Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по астрономии 2018/19 учебный год

Возможные решения и критерии оценивания

11 класс

№ 1. Предельная масса звезды с термоядерным источником энергии.

На основе общего соотношения «светимость-масса» $\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^n$ выясните, какой может быть масса звезды с термоядерным источником энергии при n = 4. Критическая (эддингтоновская) светимость звезды определяется формулой

$$L_{KP} = 3 \cdot 10^4 L_\odot \left(\frac{M}{M_\odot}\right) \text{ эрг/с},$$

где M - масса звезды.

Решение:

Для звезды должно выполняться условие устойчивости звезды $L \le L_{KP}$
(в противном случае звезда будет разорвана силами давления излучения). Следовательно,

$$\frac{M}{M_\odot} \le \left(3 \cdot 10^4\right)^{\frac{1}{3}} \quad \to \quad M \le 30 M_\odot$$

Правильное решение: 8 баллов

№ 2. Вращение Солнца.

При наблюдении спектральной линии водорода с длиной волны λ_0 = 4861,33 Å в спектре Солнца обнаружено, что на противоположных краях диска на экваторе спектральные линии отличаются по длине волны на $\Delta\lambda$ = 0,065 Å. Найти период вращения Солнца вокруг своей оси. Радиус Солнца R = $7 \cdot 10^8$ м. Скорость света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Решение:

Линейная скорость точек, лежащих на диске радиуса R: $v = \frac{2\pi R}{T}$

Эффект Доплера: длина волны излучения из точки диска, удаляющейся от наблюдателя, -

$$\lambda_1 = \lambda_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right);$$

длина волны излучения из точки диска, приближающейся к наблюдателю, -

$$\lambda_2 = \lambda_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right).$$

Т.к.

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{2\lambda_0 v}{c} = \frac{4\pi R \lambda_0}{cT},$$

то

$$T = \frac{4\pi R \lambda_0}{c\Delta\lambda} = 2,2 \cdot 10^6 c$$

Правильное решение: 8 баллов

№ 3. Предел Кумара (1963г). Оцените минимальную массу звезды (в единицах массы Солнца), считая, что термоядерные реакции идут при температуре не менее $T_c \approx 10^6$ К. Среднюю плотность звезды принять равной $\rho \approx 1000$ кг/м^3. Оцените радиус R (в единицах солнечного радиуса) этой звезды.

Указание: Звезду считайте однородным шаром. При решении задачи следует учесть формулу для гравитационного давления в центре звезды $P_c = P_1 G M^{2/3} \rho_c^{4/3}$, где $P_1 = 0{,}806$. Молярную массу звездного вещества принять равной $\mu = 1$ г/моль.

Универсальная газовая постоянная $R^* = 8{,}31$ Дж/(мольК).

Гравитационная постоянная $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н·м^2/кг^2.

Данные о Солнце: $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30}$ кг; $R_{\odot} = 7 \cdot 10^8$ м.

Решение:

Давление газа в центре звезды: $P_{газ.c} = \dfrac{\rho_c R^* T_c}{\mu}$

Условие гидростатического равновесия звезды: $P_c = P_{газ.c}$

Из этого условия следует, что масса звезды –

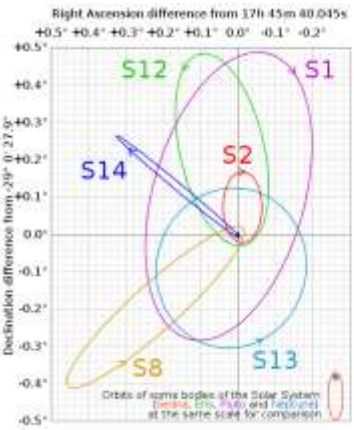
$$M = \left(\frac{R^* T_c}{\mu P_1 G}\right)^{3/2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\rho_c}} \approx 6 \cdot 10^{28}\ кг = 0{,}03 M_{\odot}$$

Радиус звезды:

$$R = \left(\frac{3M}{4\pi\rho_c}\right)^{1/3} \approx 0{,}5 R_{\odot}$$

Правильное решение: 8 баллов

№ 4. Сверхмассивная черная дыра (СЧД) в центре Галактики.



