# Астрономия, 11 класс, муниципальный этап

*Общие рекомендации для членов жюри*

1. Решение каждой задачи предлагается оценивать по **8-бальной** системе. Максимальное количество баллов присуждается только при наличии объяснения полученного результата.
2. При проверке работ несколькими членами жюри целесообразно распределить задачи между проверяющими так, чтобы одну задачу проверял только один член жюри. Это позволяет сохранить объективность проверки.
3. Организатор олимпиады должен предоставить участнику дополнительные данные, необходимые для получения численного результата в соответствии с содержанием текстов заданий.
4. При выполнении заданий участнику разрешается пользоваться калькулятором.
5. При численных расчетах необходимо соблюдать правила действия с приближенными величинами.
6. Итоговый результат каждой работы рекомендуется представлять как сумму всех баллов, набранных участниками олимпиады за все задачи.

Общая схема оценивания решений:
- 0 баллов – решение отсутствует или абсолютно некорректно;
- 1 балл – правильно угаданный бинарный ответ (да/нет) без обоснования;
- 1-2 балла – сделана попытка решения, не давшая результата;
- 2-3 балла – правильно угадан сложный ответ, но его обоснование отсутствует или ошибочно;
- 4-6 баллов – частично решенная задача;
- 6-7 баллов – полностью решенная задача с более или менее значительными недочетами;
- 8 баллов – полностью решенная задача.

## Решения

**Задание 1.**

В двух пунктах, расположенных на одном и том же географическом меридиане, наблюдалась нижняя кульминация Полярной звезды. В первом пункте кульминация этой звезды произошла на зенитном расстоянии 70°, а во втором пункте ее кульминация произошла на зенитном расстоянии 10°. Каково расстояние между пунктами?

***Решение:***

Из условия нижней кульминации звезды ее зенитные расстояния в каждом пункте находятся из соотношений

$z_1 = 180 - \delta - \varphi_1$,
$z_2 = 180 - \delta - \varphi_2$.

Из этих формул вытекает
$z_1 - z_2 = -\varphi_1 + \varphi_2 = 60°$.
Здесь $= \varphi_2 - \varphi_1$ – разность широт этих пунктов.

Расстояние $l$ найдем из соотношения
$l = (\varphi_2 - \varphi_1)R$,
$R = 6378$ *км* – радиус Земли.

Тогда, $l = (70° - 10°)\cdot\pi / 180\cdot 6378 = 6676$ *км*.

**Ответ:** 6676 *км*.

**Рекомендации для жюри:**
*Учет выражения для нижней кульминации Полярной звезды дает 2 балла.*
*Определение разности широт 2-х пунктов дает 2 балла.*
*Определение расстояния между пунктами дает 2 балла.*
*Верные вычисления повышают оценку на 2 балла.*
*Без учета условия кульминации оценка не превышает 4 баллов.*

**Задание 2.**

4 ноября уравнение времени было равно –16 мин. Когда наступил истинный полдень в Ярославле в эту дату по московскому времени?

***Решение:***

Уравнение времени определяется как разность среднего времени $T_m$ и истинного солнечного времени $T_C$.

$\eta = T_m - T_C$.

Истинное солнечное время в полдень равно $T_C = 12$ *час*.

Среднее время равно $T_m = \eta + T_C = -16$ *мин* + 12 *час* = 11 *час* 44 *мин*.

Всемирное время равно

$T_0 = T_m - \lambda_Я$ = 11 *час* 44 *мин* – 2 *час* 39 *мин* = 9 *час* 05 *мин*.

Здесь $\lambda_Я$ = 2 *час* 39 *мин* – гринвичская долгота Ярославля.

Московское время равно

$T_M = T_0$ + 3 *час* = 12 *час* 05 *мин*.

(Московское и всемирное время отличаются на 3 часа. Москва и Ярославль относятся к 2-й часовой зоне).

