неона означало бы, что комета не нагревалась до температур, превышающих 16 *К*. На каком расстоянии *r* от Солнца, должна была образоваться такая комета?

Решение:

Из закона Стефана-Больцмана и условия теплового баланса имеем

$$\sigma T^4 \cdot 4\pi R^2 = \frac{L}{4\pi r^2}\pi R^2.$$

Здесь $\sigma = 5{,}67\cdot 10^{-8}$ *Вт*/(*м*^{2}*К*^{4}) – постоянная Стефана – Больцмана,

R – радиус кометы (допустим, что комета имеет сферическую форму),

L – светимость Солнца.

Тогда,

$$r = \sqrt{\frac{L}{16\pi\sigma T^4}} = \sqrt{\frac{3{,}83 \cdot 10^{26}}{16\pi 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 16^4}} = 0{,}4528 \cdot 10^4 \text{ } м = 302{,}697 \text{ } а.е. \approx 303 \text{ } а.е.$$

Ответ: 303 а.е.

Рекомендации для жюри:
Применение закона Стефана – Больцмана дает 2 балла.
Использование уравнения теплового баланса дает 2 балла.
Выражение для r *в буквенном виде повышает оценку на 2 балла.*
Верные вычисления повышают оценку еще на 2 балла.

Примечание. При решении задачи допускается не учитывать коэффициент отражения поверхностью кометы солнечного излучения.

<u>Задание 5.</u>

Сверхяркая сверхновая звезда (гиперновая) DES15E2mlf в созвездии Феникса находилась на расстоянии $r = 10 \cdot 10^9$ св. лет. Взрыв этой звезды соответствовал светимости $L = 100 \cdot 10^9$ светимостей Солнца. (При этом выделилась энергия, превышающая 10^{43} *Дж*). Определите минимальный диаметр D зеркала телескопа, с помощью которого в 2015 году можно было наблюдать эту гиперновую.

Решение:

Диаметр зеркала телескопа D, диаметр зрачка глаза человека d, предельные звездные величины объектов, наблюдаемые с помощью телескопа m_T и глаза $m_г$, связаны соотношением

$$\lg \frac{D^2}{d^2} = 0{,}4(m_T - m_г).$$

Примем, $d = 6$ *мм*, $m_г = +6^m$.

Для абсолютной звездной величины M объекта, его видимой звездной величины m и расстояния r до этого же небесного тела в парсеках имеем соотношение

$$M = m + 5 - 5\lg r.$$

Светимости Солнца L_C, гиперновой L, абсолютные звездные величины гиперновой M и Солнца $M_C = +4{,}8^m$, связаны выражением

$$\lg \frac{L}{L_C} = 0{,}4(M_C - M).$$

Из приведенных равенств вытекает формула для определения искомого диаметра телескопа D в *миллиметрах*

$$\lg D = \lg d + 0{,}2[M_C - 2{,}5\lg \frac{L}{L_C} - 5 + 5\lg r - m_г].$$

$$\lg D = \lg 6 + 0{,}2(4{,}8 - 2{,}5 \cdot \lg 10^{11} - 5 + 5 \cdot \lg \frac{10^{10}}{3{,}26} - 6) = 3{,}525.$$

$D = 3349{,}14$ *мм* $\approx 3{,}35$ *м*.

Ответ: 3,35 *м*.

Рекомендации для жюри:
Формула, устанавливающая связь между диаметром телескопа, диаметром зрачка глаза и предельными звездными величинами небесных тел для телескопа и глаза дает 2 балла.
Соотношение между светимостями небесных тел и их абсолютными звездными величинами дает 2 балла.
Выражение для абсолютной звездной величины объекта, представленное через видимую звездную величину и расстояние до небесного тела дает 2 балла.
Формула для вычисления искомого диаметра телескопа дает 1 балл.
Верные вычисления повышают оценку еще на 1 балл.

Примечание. Звезда была замечена в 2015 году во время глубокого обзора неба «Dark Energy Survey», выполненного с помощью 4-м телескопа обсерватории Серро–Тололо в Чили.

Задание 6.

В 2000 – 2001 годах темная энергия была обнаружена в Локальной Вселенной – на расстояниях порядка $r_0 = 1$ *Мпк*. На этих расстояниях силы тяготения и антитяготения равны. Плотность темной энергии равна $\rho_э = 0{,}7 \cdot 10^{-29}$ *г/см*^{3}. Местная группа галактик имеет полную массу $M = 10^{12} M_C$ (M_C – масса Солнца). На частицу массы m действуют ньютоновская сила тяготения и эйнштейновская сила отталкивания, создаваемая темной энергией (с однородной постоянной плотностью). Эта сила увеличивается с расстоянием по линейному закону (для малых скоростей и перепадов гравитационного потенциала). Найдите значение постоянной антигравитации α.

Решение:

На основания закона всемирного тяготения, выражение для силы притяжения, действующей на частицу, представим в виде

$$F_{тяг} = \frac{GMm}{r_0^2}.$$

Здесь $G = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ *Нм*^{2}/*кг*^{2} – гравитационная постоянная.

Выражение для силы отталкивания, действующей на эту же частицу, представим в виде

$$F_{отт} = \alpha m r_0.$$

Из приведенных соотношений, с учетом равенства сил притяжения и отталкивания (на указанном расстоянии), вытекает формула для определения постоянной антигравитации

$$\alpha = \frac{GM}{r_0^3}.$$

Воспользовавшись известными значениями величин, получим

$$\alpha = \frac{GM}{r_0^3} = \frac{6{,}672 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{12} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(10^6 \cdot 206265 \cdot 149597888 \cdot 10^3)^3} = 0{,}454 \cdot 10^{-35}\, 1/c^2.$$

Ответ: $0{,}454 \cdot 10^{-35}\ 1/c^2$.

Рекомендации для жюри:
Запись закона всемирного тяготения дает 1 балл.
Запись выражения для силы отталкивания дает 3 балла (допускается положить m =1 кг).
Перевод мегапарсека в метры дает 2 балла.
Верные вычисления повышают оценку еще на 2 балла.

Максимально за все задания олимпиады – 48 баллов.

№ задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Всего**
Баллы	8	8	8	8	8	8	**48**