Предполагается, что в центре нашей Галактики находится сверхмассивная черная дыра (СЧД), массу которой можно вычислить по данным об эллиптических орбитах ближайших к СЧД звезд. В настоящее время определены орбиты для ближайших к центру Галактики 28 звёзд. Наиболее интересной среди них является звезда S2. За время наблюдений (1992—2002) было установлено: период ее обращения вокруг СЧД составил $T = 15{,}2$ года (1 год = $3{,}2 \cdot 10^7$ с); эксцентриситет орбиты $e = 0{,}87$; большая полуось орбиты $a = 1000$ а.е. (1 а.е. = 150 млн. км).

1. Вычислите массу M (в единицах солнечной массы $M_{\odot}$) СЧД в центре нашей Галактики. Масса Солнца $M_{\odot} = 2{,}0 \cdot 10^{30}$ кг.
2. Вычислите скорость звезды в *периастре* и в *апоастре*.

Периастр находится на расстоянии $r_P = a \cdot (1 - e)$ от центра СЧД.

Апоастр находится на расстоянии $r_A = a \cdot (1 + e)$ от центра СЧД.

Гравитационная постоянная: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ (Н·м^2/кг^2)

Решение:

1. Массу СЧД определяем на основании 3-го закона Кеплера:

$$M = \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2 \cdot \frac{a}{G} = 8{,}4 \cdot 10^{36} кг = 4{,}2 \cdot 10^6 M_{\odot}$$

2. Скорость звезды в периастре и апоастре определится из системы 2-х уравнений, - закон сохранения энергии и закон сохранения момента импульса (2-й закон Кеплера). Применительно к

точкам P (периастр) и A (апоастр) эллиптической траектории эта система уравнений имеет вид:

$$\frac{mv_P^2}{2} - \frac{GMm}{r_P} = \frac{mv_A^2}{2} - \frac{GMm}{r_A},$$

$$r_P m v_P = r_A m v_A.$$

Из этих уравнений находим скорость звезды:

$$v_P = \sqrt{\frac{GM \cdot (1+e)}{a \cdot (1-e)}} = 7300\ км/с$$ - в периастре;

$$v_A = \sqrt{\frac{GM \cdot (1-e)}{a \cdot (1+e)}} = 510\ км/с$$ - в апоастре.

Правильное решение: 8 баллов

№ 5. Жемчужное кольцо. Оцените максимальную возможную разницу видимых диаметров Солнца и Луны. В какой сезонный период и при каких условиях может случиться наиболее ярко выраженное кольцеобразное затмение? Расстояние до Солнца: в афелии – 152 *млн км*; в перигелии – 147 *млн км*. Расстояние до Луны: в апогее – 405700 *км*; в перигее – 363100 *км*. Средний диаметр Солнца 1, 392 * 10^9 *м*. Средний диаметр Луны 3472,2 *км*.

Решение:

Видимый диаметр Солнца и Луны определяется их размерами и расстоянием до них. Следовательно, видимый диаметр Луны будет максимален в перигее и минимален в апогее:

$$\alpha_а = 2\mathrm{arctg}\frac{D_л}{l_а} \approx 0{,}5°;\quad \alpha_п = 2\mathrm{arctg}\frac{D_л}{l_п} \approx 0{,}55°$$

Соответственно, для Солнца:

$$\beta_а = 2\mathrm{arctg}\frac{D_с}{L_а} \approx 0{,}52°;\quad \beta_п = 2\mathrm{arctg}\frac{D_с}{L_п} \approx 0{,}54°$$

Очевидно, что наиболее ярко выраженное кольцеобразное затмение будет наблюдаться, когда Луна находится в апогее, а Солнце – в перигелии, то есть зимой в тот момент, когда Луна находится в дальней части своей орбиты.

Максимальная возможная разница диаметров равна 0,04°.

Объяснение причины кольцевого затмения	4 балла
Нахождение численного результата	2 балла
Определение сезона	2 ббалла

№ 6. Солнечные часы. Как необходимо установить солнечные часы с плоским циферблатом, чтобы его деления представляли собой равные сектора? В чём недостаток таких часов?

Решение:

Тень от гномона часов будет двигаться с равномерной скоростью, если их циферблат будет параллелен кругу, по которому движется Солнце, то есть совпадать с плоскостью небесного экватора. Тогда гномон (перпендикулярный плоскости циферблата) будет указывать на полюс мира. Недостаток часов заключается в том, что когда Солнце в ходе движения по эклиптике опустится ниже экватора, циферблат будет полностью затенён, и часы перестанут показывать время.

Определение верного положения циферблата	4 балла
Определение недостатка	4 балла