**Ответ:** 12 *час* 05 *мин*.

**Рекомендации для жюри:**
*Представление об уравнении времени дает 2 балла.*
*Определение истинного солнечного времени дает 1 балл.*
*Определение среднего времени дает 1 балл.*
*Вычисление среднего времени дает 2 балла.*
*Расчет московского времени повышает оценку еще на 2 балла.*
*При определении уравнения времени в виде $\eta = T_C - T_m$ и верных, при этом, дальнейших вычислениях, оценка не снижается.*

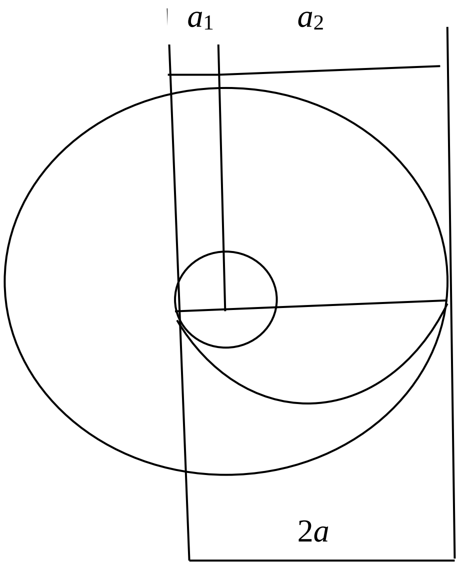
*Примечание.* Обратите внимание на «малое» отличие истинного солнечного времени и московского времени для жителей Ярославской области.

**Задание 3.**

Два астероида движутся в плоскости эклиптики по круговым орбитам с сидерическими периодами $T_1 = 8$ лет и $T_2 = 64$ года. Определите отношение начальной и конечной гелиоцентрических скоростей космического аппарата, совершающего перелет между орбитами астероидов.

***Решение:***

Начальную и конечную скорости космического аппарата найдем из закона сохранения энергии




$$V_H = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r_н} - \frac{1}{a}\right)},$$

$$V_к = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r_к} - \frac{1}{a}\right)}.$$

Здесь $r_н$ – начальное положение космического аппарата,
$r_н = a_1$ – большая полуось орбиты 1-го астероида,
$r_к$ – конечное положение космического аппарата,
$r_к = a_2$ – большая полуось орбиты 2-го астероида.

Аппарат совершает перелет по эллиптической орбите с большой полуосью $a$.
Из третьего закона Кеплера находим

$a_1 = T_1^{2/3} = 8^{2/3} = 4$ *а.е.*

$a_2 = T_1^{2/3} = 64^{2/3} = 16$ *а.е.*

$a = (a_1 + a_2)/2 = 10$ *а.е.*

Тогда

$$\frac{V_н}{V_к} = \sqrt{\frac{\frac{2}{4} - \frac{1}{10}}{\frac{2}{16} - \frac{1}{10}}} = 4.$$

**Ответ:** 4.

**Рекомендации для жюри:**
*Применение закона сохранения энергии для задачи 2-х тел дает 3 балла.*
*Определение больших полуосей орбит астероидов и аппарата дает 3 балла (по баллу за каждое значение).*
*Верные вычисления повышают оценку на 2 балла.*

*Примечание.* При численном возведении периодов в дробные степени, с помощью калькулятора, оценка не снижается (при верных вычислениях).

**Задание 4.**

Определите скорость протона $v$, полная энергия которого равна кинетической энергии Солнца, при его движении вокруг центра Галактики.

***Решение:***

Приравняем полную энергию протона и кинетическую энергию Солнца

$$\frac{m_p c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{M_C V_C^2}{2}.$$

Здесь $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-24}$ *кг* – масса протона,
$c = 3 \cdot 10^8$ *м/с* – скорость света,
$M_C = 2 \cdot 10^{30}$ *кг* – масса Солнца,
$V = 220$ *км/с* – скорость Солнца относительно центра Галактики.

Находим $v/c$: $\frac{v}{c} = \sqrt{1-\frac{4m_p^2 c^4}{M_C^2 V_C^2}}.$

Вследствие малости 2 члена под корнем, имеем $(1-\varepsilon)^{1/2} \approx 1-\varepsilon/2$ и $\frac{v}{c} \approx 1-\frac{2m_p^2 c^4}{M_C V_C^4}.$

Окончательно, $v = c(1 - 4{,}843 \cdot 10^{-96})$.

**Ответ:** $c(1 - 4{,}843 \cdot 10^{-96})$.

**Рекомендации для жюри:**
*Представление выражения для поиска скорости протона дает 2 балла.*
*Знание скорости Солнца относительно центра Галактики дает 2 балла.*
*Верные вычисления дают 4 балла.*

*Примечание.* Оценка не снижается, если орбитальная скорость Солнца в Галактике вычисляется с использованием закона всемирного тяготения и выражения для центростремительного ускорения Солнца.

**Задание 5.**

Для гравитонов (квантов гравитационного поля) из анализа гравитационно-волнового сигнала, удалось найти ограничение на массу $E < m_g c^2 < 7{,}7 \cdot 10^{-23}$ *эВ*. Для нейтрино, четверть века назад, масса $m_\nu$ оценивалась в 20000 раз меньше массы электрона. Во сколько раз отличались массы этих частиц по результатам первых экспериментов?

***Решение:***

По условию

$m_\nu = m_e / 20000 = 9{,}1 \cdot 10^{-31} / 20000 = 0{,}455 \cdot 10^{-34}$ *кг*.

$m_g = E / c^2 = 7{,}7 \cdot 10^{-23} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} / (3 \cdot 10^8)^2 = 0{,}1369 \cdot 10^{-57}$ *кг*.

$c = 3 \cdot 10^8$ *м/с* – скорость света.

(Энергию гравитона перевели в джоули, а массу гравитона выразили в килограммах).

Из этих соотношений следует

$$\frac{m_\nu}{m_g} = 0{,}3324 \cdot 10^{24}.$$

**Ответ:** $0{,}33 \cdot 10^{24}$.

**Рекомендации для жюри:**

*Оценка массы нейтрино дает 2 балла.*
*Установление связи между массой частицы и ее энергией увеличивает оценку на 2 балла.*
*Правильный переход от электронвольт к джоулям дает 2 балла.*
*Верный ответ повышает оценку еще на 2 балла.*

**Задание 6.**

Частота слияний черных дыр в двойных системах составляет $10^{-5} – 10^{-6}$ слияний в год на одну стандартную галактику. Частота слияний нейтронных звезд составляет $10^{-4}$ слияний в год на одну стандартную галактику. Во сколько раз отличаются максимальные расстояния $r_ч/r_н$, с которых можно наблюдать слияния этих звезд одним и тем же телескопом? Принять, что характерные массы объектов различаются на порядок.

***Решение:***

Примем значение массы черной дыры равным $M_ч$ = 30 масс Солнца, а масса нейтронной звезды пусть будет равна (с учетом условия) $M_н$ = 3 массы Солнца.

Светимость объектов $L$ (при одном и том же значении времени излучения).

$L \sim Mc^2$.

$c = 3 \cdot 10^8$ *м/с* – скорость света.

Светимости объектов $L_ч$, $L_н$ и их абсолютные звездные величины $M_ч$ и $M_н$ связаны соотношением

$$\lg \frac{L_ч}{L_н} = 0{,}4\left(M_н - M_ч\right).$$

Абсолютную звездную величину $M$ объекта можно выразить через его видимую звездную величину $m$ и расстояние $r$ (в парсеках) до него

$M = m + 5 – 5\lg r$.

Полагая, что видимые звездные величины объектов при вспышке равны, $m_ч = m_н$, найдем

$$\lg \frac{L_ч}{L_н} = 0{,}4\left(-5\lg r_н + 5\lg r_ч\right).$$

$$\lg \frac{M_ч}{M_н} = 2\lg\left(r_ч / r_н\right).$$

Из последнего соотношения следует

$$\frac{r_ч}{r_н} = \sqrt{\frac{M_ч}{M_н}} = \sqrt{10} \approx 3.$$

**Ответ:** 3.

**Рекомендации для жюри:**
*Оценка масс объектов дает 1 балл.*
*Установление соотношения для энергии, выделяющейся при слиянии объектов, и массой объектов дает 1 балл.*
*Выражение для отношения светимостей объектов через их абсолютные звездные величины дает 1 балл.*
*Формула для абсолютной звездной величины, показывающая ее связь с видимой звездной величиной и расстоянием до небесного тела, дает 1 балл.*
*Вывод тождества для определения отношения расстояний до рассматриваемых тел через отношение масс этих тел дает 3 балла.*
*Верные вычисления повышают оценку еще на один балл. (Возможно менее громоздкое решение из условия $Mc^2/r^2$=const).*

**Максимально за все задания олимпиады – 48 баллов.**

| **№ задания** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **Всего** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Баллы | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | **48** |